

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura junta está o quadrilátero  $[ABCD]$  num referencial o.n.  $xOy$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(0, 2\sqrt{3})$ ;
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(8, 8)$ ;
- $\vec{DC} = (4 + \sqrt{3}, 3)$ .

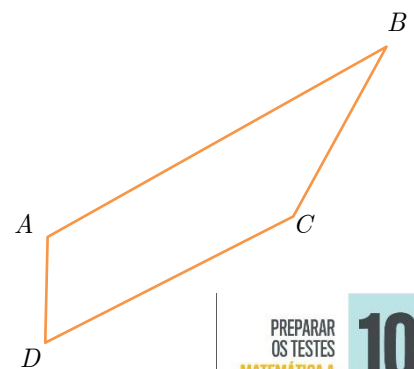
Qual é a proposição verdadeira?

(A)  $\vec{AB}$  e  $\vec{DC}$  não são colineares e  $\|\vec{DC}\| = \sqrt{28 + 8\sqrt{3}}$

(B)  $\vec{AB}$  e  $\vec{DC}$  não são colineares e  $\|\vec{DC}\| = 2\sqrt{7}$

(C)  $\vec{AB}$  e  $\vec{DC}$  são colineares e  $\|\vec{DC}\| = \sqrt{28 + 8\sqrt{3}}$

(D)  $\vec{AB}$  e  $\vec{DC}$  são colineares e  $\|\vec{DC}\| = 2\sqrt{7}$



2. Considere o trapézio  $[ABCD]$  representado no referencial o.n.  $xOy$  da figura.

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  pertencente ao segundo quadrante;
- o ponto  $B$  tem coordenadas  $(5, 4)$ ;
- o ponto  $C$  tem coordenadas  $(3, -1)$ ;
- o ponto  $D$  pertencente ao eixo  $Oy$ ;
- os segmentos  $[AB]$  e  $[CD]$  são paralelos ao eixo das abcissas.

2.1. Qual das seguintes equações define uma reta paralela à reta  $BC$ ?

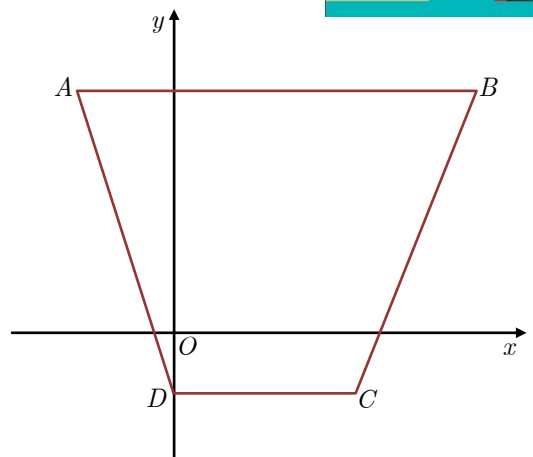
(A)  $y = -\frac{5}{2}x$

(B)  $y = \frac{5}{2}x$

(C)  $y = -\frac{2}{5}x$

(D)  $y = \frac{2}{5}x$

2.2. Determine as coordenadas do ponto  $A$  sabendo que a área do trapézio  $[ABCD]$  é igual a 24.

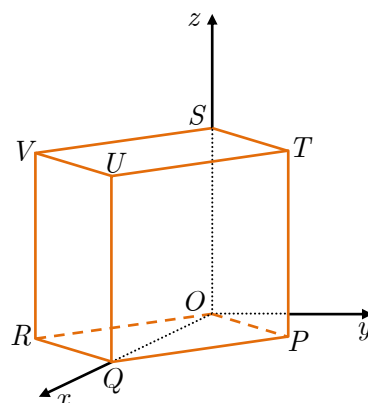


3. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a esfera de inequação  $x^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 \leq 10$ .
- 3.1. Quais são as equações dos planos paralelos ao plano  $xOz$  e tangentes à esfera?
- (A)  $x = -3 - \sqrt{10}$  e  $z = -3 + \sqrt{10}$       (B)  $y = 3 - \sqrt{10}$  e  $y = 3 + \sqrt{10}$   
(C)  $y = -13$  e  $y = 7$       (D)  $y = -3 - \sqrt{10}$  e  $y = -3 + \sqrt{10}$
- 3.2. O plano definido por  $z = 3$  intersesta a esfera segundo um círculo.  
Determine o seu centro e o seu raio.

4. No referencial o.n.  $Oxyz$  da figura, está representado o prisma quadrangular regular  $[OPQRSTU]$ .

Sabe-se que:

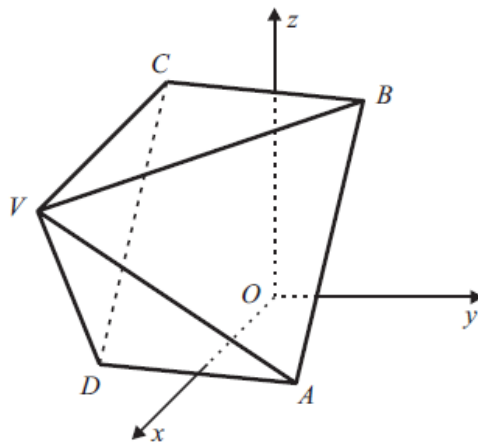
- a face  $[OPQR]$  está contida no plano  $xOy$ ;
- o vértice  $Q$  pertence ao eixo  $Ox$  e o vértice  $S$  pertence ao eixo  $Oz$ ;
- o vértice  $T$  tem coordenadas  $(1,1,2)$  e o vértice  $U$  tem coordenadas  $(2,0,2)$ .



- 4.1. Determine uma condição cartesiana reduzida:
- 4.1.1. da reta  $UQ$ ;
- 4.1.2. do plano medidor do segmento de reta  $[UT]$ , na forma  $ax + by + cz + d = 0$ .
- 4.1.3. da superfície esférica de diâmetro  $[QS]$ .
- 4.2. Os vetores  $\vec{PS}$  e  $\vec{u}(6k,5,-10)$  são colineares. Qual é o valor de  $k$ ?
- (A)  $\frac{3}{5}$       (B)  $-\frac{5}{3}$       (C)  $\frac{5}{6}$       (D)  $\frac{6}{5}$
- 4.3. Determine o volume do prisma  $[OPQRSTU]$ .
- 4.4. Seja  $A$  um ponto pertencente ao plano  $STU$  e tal que a sua ordenada é igual ao quadrado da sua abcissa  $x$ . Sabendo que  $\overline{AR} = 5$ , determine, recorrendo à calculadora gráfica, o(s) valo(es) possíveis de  $x$ .  
Na sua resposta:
- equacione o problema;
  - reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora e que lhe permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização  $[-3,3] \times [0,6]$  ou  $[-3,3] \times [0,30]$ );
  - apresente a(s) abcissa(s) pedida(s) arredondada às centésimas.



5. Na figura, está representada, num referencial o.n.  $Oxyz$ , a pirâmide quadrangular regular  $[ABCDV]$ . Sabe-se que:
- o vértice  $A$  tem coordenadas  $(2,1,0)$ ;
  - o vértice  $C$  tem coordenadas  $(0,-1,c)$ , onde  $c \in \mathbb{R}$ ;
  - o vértice  $V$  tem coordenadas  $(3,-1,2)$ ;
  - $\overrightarrow{CB} = \left(1, \frac{\sqrt{6}}{2} + 1, \frac{\sqrt{6}}{2} - 1\right)$ ;
  - A reta  $AC$  está definida pela seguinte equação vetorial:  
 $(x, y, z) = (2, 1, 0) + k(1, 1, -1), k \in \mathbb{R}$



- 5.1. Considere a esfera de centro na origem e que passa no ponto  $V$ .  
O ponto  $A$  pertence a essa esfera? Justifique.
- 5.2. Qual é o valor da cota do vértice  $C$ ?
- (A) 2      (B) 3      (C)  $\frac{\sqrt{6}}{2} + 1$       (D)  $\frac{\sqrt{6}}{2} - 1$
- 5.3. Determine as coordenadas do ponto de interseção da reta  $AC$  com o plano de equação  $y = 5$ .
- 5.4. Escreva uma equação vetorial da reta que passa em  $D$  e é paralela à reta  $AV$ .

Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 1.ª fase de 2019

6. Considere, num referencial o.n. espacial, a reta  $r$  definida por  $(x, y, z) = (5, -2, 3) + k(1, -3, 0), k \in \mathbb{R}$  e o ponto  $A$ , de coordenadas  $(5,0,0)$ .  
Determine as coordenadas do ponto  $P$  da reta  $r$ , de ordenada positiva, e tal que  $\overline{AP} = \sqrt{35}$ .

FIM



### COTAÇÕES

Item																
Cotação (em pontos)																
1.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	4.1.1.	4.1.2.	4.1.3.	4.2.	4.3.	4.4.	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	6.	
8	8	17	8	14	11	17	17	8	14	14	11	8	14	14	17	<b>200</b>