



www.esffranco.edu.pt

(2025/2026)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 5

1.º Período

15/10/2025

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

- Sejam A e B subconjuntos num universo U , onde se sabe que $B \subset A$.
Pode concluir-se que $A \setminus (A \cap B)$ é igual a:
(A) B (B) A (C) U (D) $\emptyset$
- No triângulo de Pascal, a soma do segundo com o terceiro elementos de uma certa linha n é igual a dez vezes o segundo elemento da linha seguinte ($n > 1$).
Calcule o maior elemento dessa linha n .
- Considere o desenvolvimento de $(\sqrt{x} + 2)^{10}$, onde $x \geq 0$.
Sobre o coeficiente do termo em x^3 :
(A) não existe; (B) é igual a 3360; (C) é igual a 13 440; (D) é igual a 11 520.
- O Efigénio tem uma coleção de doze copos de cerveja diferentes, quatro deles belgas.
Considere as proposições seguintes.
 - Ao colocar os copos numa mesa, lado a lado, há 967 680 maneiras de os copos belgas ficarem juntos.
 - Há 4095 maneiras de o Efigénio colocar os doze copos em duas prateleiras, pelo menos dois copos em cada prateleira.Justifique que as proposições I e II são falsas.
Na sua resposta, apresente, para cada uma das proposições, uma razão que justifique a sua falsidade.



5. Considere todos os números de seis algarismos.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Considerando todos os números de seis algarismos, existem **I** com os algarismos todos diferentes e, quanto aos números pares, capicuas e com os três primeiros algarismos diferentes, existem **II**. Além disso, pode concluir-se que existem **III** números com pelo menos um algarismo par.

Sabendo que $324\,000 = 2^5 \times 3^4 \times 5^3$, conclui-se que 324 000 tem **IV** divisores naturais ímpares.

I	II	III	IV
a) 151 200	a) 3600	a) 884 375	a) 20
b) 60 480	b) 288	b) 993 421	b) 32
c) 136 080	c) 144	c) 1 000 012	c) 48

6. Para uma palavra-passe de um sítio na internet, são necessários dez caracteres: os primeiros três caracteres (os mais à esquerda) são compostos por três letras (de entre 26) e os outros sete, por algarismos.

Determine quantas dessas palavras-passe têm exatamente duas vogais e quatro algarismos 4.

7. De 12 a 28 de setembro deste ano realizou-se o Campeonato do Mundo de Voleibol Masculino em Manila, capital das Filipinas.



Portugal esteve presente com catorze jogadores e seis elementos da equipa técnica.

7.1. Depois de vencer a Colômbia, todos os vinte elementos de Portugal posaram para uma fotografia no campo, ficando nove pessoas atrás, cinco no meio e seis à frente.

De quantas maneiras diferentes se podiam dispor as vinte pessoas para a fotografia se os elementos da equipa técnica ficassem atrás, todos à esquerda ou todos à direita?

(A) $14! \times 6!$

(B) $14! \times 6! \times 2$

(C) ${}^{14}A_3 \times 6! \times 5!$

(D) ${}^{14}A_3 \times 6! \times 2$



7.2. De entre os catorze jogadores, havia três distribuidores.

Suponha-se que os catorze jogadores alinharam lado a lado para uma outra fotografia.

De quantas maneiras se podiam ter disposto os jogadores se não houvesse distribuidores juntos?

Apresente o resultado na forma $a \times 10^n$, com a arredondado às milésimas e $n \in \mathbb{N}$.

8. Uma associação de estudantes tem 32 sócios, entre os quais um casal de namorados. Vai ser constituída uma comissão com oito estudantes. Nessa comissão, há um líder, um vice-líder, um tesoureiro e cinco vogais. Determine o número de comissões diferentes que se podem formar, ou com o casal de namorados ou sem o casal de namorados.

9. A Ilvécia vai guardar os cinco bombons com recheio de frutos secos que restaram depois de uma festa: um de amêndoa, um de avelã, um de noz, um de pistácio e um de pinhão. Ela só tem uma caixa com dezasseis compartimentos, numerados de 1 a 16, para colocar, aleatoriamente, os cinco bombons, um bombom em cada compartimento. Os dezasseis compartimentos estão dispostos em quatro linhas por quatro colunas, como se ilustra na figura.

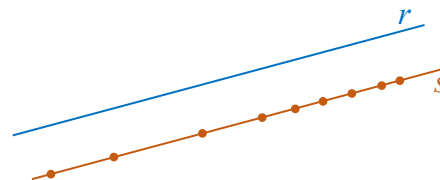
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

A expressão seguinte permite determinar o número de maneiras diferentes de os cinco bombons ficarem em apenas duas linhas, onde cada linha tem pelo menos dois bombons.

$${}^5C_2 \times {}^4C_2 \times {}^4A_2 \times {}^4A_3 \times 2$$

Explique, no contexto descrito, a expressão anterior.

10. Considere, num dado plano, as retas paralelas r e s . Assinalam-se, na reta r , n pontos distintos ($n \geq 2$) e, na reta s , nove pontos, igualmente distintos.



- 10.1. Quantos quadriláteros convexos é possível definir com todos os $n + 9$ pontos?

(A) $12n^2 + 12n$

(B) $36n^2 - 36n$

(C) $6n^2 + 6n$

(D) $18n^2 - 18n$

- 10.2. Suponha que $n = 21$.

Determine o número de triângulos que têm vértices em três dos trinta pontos.

11. Uma caixa tem dez fichas amarelas e dez fichas verdes, só distinguíveis pela cor.

- 11.1. Pretende-se dispor todas as fichas numa mesa, lado a lado.

De quantas maneiras o podemos fazer começando e acabando com uma ficha amarela?

- 11.2. Suponha agora que se extraem cinco fichas ao acaso da caixa.

Determine o número de maneiras de haver mais fichas amarelas.



12. Resolva, em $\mathbb{N}$, a equação $5! \times (n+2)! \times {}^{n+5}C_n = 812 \times {}^{n+5}A_2 \times (n+3)!$.

FIM

COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.1	7.2.	8.	9.	10.1.	10.2.	11.1.	11.2.	12.
8	16	8	16	8	16	8	16	16	16	8	16	16	16	16
														200