



www.esffranco.edu.pt

(2018/2019)

2.º Período

28/03/19

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Caderno 1: 45 minutos
(é permitido o uso de calculadora)

1. Na figura ao lado está, num referencial cartesiano no espaço, o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

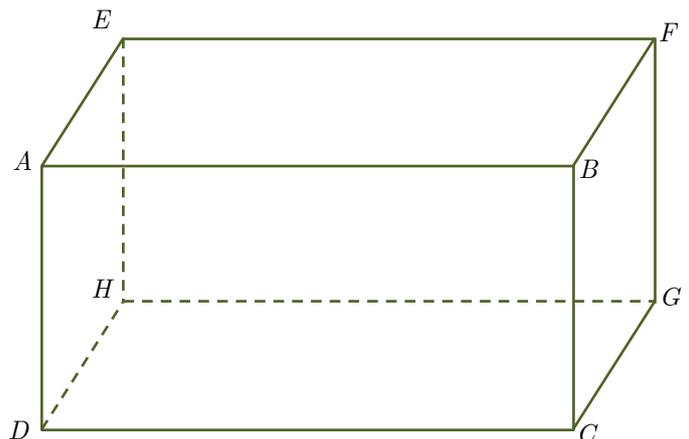
Sabe-se que:

- $[ABFE]$ é uma das faces do prisma;
- o vértice E tem coordenadas $(0,7,4)$;
- o vetor \overrightarrow{BC} tem coordenadas $(-2,-2,1)$.

1.1. Qual é a proposição falsa?

- (A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{DB}$ (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{AF}$
(C) $A + \overrightarrow{EG} = C$ (D) $F + \overrightarrow{ED} = C$

1.2. Sabendo que o volume do prisma é 21, determine o valor de $\|\overrightarrow{EF}\|$.



2. Uma roda gigante começa a girar num parque de diversões.

O Basílio está sentado numa das cadeiras. Admita que a distância, em metros, da cadeira do Basílio ao solo, t segundos após a roda gigante ter começado a girar, é dada por

$$d(t) = 0,05t^2 - 1,5t + 15, \text{ com } t \in [0, 30].$$

Resolva os itens seguintes usando processos analíticos.

- 2.1. Determine a distância a que a cadeira do Basílio se encontra do solo no instante em que a roda gigante começa a girar.
- 2.2. Calcule, em metros, a distância mínima a que a cadeira do Basílio esteve do solo durante aquele tempo.
- 2.3. Resolva a condição $d(t) > 5$.
Interprete o resultado no contexto do problema.

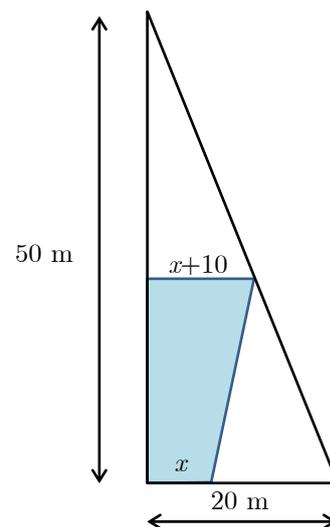


3. O Carmindo vai construir a piscina dos seus sonhos, em forma de trapézio retângulo. Para isso, dispõe de um terreno triangular (triângulo retângulo na figura).

O Carmindo sabe que:

- o terreno triangular mede 50 metros por 20 metros;
- a base maior do trapézio excede em 10 metros a base menor.

Seja $A(x)$ a área do trapézio em função de x (comprimento, em metros, da base menor).



3.1. Mostre que $A(x) = -2,5x^2 + 12,5x + 125$.

Sugestão: Designando por y a altura do trapézio, comece por mostrar que $y = -2,5x + 25$.

3.2. Determine, analiticamente, o valor de x , em metros, para o qual é máxima a área da zona da piscina.

4. Seja f a função quadrática definida por $f(x) = (7 - 6m)x^2 - 5x$, sendo m um certo número real.

4.1. Para que a concavidade do gráfico de f esteja voltada para baixo, conclui-se que:

- (A) $m \in]-\infty, \frac{7}{6}[$ (B) $m \in]\frac{7}{6}, +\infty[$ (C) $m \in]-\frac{5}{6}, \frac{7}{6}[$ (D) $m \in]-\frac{7}{6}, \frac{5}{6}[$

4.2. Suponha agora que $m = 1$.

Considere a função g , de domínio $[0, 4]$, definida por $g(x) = f(\sqrt{2}x)$.

Recorrendo à calculadora gráfica, determine a área do triângulo $[ABO]$, onde se sabe que:

- O é a origem de um referencial;
- A é o ponto do gráfico de g de ordenada mínima;
- B é o ponto do gráfico de g e do eixo Ox , de abscissa positiva.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- esboce o triângulo $[ABO]$;
- apresente as coordenadas de A e a abscissa de B arredondadas às centésimas;
- determine a área do triângulo $[ABO]$ arredondada às unidades.

FIM DO CADERNO 1

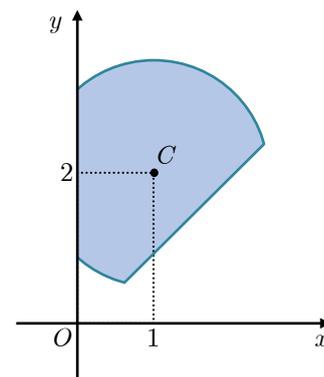
COTAÇÕES (Caderno 1)

Item									
Cotação (em pontos)									
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	2.3.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	90
8	13	4	9	13	13	9	8	13	



Caderno 2: 45 minutos
(não é permitido o uso de calculadora)

5. Considere, no referencial o.n. xOy da figura, a zona colorida (incluindo a fronteira).



5.1. Qual das seguintes condições pode representar a zona colorida?

- (A) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq \frac{9}{4} \wedge 0 \leq x \leq y$
- (B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq \frac{4}{9} \wedge 0 \leq x \leq y$
- (C) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq \frac{9}{4} \wedge 0 \leq y \leq x$
- (D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq \frac{4}{9} \wedge 0 \leq y \leq x$

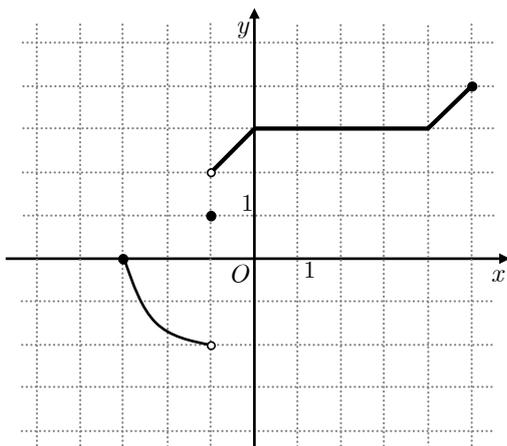
5.2. Dados os pontos $A(4,4)$ e $C(1,2)$, determine a equação reduzida da reta AC .

6. Considere uma função f , de domínio $[-3, 5]$, tal que:

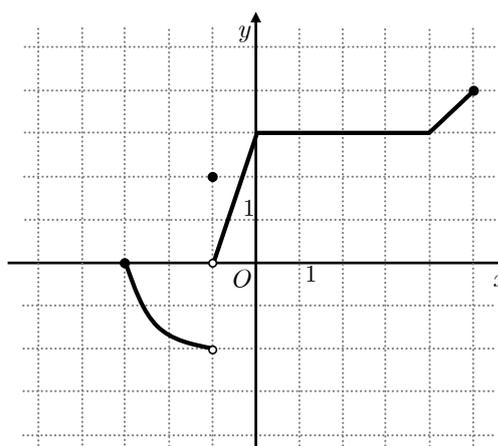
- -1 é um maximizante de f ;
- o maior intervalo onde f é crescente em sentido lato é $] - 1, 5]$;
- o conjunto dos minorantes de f é $] - \infty, -2]$.

Apenas uma das opções seguintes pode representar o gráfico da função f .

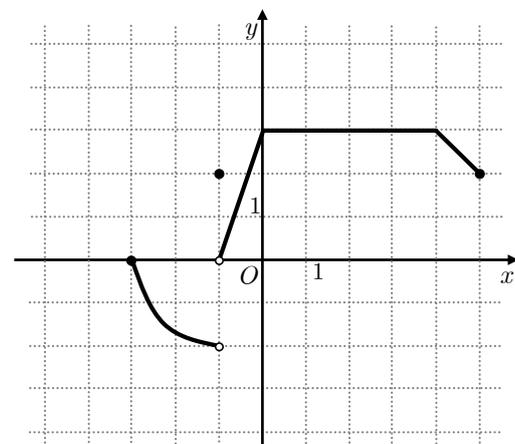
I)



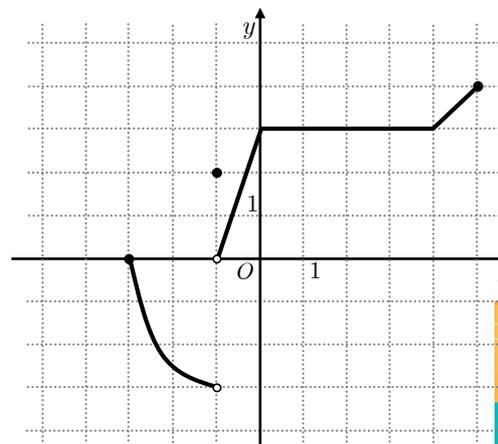
II)



III)



IV)

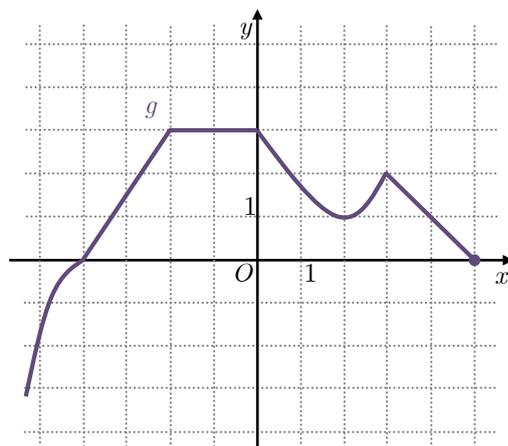


Elabore uma composição na qual:

- indique a opção que pode representar f .
- apresente três razões para rejeitar as restantes opções, uma por cada opção rejeitada.



7. Considere, no referencial o.n. xOy do lado, o gráfico da função g , de domínio $]-\infty, 5]$.



7.1. Acrescentando as colunas necessárias, complete as tabelas a seguir de:

7.1.1. variação de g ;

x	$-\infty$		
$g(x)$			

7.1.2. sinal de g .

x	$-\infty$		
$g(x)$			

7.2. Indique:

- 7.2.1. os mínimos relativos de g e os respetivos minimizantes;
- 7.2.2. os máximos relativos de g e os respetivos maximizantes;
- 7.2.3. se existir, o mínimo absoluto de g ;
- 7.2.4. se existir, o máximo absoluto de g .

8. Considere o número real p e a função quadrática h , definida por $h(x) = x^2 - px + 4$.

8.1. Suponha que o contradomínio da função h é $[1, +\infty[$.

Qual dos seguintes é o conjunto de valores possíveis de p ?

- (A) $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$
- (B) $]-\infty, -4[\cup]4, +\infty[$
- (C) $]-4, 4[$
- (D) $]-1, 1[$

8.2. Suponha agora que $p = 2$.

8.2.1. Seja g a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = \begin{cases} h(x) & \text{se } x < 0 \\ x + 4 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$.

Qual é o valor de $\frac{g(0)+g(1)}{g(-2)}$?

- (A) $-\frac{7}{2}$
- (B) $\frac{3}{4}$
- (C) -2
- (D) 11

8.2.2. Defina, sob a forma de intervalo ou união de intervalo de números reais, os conjuntos:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} : |h(x)| = |x^2 - 4|\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{R} : |h(x) - x^2| \geq 1\}$

FIM DO TESTE

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item												
Cotação (em pontos)												
5.1.	5.2.	6.	7.1.1.	7.1.2.	7.2.1.	7.2.2.	7.2.3.	7.2.4.	8.1.	8.2.1.	8.2.2.	
8	13	13	9	9	9	9	4	4	8	8	16	110
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)												200

