Teste de Matemática A

2019 / 2020

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

12.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: ____ N.º: __ Turma: ___

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Em caso de engano, deve riscar de forma inequívoca aquilo que pretende que não seja classificado.

Escreva de forma legível a numeração dos itens, bem como as respetivas respostas. As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Para cada item, apresente apenas uma resposta. Se escrever mais do que uma resposta a um mesmo item, apenas é classificada a resposta apresentada em primeiro lugar.

O teste inclui um formulário.

As cotações encontram-se no final do enunciado da prova.

Para responder aos itens de escolha múltipla, não apresente cálculos nem justificações e escreva na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Na resposta aos itens de resposta aberta, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência

αr $(\alpha - \text{amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; } r - \text{raio})$

Área de um polígono regular: $\text{Semiperímetro } \times \text{Apótema}$

Área de um setor circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ $(\alpha - \text{amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; } r - \text{raio})$

Área lateral de um cone: $\pi r g$ $(r - \text{raio da base; } g - \text{geratriz})$

Área de uma superfície esférica: $4\,\pi\, r^2$ $(r - \text{raio})$

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base } \times \text{Altura}$

Volume de um cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base } \times \text{Altura}$

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\,\pi\, r^3 (r - \text{raio})$

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n)

Progressão aritmética: $\frac{u_1+u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

Trigonometria

$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a\, \cos b + \operatorname{sen} b\, \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\, \cos b - \operatorname{sen} a\, \operatorname{sen} b$

Complexos

$\left(\rho e^{i\,\theta}\right)^n = \rho^n\, e^{i\,n\theta}$

$\sqrt[n]{\rho\, e^{i\,\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\,\frac{\theta+2k\pi}{n}}$ $(k \in \{0, \ldots, n-1\}$ e $n \in \mathbb{N})$

Regras de derivação

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\; u^{n-1}\,u' (n \in \mathbb{R})$

$(\operatorname{sen} u)' = u'\, \cos u$

$(\cos u)' = -u'\, \operatorname{sen} u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\, e^u$

$(a^u)' = u'\, a^u\, \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u\, \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

Limites notáveis

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \ (p \in \mathbb{R})$

1. Sejam E um conjunto finito, não vazio, e P uma probabilidade no conjunto $\mathcal{P}(E)$. Sejam A e B dois acontecimentos em E.

Sabe-se que:

- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{3}{5}$
- $P(A|B) = \frac{2}{3}$

Qual é o valor de $P(B \backslash A)$?

(A) 0,1 **(B)** 0,2 **(C)** 0,3 **(D)** 0,4

2. A Raquel convidou o namorado e as três amigas, Alice, Beatriz e Carolina, para tomarem café em sua casa.

2.1. De quantas maneiras se podem dispor lado a lado e em linha reta os cinco amigos, para tirarem uma fotografia, se a Raquel e o namorado não ficarem juntos?

2.2. A Raquel tem dezasseis cápsulas de café indistinguíveis ao tato, das quais oito são pretas, cinco são douradas, duas são verdes e uma é roxa.

2.2.1. A Raquel vai colocar aleatoriamente as dezasseis cápsulas numa caixa quadrada com dezasseis compartimentos, não mais do que uma por compartimento.

Determine a probabilidade de uma coluna ficar ocupada só com cápsulas douradas. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

2.2.2. A Raquel vai escolher aleatoriamente cinco cápsulas de café, para fazer cinco cafés para si e para os seus convidados.

Sejam A, B e C os acontecimentos seguintes:

A: “A Raquel escolhe uma cápsula roxa.”

B: “A Raquel escolhe todas as cápsulas verdes.”

C: “A Raquel escolhe todas as cápsulas da mesma cor.”

Elabore uma composição na qual indique o valor de $P(A \cap B|\bar{C})$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.

Na sua resposta, deve:

- explicar o significado de $P(A \cap B|\bar{C})$, no contexto da situação descrita;
- fazer referência à regra de Laplace;
- explicar o número de casos possíveis;
- explicar o número de casos favoráveis;
- apresentar o valor de $P(A \cap B|\bar{C})$ na forma de fração irredutível.

3. Considere o desenvolvimento de $\left(2\sqrt{x}+\frac{k}{x}\right)^6$, com $x > 0$ e k constante positiva.

Sabe-se que o termo independente é igual a 3840.

Determine o valor de k.

4. Uma equipa de voleibol feminino tem atletas de 7.º, 8.º e 9.º anos.

Relativamente às atletas desta equipa, sabe-se que:

- $\frac{2}{5}$ das atletas que frequentam o 9.º ano têm uma altura superior a $1{,}7$ metros;
- $\frac{11}{21}$ das atletas têm uma altura superior a $1{,}7$ metros;
- $\frac{2}{7}$ das atletas frequentam o 9.º ano e têm uma altura superior a $1{,}7$ metros.

Escolhe-se, ao acaso, uma atleta dessa equipa.

Determine a probabilidade de a atleta escolhida ter uma altura inferior ou igual a $1{,}7$ metros, sabendo que não frequenta o 9.º ano.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

5. O décimo terceiro e o vigésimo elementos de uma linha do triângulo de Pascal são iguais.

O elemento central da linha seguinte é:

(A) ${}^{32}C_{16}$ **(B)** ${}^{32}C_{15}$ **(C)** ${}^{31}C_{16}$ **(D)** ${}^{31}C_{15}$

6. Sejam E um conjunto finito, não vazio, e P uma probabilidade no conjunto $\mathcal{P}(E)$.

Sejam A, B e C acontecimentos em E tais que nem B nem C são o acontecimento impossível, C não é o acontecimento certo e os acontecimentos B e C são acontecimentos independentes.

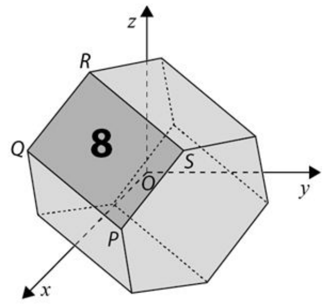
Prove que $P\big(A \mid (B \cap C)\big) \times P(C) + P\big(A \mid (B \cap \overline{C}\ )\big) \times P(\overline{C}\ ) = P(A \mid B)$.

7. O dono de uma pizaria orgulha-se no seu cartaz publicitário de, com apenas dez ingredientes, conseguir fazer exatamente n pizas diferentes, com pelo menos três ingredientes diferentes cada uma.

Para a afirmação de o dono da pizaria ser verdadeira, qual é o valor de n?

(A) 120 **(B)** 968 **(C)** 1013 **(D)** 1024

8. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular com uma das faces laterais numerada com o número 8.



8.1. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices do prisma. Qual é a probabilidade de esses vértices formarem um segmento de reta perpendicular às bases do prisma?

(A) $\frac{1}{11}$ **(B)** $\frac{1}{12}$ **(C)** $\frac{2}{11}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

8.2. Considere agora que se pretende numerar as sete faces do prisma não numeradas, utilizando os algarismos de 1 a 7 e colocando um algarismo diferente em cada face.
De quantas maneiras o poderemos fazer de forma que:

8.2.1. nas bases do prisma fiquem apenas números primos?

8.2.2. a soma dos algarismos colocados nas faces laterais seja par?

8.3. Dispõe-se de n cores diferentes $(n \geq 7)$ para colorir todas as faces do prisma.
Qual é a probabilidade de, ao colorir cada face do prisma com uma única cor, exatamente duas faces sejam pintadas da mesma cor e as restantes faces do prisma sejam pintadas com cores diferentes entre si?

(A) $\dfrac{{}^{8}C_2 \times 2! \times {}^{n-1}A_6}{n^8}$

(B) $\dfrac{{}^{8}C_2 \times n \times {}^{n-1}A_6}{{}^{n}A_8}$

(C) $\dfrac{{}^{8}C_2 \times n \times {}^{n-1}A_6}{{}^{n}A'_8}$

(D) $\dfrac{{}^{8}C_2 \times n \times {}^{n-1}A_6 \times 8!}{n^8}$

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.1.**	**2.2.1**	**2.2.2**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.1.**	**8.2.1**	**8.2.2**	**8.3.**	**Total**
8	20	20	20	20	20	8	20	8	8	20	20	8	**200**

TESTE N.º 2 – Proposta de resolução

1. Opção (B)

Tem-se que $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{3}{5}$ e $P(A|B) = \frac{2}{3}$.

- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{3}{5} \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) = \frac{3}{5} \Leftrightarrow 1 - P(A \cap B) = \frac{3}{5}$

  $\Leftrightarrow 1 - \frac{3}{5} = P(A \cap B)$

  $\Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5}$

- $P(A|B) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{\frac{2}{5}}{P(B)} = \frac{2}{3}$

  $\Leftrightarrow P(B) = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}}$

  $\Leftrightarrow P(B) = \frac{6}{10}$

  $\Leftrightarrow P(B) = \frac{3}{5}$

Pretende-se determinar o valor de $P(B|A)$:

$P(B \backslash A) = P(B \cap \overline{A}) = P(B) - P(A \cap B) =$

$= \frac{3}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1}{5} =$

$= 0{,}2$

2.

2.1. O número de maneiras distintas de colocar os cinco amigos lado a lado, sem restrições, é igual a 5! = 120.

Determinemos agora o número de maneiras distintas de colocar os cinco amigos lado a lado com a Raquel e o namorado juntos:

$$\underbrace{\_R\_ \quad \_N\_}_{2!} \times \underbrace{\_\_ \quad \_\_ \quad \_\_}_{3!} \times 4 = 48$$

2! é o número de maneiras de a Raquel e o namorado trocarem entre si; 3! é o número de maneiras de os três amigos trocarem entre si e 4 é o número de posições diferentes que o casal de namorados pode ocupar na fila.

Assim, se ao número de maneiras distintas de colocar os cinco amigos, sem restrições, subtrairmos o número de maneiras distintas de colocar os cinco amigos com o casal de namorados juntos, temos o número de maneiras de colocar os cinco amigos em fila com a Raquel e o namorado separados: 120 – 48 = 72

2.2.

2.2.1. Número de casos possíveis:

$$\underbrace{{}^{16}C_8}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de colocar as}\\ \text{cápsulas pretas}}} \times \underbrace{{}^{8}C_5}_{\substack{\text{Número de maneiras de}\\ \text{colocar as 5 cápsulas}\\ \text{douradas nos 8}\\ \text{compartimentos que sobram}}} \times \underbrace{{}^{3}C_2}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de colocar as}\\ \text{2 cápsulas verdes nos}\\ \text{3 compartimentos que sobram}}} \times 1$$

Número de casos favoráveis:

$$\underbrace{4}_{\substack{\text{Escolher a coluna}\\ \text{ocupada com}\\ \text{cápsulas}\\ \text{douradas}}} \times \underbrace{12}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de colocar a}\\ \text{cápsula dourada}\\ \text{restante}}} \times \underbrace{{}^{11}C_8}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de colocar as 8}\\ \text{cápsulas pretas nos 11}\\ \text{compartimentoe}\\ \text{restantes}}} \times \underbrace{{}^{3}C_2}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de colocar as 5}\\ \text{cápsulas douradas}\\ \text{nos 8 compartimentos}\\ \text{que sobram}}} \times 1$$

	D		D
	D		
	D		
	D		

Logo, a probabilidade pedida é igual a:

$$\frac{4 \times 12 \times {}^{11}C_8 \times {}^{3}C_2 \times 1}{{}^{16}C_8 \times {}^{8}C_5 \times {}^{3}C_2 \times 1} = \frac{23\,760}{2\,162\,160} = \frac{1}{91}$$

2.2.2. $P(A \cap B|\bar{C})$ representa a probabilidade de a Raquel escolher uma cápsula roxa e duas cápsulas verdes, sabendo que as cápsulas escolhidas não são todas da mesma cor.

De acordo com a regra de Laplace, a probabilidade de um acontecimento é igual ao quociente entre o número de casos favoráveis a esse acontecimento e o número de casos possíveis, quando estes são equiprováveis e em número finito. Admitindo que a Raquel não escolheu todas as cápsulas da mesma cor, temos ${}^{16}C_5 - {}^{8}C_5 - {}^{5}C_5$ casos possíveis.

Se ao número de maneiras de escolher cinco cápsulas de entre as dezasseis, sem restrições, ${}^{16}C_8$, retirarmos o número de maneiras de escolher cinco cápsulas pretas, ${}^{8}C_5$, e o número de maneiras de escolher cinco cápsulas douradas, ${}^{5}C_5$, obtemos ${}^{16}C_5 - {}^{8}C_5 - {}^{5}C_5$, que representa o número de conjuntos de cinco cápsulas que não são todos da mesma cor.

Como, destes casos, pretendemos determinar aqueles em que a Raquel escolhe uma cápsula roxa e duas cápsulas verdes, temos ${}^{1}C_1 \times {}^{2}C_2 \times {}^{13}C_2$ casos favoráveis.

Só existe um modo de escolher a cápsula roxa, ${}^{1}C_1$, e um modo de escolher as duas cápsulas verdes, ${}^{2}C_2$, e existem ${}^{13}C_2$ modos distintos de escolher as duas cápsulas restantes de entre treze cápsulas (oito pretas e cinco douradas) para completar o conjunto de cinco cápsulas. Assim, a probabilidade pedida é igual a:

$$\frac{{}^{1}C_1 \times {}^{2}C_2 \times {}^{13}C_2}{{}^{16}C_5 - {}^{8}C_5 - {}^{5}C_5} = \frac{78}{4311} = \frac{26}{1437}$$

3. O termo geral deste desenvolvimento é:

$$ {}^6C_p \times \left(2\sqrt{x}\right)^{6-p} \times \left(\frac{k}{x}\right)^p, p \in \{0,1,2,3,4,5,6\} $$

$$ = {}^6C_p \times 2^{6-p} \times x^{3-\frac{p}{2}} \times k^p \times x^{-p}, p \in \{0,1,2,3,4,5,6\} $$

$$ = {}^6C_p \times 2^{6-p} \times k^p \times x^{3-\frac{3p}{2}}, p \in \{0,1,2,3,4,5,6\} $$

Para determinarmos o termo independente, faz-se:

$$ 3 - \frac{3p}{2} = 0 \Leftrightarrow 3 = \frac{3p}{2} \Leftrightarrow p = 2 $$

Logo:

$$ {}^6C_2 \times 2^{6-2} \times k^2 = 3840 \Leftrightarrow 15 \times 16 \times k^2 = 3840 \Leftrightarrow k^2 = \frac{3840}{240} \Leftrightarrow k^2 = 16 \Leftrightarrow k = \pm 4 $$

Como $k > 0$, então $k = 4$.

4. Consideremos os seguintes acontecimentos:

A: “a aluna escolhida frequenta o 9.º ano.”

B: “a aluna escolhida tem altura superior a 1,7 metros.”

Sabemos que $P(B|A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{11}{21}$ e $P(A \cap B) = \frac{2}{7}$.

Comecemos por construir uma tabela de dupla entrada com a informação recolhida:

	A	$\overline{A}$	**Total**
B	$\frac{2}{7}$		$\frac{11}{21}$
$\overline{B}$			
Total			1

$$ P(B|A) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{\frac{2}{7}}{P(A)} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{\frac{2}{7}}{\frac{2}{3}} = P(A) $$

$$ \Leftrightarrow P(A) = \frac{6}{14} $$

$$ \Leftrightarrow P(A) = \frac{3}{7} $$

- $P\left(B \cap \overline{A}\right) = \frac{11}{21} - \frac{2}{7} = \frac{5}{21}$
- $P\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$
- $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = \frac{4}{7} - \frac{5}{21} = \frac{7}{21}$

	A	$\overline{A}$	**Total**
B	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{11}{21}$
$\overline{B}$		$\frac{7}{21}$	
Total	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	1

Pretendemos determinar:

$$ P\left(\overline{B}|\overline{A}\right) = \frac{P\left(\overline{B} \cap \overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{\frac{7}{21}}{\frac{4}{7}} = \frac{49}{84} \approx 0{,}58 $$

5. Opção (A)

Sabemos que ${}^{n}C_{12} = {}^{n}C_{19}$. Logo, $n = 12 + 19 = 31$. O elemento central da linha seguinte é ${}^{32}C_{16}$.

6. $P(A|(B\cap C)) \times P(C) + P\big(A|(B\cap \overline{C})\big) \times P\big(\overline{C}\big) = \frac{P(A\cap(B\cap C))}{P(B\cap C)} \times P(C) + \frac{P(A\cap(B\cap\overline{C}))}{P(B\cap\overline{C})} \times P\big(\overline{C}\big) =$

$$\underbrace{=}_{\substack{B \text{ e } C \text{ acontecimentos} \\ \text{independentes}}} \frac{P\big(A\cap(B\cap C)\big)}{P(B)\times P(C)} \times P(C) + \frac{P\big(A\cap(B\cap\overline{C})\big)}{P(B)-P(B\cap C)} \times P\big(\overline{C}\big) =$$

$$\underbrace{=}_{\substack{B \text{ e } C \text{ acontecimentos} \\ \text{independentes}}} \frac{P\big((A\cap B)\cap C\big)}{P(B)} + \frac{P\big((A\cap B)\cap\overline{C}\big)}{P(B)-P(B)\times P(C)} \times P\big(\overline{C}\big) =$$

$$= \frac{P\big((A\cap B)\cap C\big)}{P(B)} + \frac{P\big((A\cap B)\cap\overline{C}\big)}{P(B)(1-P(C))} \times P\big(\overline{C}\big) =$$

$$= \frac{P\big((A\cap B)\cap C\big)}{P(B)} + \frac{P\big((A\cap B)\cap\overline{C}\big)}{P(B)\,P\big(\overline{C}\big)} \times P\big(\overline{C}\big) =$$

$$= \frac{P\big((A\cap B)\cap C\big) + P\big((A\cap B)\cap\overline{C}\big)}{P(B)} =$$

$$= \frac{P(A\cap B)}{P(B)} =$$

$= P(A|B)$, como queríamos demonstrar.

7. Opção (B)

2^{10} é o número total de subconjuntos de um conjunto com dez elementos, onde está incluído o conjunto vazio, dez conjuntos com apenas 1 elemento e ${}^{10}C_2$ conjuntos com 2 elementos.

Como se pretende que as pizas tenham pelo menos três ingredientes, podemos então fazer

$2^{10} - 1 - 10 - {}^{10}C_2 = 1024 - 1 - 10 - 45 = 968$ pizas diferentes nas condições pretendidas.

8.

8.1. Opção (A)

Número de casos possíveis: ${}^{12}C_2 = 66$

Número de casos favoráveis: 6

A probabilidade pretendida é igual a $\frac{6}{66} = \frac{1}{11}$.

8.2.

8.2.1. Números primos de 1 a 7: 2, 3, 5 e 7

${}^{4}C_2 \times 2! \times 5! = 1440$ maneiras

- ${}^{4}C_2$ é o número de maneiras de escolher os dois números primos de entre os quatro existentes, para colocar nas duas bases;

- 2! é o número de maneiras de permutar esses dois números primos entre si;
- 5! é o número de maneiras de permutar os restantes algarismos que faltam colocar nas restantes cinco faces laterais que ainda não estão numeradas.

8.2.2. Como dispomos apenas de 4 algarismos ímpares e 3 algarismos pares, apenas podemos considerar as seguintes maneiras de numerar as restantes cinco faces laterais:

- com 4 ímpares e 1 par;
- com 3 ímpares e 2 pares;
- com 2 ímpares e 3 pares;

sendo a soma par no primeiro e no terceiro formato e ímpar no formato do meio. Assim:

$$\_8\_ \quad \underbrace{\_i\_ \quad \_i\_ \quad \_i\_ \quad \_i\_} \quad \_p\_$$

$$1 \times \underbrace{4!}_{\substack{\text{Número de maneiras de}\\ \text{permutar os algarismos}\\ \text{ímpares (1,3,5 e 7) entre si}}} \times \underbrace{3}_{\substack{\text{Escolha do}\\ \text{algarismo}\\ \text{par (2,4 ou 6)}}} \times \underbrace{5}_{\substack{\text{Número de}\\ \text{posições para o}\\ \text{algarismo par}}} \times \underbrace{2!}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de permutar os}\\ \text{restantes 2 algarismos}\\ \text{para as bases}}}$$

ou

$$\_8\_ \quad \underbrace{\_i\_ \quad \_i\_} \quad \underbrace{\_p\_ \quad \_p\_ \quad \_p\_}$$

$$1 \times \underbrace{4 \times 3}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de escolher}\\ \text{ordenadamente}\\ \text{dois algarismos ímpares}}} \times \underbrace{3!}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de permutar os}\\ \text{algarismos pares}\\ \text{restantes entre si (2,4 e 6)}}} \times \underbrace{{}^{5}C_2}_{\substack{\text{Número de}\\ \text{maneiras de escolher}\\ \text{2 posições para os}\\ \text{algarismos ímpares}}} \times \underbrace{2!}_{\substack{\text{Número de maneiras}\\ \text{de permutar os}\\ \text{restantes 2 algarismos}\\ \text{para as bases}}}$$

Logo, $4! \times 3 \times 5 \times 2! + 4 \times 3 \times 3! \times {}^{5}C_2 \times 2! = 2160$ é o número de maneiras nas condições pedidas.

8.3. Opção (C)

Número de casos possíveis: __ __ __ __ __ __ __ __

$$n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = n^8 = {}^{n}A'_8$$

Número de casos favoráveis: ${}^{8}C_2 \times {}^{n}C_1 \times {}^{n-1}A_6$

- ${}^{8}C_2$ é o número de maneiras de escolher qual o conjunto de duas faces de entre as oito que serão pintadas da mesma cor;
- ${}^{n}C_1$ é o número de maneiras de escolher qual a cor de entre as n a utilizar nas faces pintadas da mesma cor;
- ${}^{n-1}A_6$ é o número de maneiras de pintar ordenadamente as restantes seis faces com as $n-1$ cores ainda disponíveis.

Assim, a probabilidade pedida é igual a $\frac{{}^{8}C_2 \times {}^{n}C_1 \times {}^{n-1}A_6}{{}^{n}A'_8}$.