

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 6

2.º Período

15/02/19

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleccione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

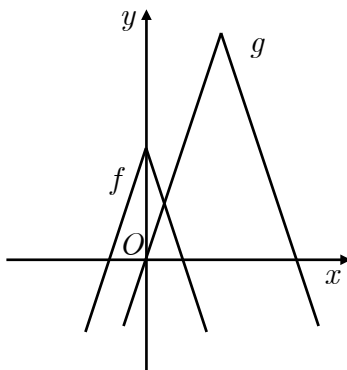
Caderno 1: 50 minutos (é permitido o uso de calculadora)

1. Considere duas funções f e g , ambas de domínio \mathbb{R} , e tais que:

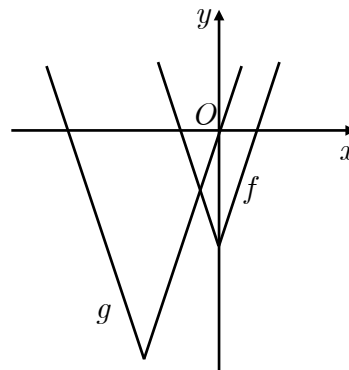
- f é uma função par;
- $g(x) = 2f(x - 3)$.

Em qual das opções seguintes podem estar representadas, graficamente, as funções f e g ?

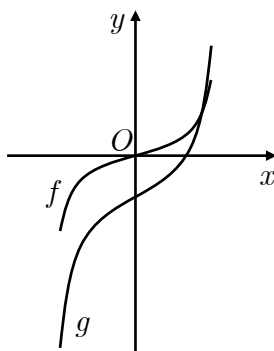
(A)



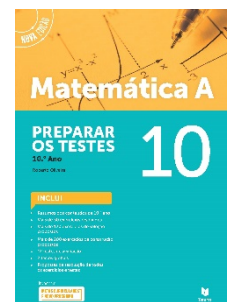
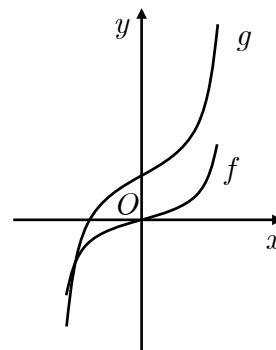
(B)



(C)



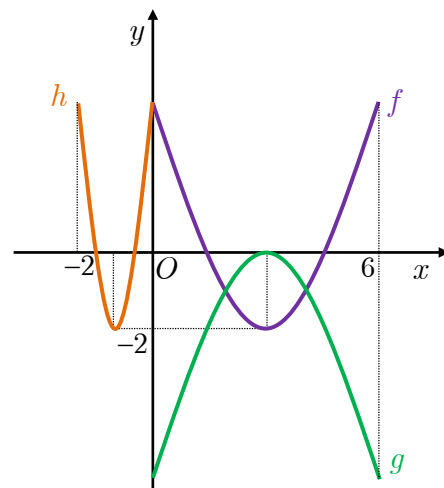
(D)



2. Ao lado estão representadas, graficamente, as funções f , g e h .

Qual é a proposição verdadeira?

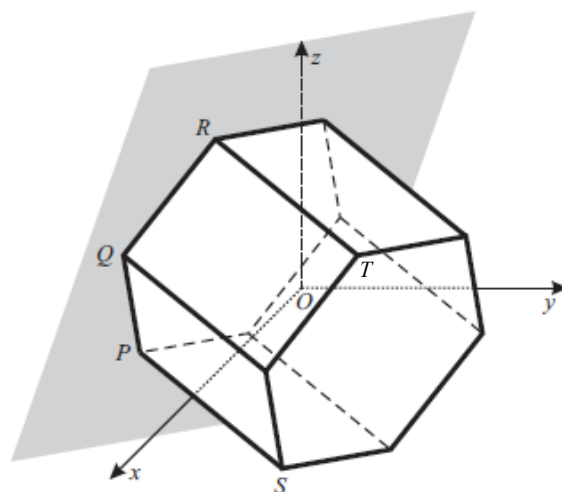
- (A) $g(x) = 2 - f(x) \wedge h(x) = f\left(-\frac{1}{3}x\right)$
 (B) $g(x) = -2 - f(x) \wedge h(x) = f\left(-\frac{1}{3}x\right)$
 (C) $g(x) = -2 - f(x) \wedge h(x) = f(-3x)$
 (D) $g(x) = 2 - f(x) \wedge h(x) = f(-3x)$



3. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular.

Sabe-se que:

- as coordenadas do vértice P são $(10, -1, 2)$;
- as coordenadas do vértice R são $(6, 3, 6)$;
- as coordenadas do vértice S são $(14, 5, 0)$;
- $[PQ]$ e $[QR]$ são arestas de uma das bases do prisma;
- $[PS]$ e $[RT]$ são arestas laterais do prisma;
- $\overline{PQ} = 4$.



3.1. Sabe-se que o plano PQR é o plano mediador do segmento de reta $[AS]$ (o ponto A não está representado na figura).

Sabendo que P é o ponto médio de $[AS]$, determine uma equação simplificada do plano PQR .

Sugestão: Comece por mostrar que as coordenadas do ponto A são $(6, -7, 4)$.

- 3.2. Verifique se o ponto R pertence à superfície esférica de centro P e raio $4\sqrt{3}$.
 3.3. Escreva a equação vetorial da reta AT .
 3.4. Determine a área lateral do prisma.

Apresente o resultado arredondado às décimas.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 1.ª fase de 2018

4. Considere, num referencial o.n. xOy :

4.1. a reta r definida pela equação vetorial $(x, y) = (2, 0) + k(2, 1), k \in \mathbb{R}$.

Determine as coordenadas do ponto da reta r , de coordenadas negativas, e cuja distância à origem é 5.

4.2. o vetor $\vec{u}(k-3, 1)$.

Para alguns valores de k , sabe-se que $\|\vec{u}\| = \sqrt{20}$.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, esses valores de k .

Na sua resposta:

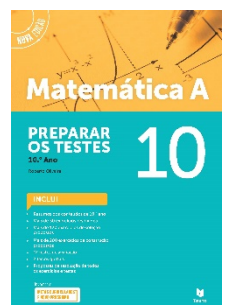
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que tiver necessidade de visualizar (pode utilizar a janela de visualização $[-5, 10] \times [-5, 8]$);
- assinale o(s) ponto(s) de interseção pedido(s);
- indique os valores pedidos com duas casas decimais.

FIM DO CADERNO 1



COTAÇÕES (Caderno 1)

Item								
Cotação (em pontos)								
1.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.	4.1.	4.2.	
8	8	20	15	15	15	20	15	116



Caderno 2: 40 minutos
(não é permitido o uso de calculadora)

5. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$:

- a reta r definida por $(x, y, z) = (0, 0, 1) + k(p + 1, -2, 0), k \in \mathbb{R}$, onde $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$;
- a reta s definida por $(x, y, z) = k(-3, 1, 0), k \in \mathbb{R}$.

Sabendo que r e s são retas paralelas, qual é o valor de p ?

- (A) 5 (B) 3 (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$

6. Considere, no referencial o.n. $Oxyz$ da figura, o prisma triangular reto $[OPQRST]$.

Sabe-se que:

- as bases $[OPQ]$ e $[RST]$ são triângulos retângulos e paralelos ao plano xOy ;
- o vértice T tem coordenadas $(-4, 0, 6)$.

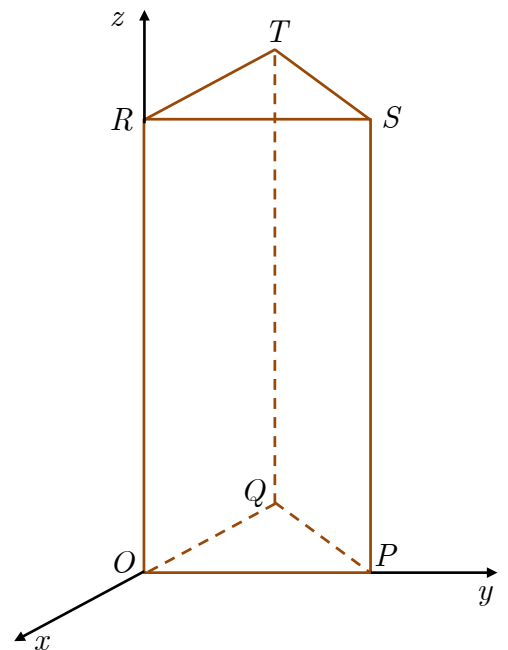
6.1. Indique uma condição para:

- 6.1.1. o plano RST ;
- 6.1.2. a reta OR ;

6.2. Considere a reta r definida pela equação seguinte:

$$(x, y, z) = (-1, 3, 3) + k(1, 1, 1), k \in \mathbb{R}.$$

Verifique se o ponto T pertence à reta r .



7. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a esfera de inequação $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 \leq 6$.

O plano definido por $y = 2$ intersesta a esfera segundo:

- (A) um círculo de centro $(1, 2, -2)$ e raio $\sqrt{6}$.
- (B) um círculo de centro $(1, 2, -2)$ e raio $\sqrt{2}$.
- (C) uma circunferência de centro $(1, 2, -2)$ e raio $\sqrt{6}$.
- (D) uma circunferência de centro $(1, 2, -2)$ e raio $\sqrt{2}$.

8. Sejam f e g as funções reais tais que:

- $D_f =]-\infty, 3]$;
- $D_f' = [0, 1]$;
- $g(x) = f(x + 6) - 4$.

Qual é a proposição verdadeira?

(A) $D_g =]-\infty, -3]$ e $D_g' = [-4, -3]$ (B) $D_g =]-\infty, 9]$ e $D_g' = [-4, -3]$

(C) $D_g =]-\infty, -3]$ e $D_g' = [-4, 0]$ (D) $D_g =]-\infty, 9]$ e $D_g' = [-4, 0]$

9. Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = x^3 + 3x^2$.

9.1. Estude a paridade da função h .

9.2. Determine, se existirem, os zeros da função h .

FIM DO TESTE

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item								
Cotação (em pontos)								
5.	6.1.1.	6.1.2.	6.2.	7.	8.	9.1.	9.2.	
8	10	10	15	8	8	10	15	84
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)								200

