



www.esffranco.edu.pt

(2024/2025)

3.º Período

30/05/2025

Duração: 120 minutos

Nome: _____

N.º: _____

Classificação: _____

--	--	--

O professor: _____

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Numa certa linha do triângulo de Pascal, sabe-se que o produto entre os dois primeiros e os dois últimos elementos é igual a 324.

Qual é o maior elemento dessa linha?

(A) 75 582

(B) 92 378

(C) 43 758

(D) 48 620

2. Finalistas da Escola Secundária de Francisco Franco (FF) e de outras escolas fizeram uma viagem na Páscoa.

2.1. Admita que:

- 70% dos finalistas eram rapazes;
- havia tantas raparigas da FF como raparigas de outras escolas;
- de entre os rapazes, $\frac{2}{7}$ eram de outras escolas.

Escolhe-se, ao acaso, um dos finalistas da FF que fizeram a viagem na Páscoa.

Determine a probabilidade de ele ser um rapaz.

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

- 2.2. Numa das viagens de autocarro, nove finalistas sentaram-se em nove lugares na parte de trás do autocarro, sendo a Leonor, o Martim e a Paula três desses finalistas.

Como se pode ver no esquema ao lado, há cinco lugares na zona I e quatro lugares na zona II (2+2).

De quantas maneiras se podiam ter sentado os nove finalistas se a Leonor e a Paula quisessem ficar juntas, ou na zona I ou na zona II, e o Martim não ficasse na mesma zona delas?



Roberto Oliveira

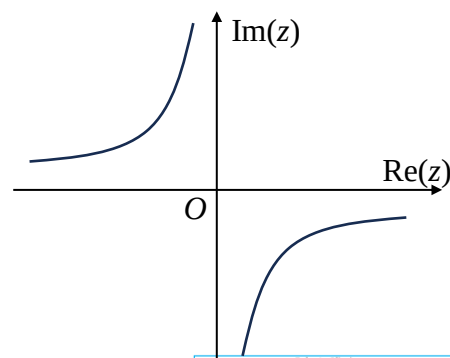
Exercícios
de
MATEMÁTICA A
para preparar o
Exame Nacional de
2024
(inclui **3 provas modelo**)

Contém:
** mais de 300 testes originais de Matemática A
** 3 provas modelo originais de Matemática A
** resolução de TODOS os exercícios

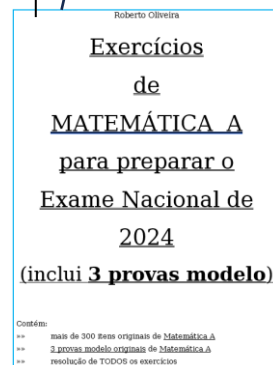
I	I	I	I	I
II	II		II	II

3. Considere a região do plano complexo na figura junta.
Qual das condições seguintes pode definir, no conjunto dos números complexos $\mathbb{C}$, a reta da figura?

- (A) $z + \bar{z} = 3$
(B) $z + \bar{z} = -3$
(C) $\operatorname{Re}(z) \times \operatorname{Im}(z) - 3 = 0$
(D) $\operatorname{Re}(z) \times \operatorname{Im}(z) + 3 = 0$



4. Considere o número complexo z cujo afixo está no quarto quadrante.
Sabendo que $|z| = 2\sqrt{15} \wedge \operatorname{Re}(z) = -3 \operatorname{Im}(z)$, determine z na forma algébrica.



5. Considere, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, os números $w_1 = -5 + 3i$ e $w_2 = bi$, com $b < 0$.
Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.
Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Se $b = -1$, $\frac{2w_2}{w_1}$ é igual a **I** e, sendo w_2 uma das soluções da equação $z^2 + (3 + 2i)z - 1 + 3i = 0$, a outra solução é **II**.

$w_1 + w_2 = 2a - 2i$ se e só se **III**.

$|w_2 \times w_1| = 34$ se e só se **IV**.

I	II	III	IV
a) $\frac{1}{5} - \frac{1}{5}i$	a) $3 - i$	a) $a = -\frac{5}{2} \wedge b = -5$	a) $b = -\sqrt{34}$
b) $\frac{3}{17} - \frac{5}{17}i$	b) $-3 - i$	b) $a = -\frac{5}{2} \wedge b = -3$	b) $b = -\sqrt{26}$
c) $\frac{3}{17} + \frac{5}{17}i$	c) $\sqrt{1 - 3i}$	c) $a = \frac{2}{5} \wedge b = -5$	c) $b = -\sqrt{14}$

6. Considere, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, o número $z = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$.

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

- 6.1. Considere o número complexo w de módulo $\frac{(2 - 2i)^2}{4i^{79}}$ e onde um seu argumento é $-\frac{28\pi}{3}$.

Verifique se os números z e w são iguais.

- 6.2. Determine o menor número natural n para o qual o número complexo $\left(\frac{z}{-1+i}\right)^n$ é um número real e determine-o.

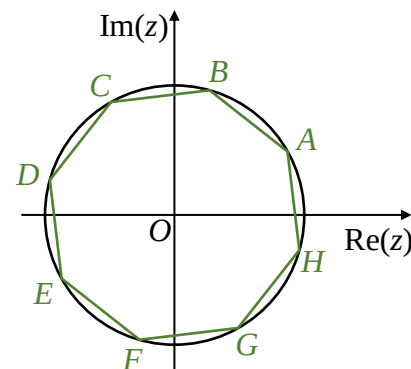
7. Na figura ao lado, está representado, no plano complexo, o octógono $[ABCDEFGH]$ inscrito numa circunferência centrada na origem.

Os vértices do octógono são os afijos das raízes de índice n de um certo número complexo z .

Sabe-se que A é o afixo do número complexo $z_A = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

Seja z_C o número cujo afixo é o vértice C .

Sem recorrer à calculadora, determine, na forma algébrica, o número $z_C \times (2 - i)$



8. Seja h a função, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por $h(x) = \cos x - \cos(2x)$.

Pretende-se determinar as abcissas dos pontos de inflexão do gráfico de h .

Qual é a equação a resolver?

- (A) $4 \sin(2x) = \sin x$ (B) $2 \sin(2x) = \sin x$ (C) $4 \cos(2x) = \cos x$ (D) $2 \cos(2x) = \cos x$

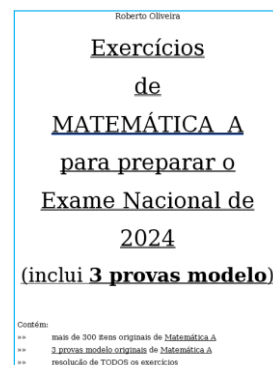
9. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sin(2x-2)} & \text{se } 0 < x < 1 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 1 \\ \frac{e^{x-1}-1}{x^2-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$.

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

9.1. Estude a continuidade de f em $x = 1$.

9.2. Resolva, em $]1, +\infty[$, a equação $f(x) = \frac{e^{2x-2}-3}{x^2-1}$.

Apresente a solução na forma $x = \ln a$, sendo a um número real positivo.



10. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \begin{cases} \frac{e^{x+2}}{x} & \text{se } x < 0 \\ \ln x - 2x^2 + 3x & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

10.1. Estude o gráfico da função g quanto à existência de assíntotas verticais.

10.2. Escreva a equação da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa -2 .

10.3. Estude, no intervalo $]0, +\infty[$, a função g quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.

Na sua resposta, apresente o(s) intervalo(s) de monotonia.

11. No referencial o.n. xOy da figura, está representado parte do gráfico da função h , de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por

$$h(x) = 3 - \frac{\ln x}{x}.$$

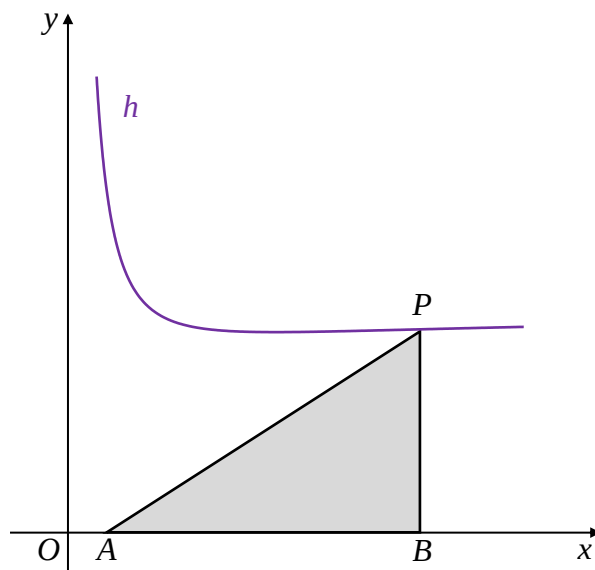
Considere os pontos do eixo Ox , A de abscissa $\frac{1}{2}$ e B de abscissa superior a $\frac{1}{2}$.

Considere ainda que um ponto P , de abscissa igual à de B , se desloca no primeiro quadrante sobre o gráfico da função h .

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine a abscissa de P de modo que a área do triângulo $[ABP]$ seja igual a 5.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação;
- apresente o valor pedido arredondado às centésimas.



12. Admita que o número de animais numa quinta é dado, após t anos, aproximadamente por $A(t) = A_0 \times e^{0,52t}$, sendo A_0 o número de animais no início da contagem.

Pode concluir-se que, todos os anos, a população de animais na quinta cresce, aproximadamente:

- (A) 68% (B) 52% (C) 24% (D) 60%

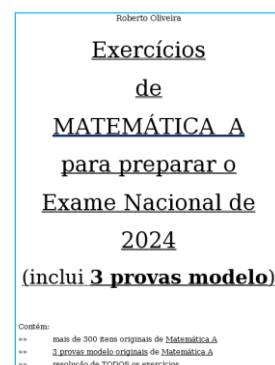


13. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x) = \frac{\ln^2(x+2) - ax + 1}{x+1}$, sendo a um número real.

Sabe-se que $y = 5$ é a equação da assíntota do gráfico de f .

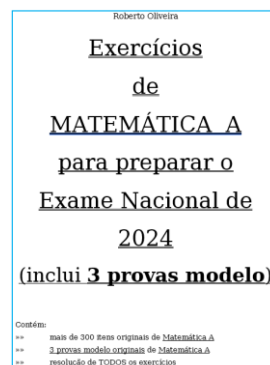
Determine a .

FIM



COTAÇÕES

Item																		
Cotação (em pontos)																		
1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.	8.	9.1.	9.2.	10.1.	10.2.	10.3.	11.	12.	13.	
8	12	12	8	12	8	12	13	13	8	12	12	12	12	13	12	8	13	200



Formulário

Trigonometria

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

Complexos

$$(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$$

$$\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}} \quad k \in \{0, \dots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N}$$

$$(e^u)' = u'e^u$$

$$(a^u)' = u'a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Limites notáveis

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$