



www.esffranco.edu.pt
(2020/2021)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 6

1.º Período

20/10/2020

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Num universo U , considere os subconjuntos A , B e C , onde se tem $B \subset C$.

A expressão $(\overline{A \cup C}) \cup (A \cap \overline{B})$ é igual a:

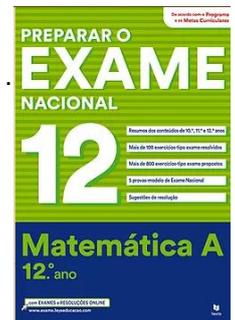
- (A) $A \setminus B$ (B) $A \cup \overline{B}$ (C) $A \cap B$ (D) \emptyset

2. Considere a equação ${}^{21}C_8 - {}^{20}C_{2n} - {}^{20}C_{2n+1} = 0$.

Qual é, em \mathbb{N} , o conjunto solução dessa equação?

- (A) $\{8; 13; 21\}$ (B) $\{3; 5; 6\}$ (C) $\{6\}$ (D) $\{3, 5\}$

3. Calcule, se existir, o termo independente de x do desenvolvimento de $(\sqrt{x} + \frac{1}{x})^{18}$, onde $x > 0$.



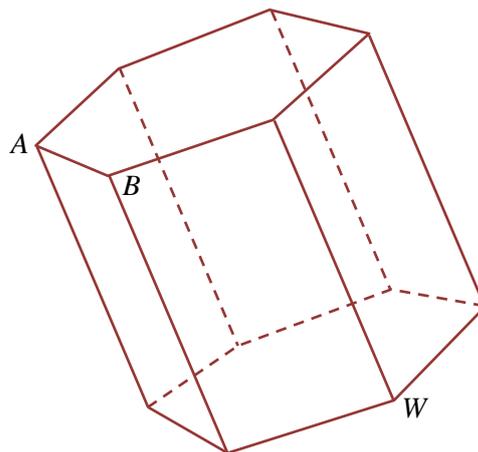
4. Considere o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

4.1. Quantos números de quatro algarismos do conjunto A existem de modo que sejam inferiores a 4350?

- (A) 913 (B) 909 (C) 445 (D) 428

4.2. Considere todos os números de seis algarismos que se podem formar com os algarismos do conjunto A . Determine quantos deles têm, pelo menos, um algarismo primo.

5. Na figura ao lado, está representado um prisma hexagonal regular. Tal como essa figura sugere, três dos vértices desse prisma estão designados pelas letras A , B e W . Consideremos o alfabeto português com 26 letras, 6 das quais vogais.



Nota: não se pode utilizar a mesma letra para designar vértices diferentes.

5.1. Pretende-se designar os restantes nove vértices do prisma, utilizando as outras letras.

De quantas maneiras diferentes podemos designar esses nove vértices, de tal modo que a letra A seja a única vogal?

- (A) 18×9
- (B) $9!$
- (C) ${}^{18}C_9$
- (D) ${}^{18}C_9 \times 9!$

5.2. Pretende-se agora designar os restantes nove vértices do prisma de tal modo que as primeiras seis letras do alfabeto fiquem numa das bases.

Determine o número de maneiras para esta situação.

5.3. Suponha que todos os vértices têm uma letra.

Dispomos de 10 cores para pintar todas as faces do prisma onde devem ser respeitadas as seguintes condições:

- cada face é pintada com uma única cor;
- as faces laterais têm de ficar pintadas com cores diferentes;
- as bases têm de ficar pintadas com cores diferentes das cores das faces laterais (mas podem ter a mesma cor ou não).

De quantas maneiras diferentes pode ficar pintado o prisma?

6. Para uma promoção numa cervejaria, vão ser colocadas, na montra, 8 cervejas industriais e 5 cervejas caseiras, todas diferentes, lado a lado.

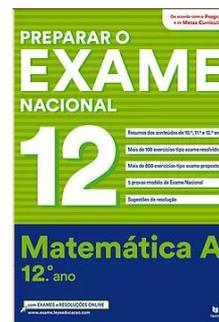


6.1. Sabe-se que existem ${}^9C_5 \times 5! \times 8!$ maneiras diferentes de poderem ser colocadas as cervejas na montra numa certa disposição.

Qual pode ser essa disposição?

- (A) Maneira de as cervejas caseiras ficarem todas juntas.
- (B) Maneira de as cervejas caseiras não ficarem todas juntas.
- (C) Maneira de haver, à esquerda, duas cervejas caseiras juntas, seguidas de cinco industriais juntas.
- (D) Maneira de não haver duas cervejas caseiras juntas.

6.2. Determine o número de maneiras diferentes de colocar as cervejas na montra de modo que haja duas cervejas caseiras em cada extremo.



7. A comissão política do PSFP tem 20 elementos, sendo sete deles mulheres. Vão ser eleitos, para a direção, um presidente, quatro vice-presidentes e um tesoureiro.



7.1. Quantas direções existem com essas condições?

7.2. Admita que os quatro vice-presidentes têm quatro tarefas distintas.

7.2.1. Quantas direções existem com pelo menos um homem e pelo menos uma mulher?

7.2.2. Sabe-se que os dois irmãos Paiva pertencem à comissão política mas não podem pertencer simultaneamente a nenhuma direção.

Quantas são as direções possíveis?

8. Considere uma palavra portuguesa com 11 letras, onde se sabe que as únicas letras repetidas são:

- três letras M;
- duas letras E;
- duas letras R.

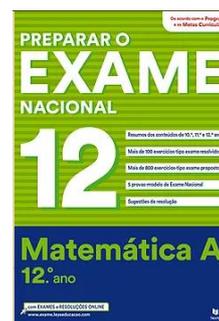
Em quantos anagramas dessa palavra as letras E e R estão juntas?

Uma resposta para este problema é ${}^9C_3 \times {}^6C_2 \times 4! \times 4$.

Elabore uma pequena composição na qual explique o raciocínio que conduziu a essa resposta.

9. Resolva, em \mathbb{N} , a equação $\frac{{}^{n+2}C_3}{n} - \frac{(n+2)!}{12n!} = 46$.

FIM



COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	5.3.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.1.	7.2.2.	8.	9.	200
8	8	20	8	13	8	13	17	8	13	13	17	17	17	20	