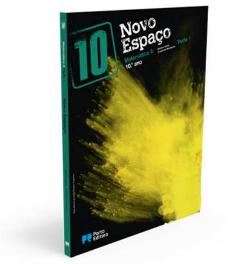


Proposta de teste de avaliação [maio – 2023]

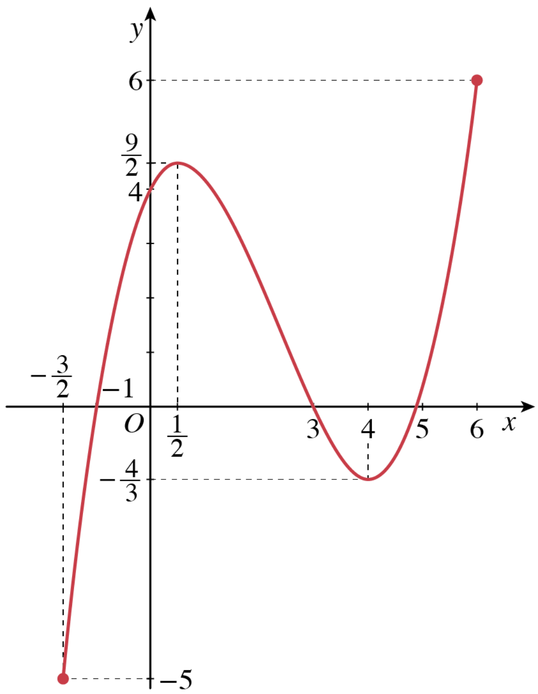
Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

---

1. Na figura está representada, em referencial o.n. *Oxy*, uma função *f* de domínio IR.



1.1. Das seguintes afirmações, identifica a verdadeira.

(A) $f(4)-f(2)>0$

(B) $f(\pi)\times f(2)<0$

(C) $\forall x_1, x_2 \in \left[-\frac{3}{2}, 6\right[, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

(D) $\forall x \in [0, 5], 1+f(x) \geq 0$

1.2 A equação $f(x)=k$ tem exatamente duas soluções se e só se k pertencer ao conjunto:

(A) $\left[-\frac{4}{3}, \frac{9}{2}\right]$ **(B)** $]-1, 3[$

(C) $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{9}{2}\right\}$ **(D)** $\left\{\frac{1}{2}, 4\right\}$

1.3 Considera a função *g* de domínio $\left[-\frac{3}{2}, 6\right[$, tal que $g(x)=x^2-2x-3$.

Determina os valores de $x \in \left[-\frac{3}{2}, 6\right[$ para os quais $f(x)\times g(x) \geq 0$.

2. Uma função quadrática *g* é representada graficamente por uma parábola de vértice $(-2, 5)$.

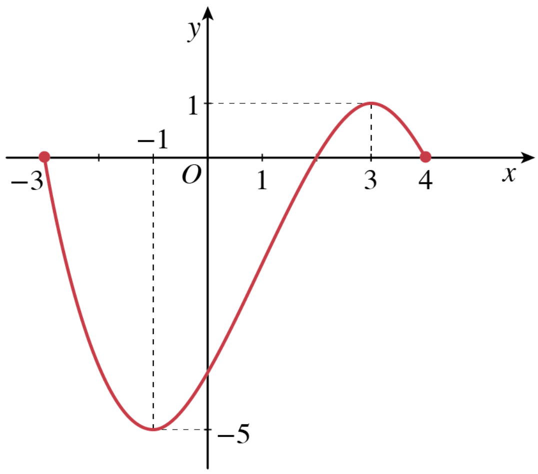
Sabe-se que $f(3)<0$.

Indica o contradomínio da função *h* definida por $h(x)=-g(x-3)+4$.

(A) $[-1, +\infty[$ **(B)** $]-\infty, 9]$

(C) $[6, +\infty[$ **(D)** $]-\infty, 5]$

3. Observa a figura onde se encontra uma representação gráfica da função real de variável real f de domínio $[-3,4]$, e assinalados os zeros e extremos.



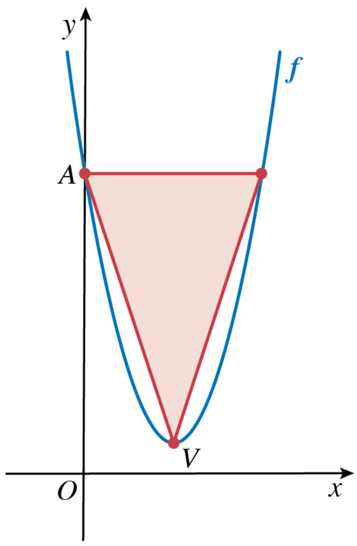
Considera uma função g tal que $g(x)=|f(x-4)|$.

O contradomínio de g é:

(A) $[-1,5]$ **(B)** $[1,5]$

(C) $[0,5]$ **(D)** $[1,8]$

4. Considera a função real de variável real f, representada graficamente na figura tal que $f(x)=2x^2-6x+5$. Sabe-se que:



- o ponto A é o ponto de interseção do gráfico de f com o eixo Oy;
- o ponto B pertence ao gráfico de f e tem a mesma ordenada de A.
- o ponto V é o vértice da parábola representativa do gráfico de f.

4.1 Resolve a condição $f(x)<\frac{5}{2}$ e indica o conjunto-solução.

4.2 Determina a área do triângulo $[AVB]$.

5. Considera os polinómios $P(x)=3x^3+2x^2-7x+2$ e $A(x)=x^2+2x$.

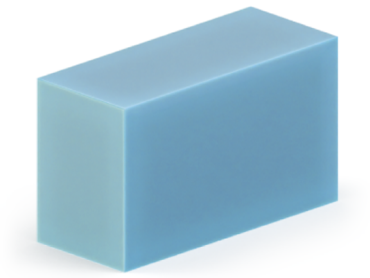
5.1 Mostra que 1 é raiz de $P(x)$ e determina as restantes raízes do polinómio.

5.2 Recorrendo ao algoritmo da divisão inteira, determina o quociente e o resto da divisão de $P(x)$ por $A(x)$.

6. Admite que o volume V e a altura H, de um prisma retangular são dados, respetivamente em cm^3 e em cm, em função de x, pelas expressões:

$V(x) = 3x^3 + 2x^2 + 16$ e $H(x) = x + 2$.

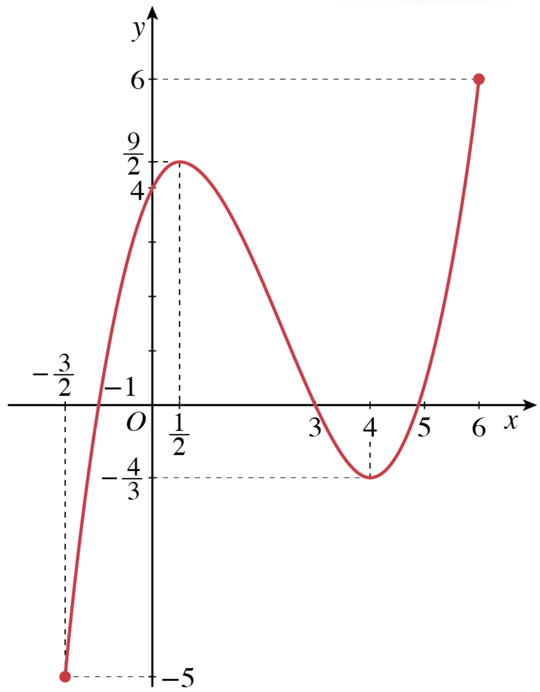
Determina uma expressão $A(x)$ que represente a área da base do prisma.



FIM

	Cotações										
Questões	**1.1.**	**1.2.**	**1.3.**	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	**Total**
Pontos	15	15	25	15	15	25	20	20	25	25	**200**

1. Na figura está representada, em referencial o.n. Oxy, uma função f de domínio IR.



1.1. Das seguintes afirmações, identifica a verdadeira.

(A) $f(4)-f(2)>0$

(B) $f(\pi)\times f(2)<0$

(C) $\forall x_1, x_2 \in \left[-\frac{3}{2}, 6\right[, x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$

(D) $\forall x \in [0,5], 1+f(x)\geq 0$

Opção correta: **(B)**

1.2 A equação $f(x)=k$ tem exatamente duas soluções se e só se k pertencer ao conjunto:

(A) $\left[-\frac{4}{3}, \frac{9}{2}\right]$ **(B)** $]-1,3[$

(C) $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{9}{2}\right\}$ **(D)** $\left\{\frac{1}{2}, 4\right\}$

Opção correta: **(C)**

1.3 Considera a função g de domínio $\left[-\frac{3}{2}, 6\right[$, tal que $g(x)=x^2-2x-3$.

Determina os valores de $x\in\left[-\frac{3}{2}, 6\right[$ para os quais $f(x)\times g(x)\geq 0$.

$$x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow x=3 \vee x=-1$$

x	$-\frac{3}{2}$		-1		3		5	6
$f(x)$	–	–	0	+	0	–	0	+
$g(x)$	+	+	0	–	0	+	+	+
$f(x)\times g(x)$	–	–	0	–	0	–	0	+

$$f(x)\times g(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in[5,6[\cup\{-1,3\}$$

2. Uma função quadrática g é representada graficamente por uma parábola de vértice $(-2, 5)$.

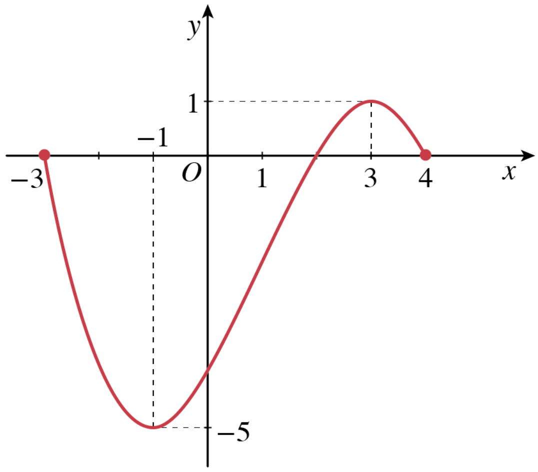
Sabe-se que $f(3) < 0$.

Indica o contradomínio da função h definida por $h(x) = -g(x-3) + 4$.

(A) $[-1, +\infty[$ **(B)** $]-\infty, 9]$ **(C)** $[6, +\infty[$ **(D)** $]-\infty, 5]$

Opção correta: **(A)**

3. Observa a figura onde se encontra uma representação gráfica da função real de variável real f de domínio $[-3, 4]$, e assinalados os zeros e extremos.



Considera uma função g tal que $g(x) = |f(x-4)|$.

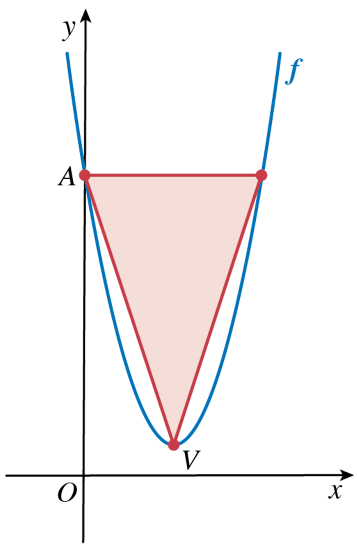
O contradomínio de g é:

(A) $[-1, 5]$ **(B)** $[1, 5]$

(C) $[0, 5]$ **(D)** $[1, 8]$

Opção correta: **(C)**

4. Considera a função real de variável real f, representada graficamente na figura tal que $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$. Sabe-se que:



- o ponto A é o ponto de interseção do gráfico de f com o eixo Oy;
- o ponto B pertence ao gráfico de f e tem a mesma ordenada de A.
- o ponto V é o vértice da parábola representativa do gráfico de f.

4.1 Resolve a condição $f(x) < \frac{5}{2}$ e indica o conjunto-solução.

$f(x) < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 5 < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 5 < 0$

Cálculo auxiliar:

$4x^2 - 12x + 5 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{8}$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \vee x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	–	0	+

$4x^2 - 12x + 5 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$

O conjunto-solução é $\left]\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right[$.

4.2 Determina a área do triângulo [*AVB*].

$f(0)=5, \quad A(0,5)$

$f(x)=5 \Leftrightarrow 2x^2-6x=0 \Leftrightarrow x(2x-6)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3;$

$B(3,5)$ e $\overline{AB}=3$

$f(x)=2x^2-6x+5=2\left(x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)+5=2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}; \quad V\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$

Seja h a altura do triângulo: $h=5-\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

$A=\dfrac{3\times\frac{9}{2}}{2}=\dfrac{27}{4}$ u.a.

5. Considera os polinómios $P(x)=3x^3+2x^2-7x+2$ e $A(x)=x^2+2x$.

5.1 Mostra que 1 é raiz de $P(x)$ e determina as restantes raízes do polinómio.

$P(1)=3+2-7+2=0$

	3	2	–7	2
1		3	5	–2
	3	5	–2	0

$P(x)=(x-1)(3x^2+5x-2)$

$P(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)(3x^2+5x-2)=0 \Leftrightarrow$

$x-1=0 \vee 3x^2+5x-2=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=\frac{1}{3} \vee x=-2$

As restantes raízes são -2 e $\frac{1}{3}$.

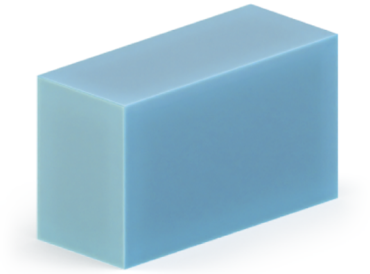
5.2 Recorrendo ao algoritmo da divisão inteira, determina o quociente e o resto da divisão de $P(x)$ por $A(x)$.

$$
\begin{array}{rl}
3x^3+2x^2-7x+2 & \big|\ \underline{x^2+2x} \\
\underline{-3x^3-6x^2} \qquad\qquad & \quad 3x-4 \\
-4x^2-7x+2 & \\
\underline{+4x^2+8x} \quad\ & \\
x+2 &
\end{array}
$$

$Q(x)=3x-4$ e $R(x)=x+2$

6. Admite que o volume V e a altura H, de um prisma retangular são dados, respetivamente em cm^3 e em cm, em função de x, pelas expressões:

$V(x) = 3x^3 + 2x^2 + 16$ e $H(x) = x + 2$.



Determina uma expressão $A(x)$ que represente a área da base do prisma.

$V(x) = A(x) \times H(x)$

	3	2	0	16
–2		–6	8	–16
	3	–4	8	$\boxed{0}$

$A(x) = 3x^2 - 4x + 8$