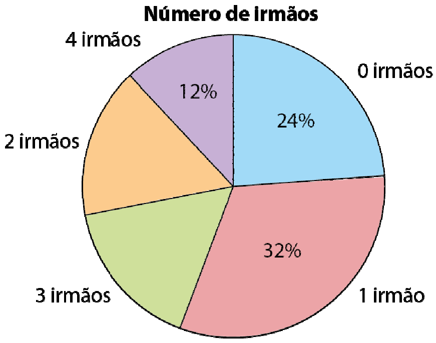
Nome: ______________________ Nº:________ Turma: _______

Duração: 90 minutos Classificação: ______________________

1. No gráfico seguinte está representada a distribuição do número de irmãos dos alunos de uma escola.



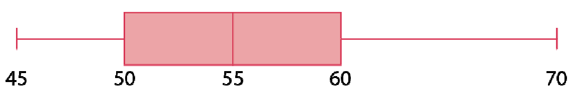
Sabe-se que 30 alunos não têm irmãos e que o número de alunos que têm dois e três irmãos é o mesmo.

1.1 Quantos alunos tem a escola?

1.2 Pretende-se escolher, ao acaso, um aluno dessa escola. Qual é a probabilidade de esse aluno ter mais do que dois irmãos? Apresenta o resultado na forma de fração irredutível. Mostra como chegaste à tua resposta.

1.3 Na segunda semana de aulas do primeiro período, entraram para a escola mais 12 alunos. Sabendo que seis desses alunos não têm irmãos e que o número de irmãos dos outros seis é igual à moda do número de irmãos da distribuição inicial, determina a média do número de irmãos da nova distribuição. Apresenta o resultado arredondado às unidades.

2. O diagrama de extremos e quartis da figura representa a distribuição do peso, em quilogramas, dos alunos da turma da Maria.



Qual das seguintes afirmações é falsa?

[A] A amplitude interquartis desta distribuição é 10 kg.

[B] O peso máximo dos alunos é 70 kg.

[C] Pelo menos 75% dos alunos têm um peso menor ou igual a 60 kg.

[D] O peso de metade dos alunos desta turma é 55 kg.

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

3. A comissão de festas da escola da Joana vendeu 600 rifas. Sabendo que a probabilidade de a Joana ganhar o primeiro prémio é $\frac{1}{15}$, quantas rifas comprou?

[A] 10 [B] 20 [C] 40 [D] 80

4. No lançamento de um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, considera os acontecimentos:

A: "Sair um número par."

B: "Sair um número menor que 3."

C: "Sair um número maior ou igual a 5."

4.1 Indica dois acontecimentos incompatíveis.

4.2 Determina a probabilidade de:

a) A b) $\bar{B}$ c) $A \cap B$ d) $A \cup C$

5. Observa a tabela.

l (comprimento do lado de um triângulo equilátero, em cm)	2	4,2	7,5	10
P (perímetro do triângulo, em cm)				

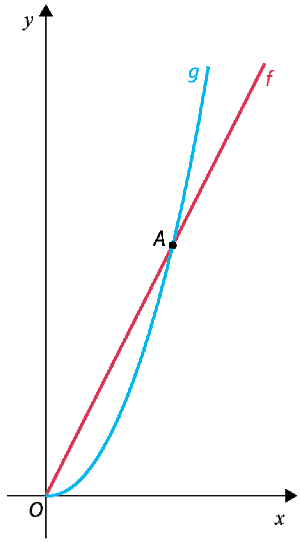
5.1 Completa a tabela.

5.2 Qual é a expressão algébrica que relaciona o lado do triângulo (l), em centímetros, e o perímetro (P), em centímetros.

[A] $P = 2l\,, l > 0$ [B] $P = 3l\,, l > 0$ [C] $P = 6l\,, l > 0$ [D] $P = 10l\,, l > 0$

6. O Sérgio tem três gatos persas, com a mesma idade e que comem a mesma quantidade de ração diariamente. Sabe-se que os gatos demoram 12 dias a consumir uma embalagem de ração. No aniversário, ofereceram ao Sérgio mais um gato, com a mesma idade dos outros três. Supondo que o novo gato come diariamente a mesma quantidade de ração que cada um dos outros três gatos, quanto tempo irá durar uma embalagem de comida para os quatro felinos? Explica como pensaste e apresenta todos os cálculos que efetuares.

7. No referencial cartesiano da figura estão representadas partes dos gráficos cartesianos de duas funções f e g.



Sabe-se que:

- a função f é uma função do tipo $y = ax$;
- a função g é definida por $g(x) = \frac{5}{2}x^2, x > 0$;
- o ponto A pertence aos gráficos das funções f e g e tem ordenada $\frac{8}{5}$.

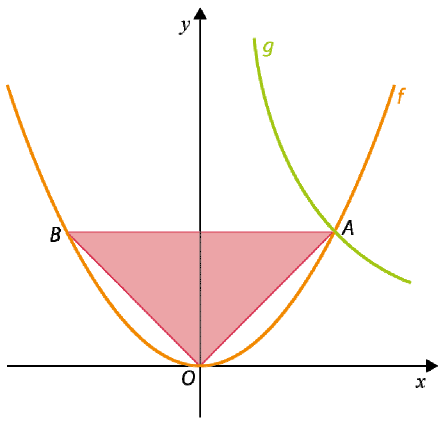
7.1 Determina a abcissa do ponto A.

7.2 Qual das expressões seguintes representa a função f?

[A] $f(x) = 4x$ **[B]** $f(x) = \frac{1}{4}x$

[C] $f(x) = 2x$ **[D]]** $f(x) = \frac{5}{4}x$

8. Na figura estão representados, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções f e g e o triângulo $[ABO]$.



Sabe-se que:

- O é a origem do referencial;
- a função f é definida por $f(x) = \frac{1}{2}x^2$;
- a função g é definida por $g(x) = \frac{a}{x}, a > 0$;
- o ponto A pertence aos gráficos das funções f e g e tem abcissa 2;
- o ponto B pertence ao gráfico da função g;
- o lado $[AB]$ do triângulo é paralelo ao eixo das abcissas.

8.1 O ponto B tem coordenadas:

[A] $(-2, 2)$ **[B]** $(-2, -2)$ **[C]** $(1, 2)$ **[D]** $(1, -2)$

8.2 Escreve a expressão algébrica da função g.

8.3 Determina a área do triângulo $[ABO]$.

9. Considera a equação:

$$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$$

Das seguintes afirmações, indica a(s) verdadeiras(s).

[A] A equação tem duas soluções distintas.

[B] O binómio discriminante é menor que zero.

[C] O conjunto-solução da equação é $\left\{-\frac{1}{2}, -2\right\}$.

[D] O conjunto-solução da equação é $\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$.

10. Resolve a seguinte equação.

$$2x^2 - \frac{2}{3} = \frac{x}{3}$$

Apresenta as soluções na forma de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Questão	1.1	1.2	1.3	2.	3.	4.1	4.2 a)	4.2 b)	4.2 c)	4.2 d)	5.1	5.2	6.	7.1	7.2	8.1	8.2	8.3	9.	10.
Cotação	5	6	7	4	4	4	4	4	4	4	4	4	8	6	4	4	6	6	4	8

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

1.

1.1. Número total de alunos: $2 + 10 + 8 + 3 = 23$

Número de alunos com mais de 14 anos: $8 + 3 = 11$

A: "selecionar um aluno com mais de 14 anos"

$$P(A) = \frac{11}{23}$$

1.2. A moda das idades dos alunos da constituição inicial da turma é 14 anos.

Assim, os dois alunos que entraram para a turma, no final do primeiro período, têm 14 anos.

Desta forma, a média de idades da nova distribuição será dada por:

$$\bar{x} = \frac{2 \times 13 + 12 \times 14 + 8 \times 15 + 3 \times 16}{23 + 2} = 14{,}48$$

2. Opção [D]

O algarismo das centenas poderá ser um qualquer elemento do conjunto, com exceção do 0, pois, nesse caso, o número seria constituído por menos de três algarismos. Temos, então, 9 possibilidades para o algarismo das centenas.

O algarismo das dezenas poderá ser um qualquer elemento do conjunto, com exceção do algarismo que foi colocado nas centenas, visto que não se podem repetir. Temos, então, 9 possibilidades para o algarismo das dezenas.

O algarismo das unidades terá de ser diferente dos algarismos já utilizados nas centenas e nas dezenas. Temos, então, 8 possibilidades para o algarismo das unidades.

Assim, é possível formar $9 \times 9 \times 8 = 648$ números naturais com três algarismos.

3.

3.1. Número total de bolas: $6 + 4 = 10$

Número de bolas pretas com um número par: 3

A: "retirar uma bola preta com um número par"

$$P(A) = \frac{3}{10}$$

3.2. Como a primeira bola extraída foi preta e a segunda foi branca, podemos representar a situação através da seguinte tabela de dupla entrada:

	1	**2**	**3**	**4**
1	$(1, 1)$	$(1, 2)$	$(1, 3)$	$(1, 4)$
2	$(2, 1)$	$(2, 2)$	$(2, 3)$	$(2, 4)$
3	$(3, 1)$	$(3, 2)$	$(3, 3)$	$(3, 4)$
4	$(4, 1)$	$(4, 2)$	$(4, 3)$	$(4, 4)$
5	$(5, 1)$	$(5, 2)$	$(5, 3)$	$(5, 4)$
6	$(6, 1)$	$(6, 2)$	$(6, 3)$	$(6, 4)$

Número de casos possíveis: $6 \times 4 = 24$

Número de casos favoráveis: 16

B: "o número formado ser maior do que 30"

$$P(B) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

4. Opção [B]

$30 \div 6 = 5$

5. $f(8) = \frac{1}{4} \times 8 = 2$

Logo, $P(8, 2)$. A função g é de proporcionalidade inversa, pelo que é do tipo $g(x) = \frac{k}{x},\ \ k \in \mathbb{R}$.

Como P pertence ao gráfico de g, $k = 8 \times 2 = 16$. Assim, $g(x) = \frac{16}{x}$.

6. f é uma função de proporcionalidade inversa cuja constante de proporcionalidade inversa é 8.

Assim, f pode ser definida por $f(x) = \frac{8}{x}\ (x > 0)$.

O ponto B pertence ao gráfico da função f e tem a mesma abcissa do ponto A, logo é do tipo $B(4, f(4))$. Como $f(4) = \frac{8}{4} = 2$, vem que $B(4, 2)$, pelo que $\overline{AB} = 2$.

Como $\overline{OA} = 4$, podemos, através do teorema de Pitágoras, determinar $\overline{OB}$:

$\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 4^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 20$

Como $\overline{OB} > 0$, $\overline{OB} = \sqrt{20}$.

Assim:

$P_{[OAB]} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{OB} = 4 + 2 + \sqrt{20} \approx 10{,}5$.

7. Para determinar a área do retângulo [*OABC*], basta determinar as coordenadas do ponto *B*.

O ponto *B* resulta da interseção dos gráficos das funções *f* e *g*.

Assim:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x^2 = 2x \Leftrightarrow -x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x(-x-2) = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = -2$$

Como a abcissa do ponto *B* é negativa, $x = -2$.

Por outro lado, para descobrir a ordenada do ponto *B*, basta fazer, por exemplo,

$g(-2) = 2 \times (-2) = -4$.

Assim, $B(-2, -4)$.

Logo, $A_{[OABC]} = |-2| \times |-4| = 2 \times 4 = 8$.

8. Opção [A]

$x^2 - x - 6 = 0$

Para $x = 3$, tem-se $3^2 - 3 - 6 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, que é uma proposição verdadeira.

Para $x = -2$, tem-se $(-2)^2 - (-2) - 6 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$, que é uma proposição verdadeira.

Assim, $\{3, -2\}$ é o conjunto-solução da equação $x^2 - x - 6 = 0$.

9. $5x^2 + \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow 10x^2 + x = 2 \Leftrightarrow 10x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 10 \times (-2)}}{2 \times 10} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{20} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 9}{20} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-10}{20} \quad \vee \quad x = \frac{8}{20} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \quad \vee \quad x = \frac{2}{5}$$

Logo, C.S. $= \left\{-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}\right\}$.

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano