



[www.esffranco.edu.pt](http://www.esffranco.edu.pt)

### 3.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 6

(2020/2021)

3.º Período

12/05/2021

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o cubo  $[ABCDEFGH]$  (o ponto  $H$  não está representado na figura).

Sabe-se que:

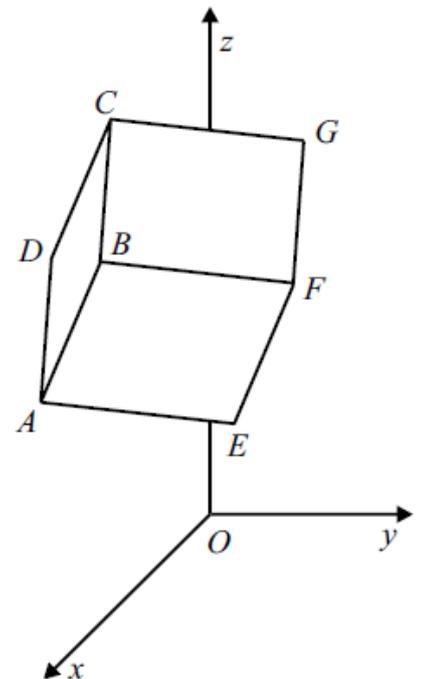
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(7,1,4)$ ;
- o ponto  $G$  tem coordenadas  $(5,3,6)$ ;
- a reta  $AE$  é definida pela equação vetorial  $(x, y, z) = (7,1,4) + k(3, -6, 2), k \in \mathbb{R}$ .

1.1. Sabendo que as coordenadas do ponto  $E$  são  $(\frac{43}{7}, \frac{19}{7}, \frac{24}{7})$ , quais são as coordenadas do ponto  $C$ ?

- (A)  $(\frac{127}{7}, \frac{47}{7}, \frac{94}{7})$                       (B)  $(\frac{41}{7}, \frac{9}{7}, \frac{46}{7})$   
(C)  $(0, \frac{47}{7}, \frac{94}{7})$                       (D)  $(0, \frac{9}{7}, \frac{46}{7})$

1.2. Considere o ponto  $P$ , pertencente ao plano  $xOy$  e à reta  $AE$ . Determine as coordenadas de  $P$ .

1.3. Determine a equação reduzida da superfície esférica que passa nos oito vértices do cubo.



Adaptado do Exame Nacional de Matemática A, 2.ª fase de 2020

2. Quando se confeccionam pães, o custo total  $C$ , em euros, depende não só dos pães mas também da matéria prima, da eletricidade, dos salários dos trabalhadores, etc.

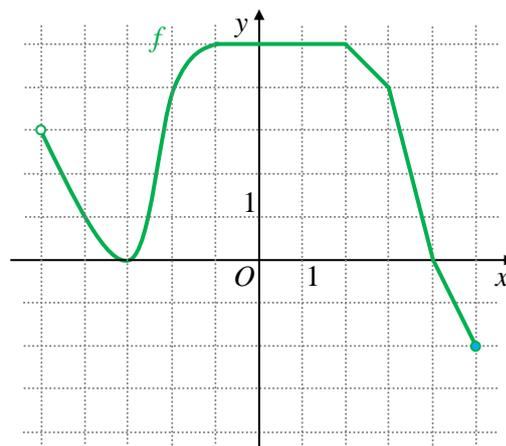
Admita que, o custo total para confeccionar  $x$  dezenas de pães numa dada padaria, é dado pela função definida por  $C(x) = 0,1x^2 - 3x + 50$ , com  $x \in [0, 30]$ .

2.1. Determine, em euros, o valor do custo da padaria se confeccionarem 20 pães.

2.2. Quantos pães necessita a padaria de confeccionar para ter o custo mínimo? Qual é esse custo?



3. Considere, no referencial o.n.  $xOy$  do lado, o gráfico da função  $f$ , de domínio  $]-5,5]$  e com dois zeros.



3.1. Considere as proposições seguintes.

- (i) O intervalo de maior amplitude onde  $f$  é crescente em sentido lato é  $[-5, 2]$ .
- (ii) A função  $f$  é positiva em  $]-5, 4[$ .
- (iii) 5 não é o máximo absoluto de  $f$ .

Pode concluir-se que:

- (A) apenas a proposição (i) é verdadeira;
- (B) apenas a proposição (ii) é verdadeira;
- (C) apenas a proposição (iii) é verdadeira;
- (D) todas as proposições são falsas.

3.2. Considere a função  $g$  definida por  $g(x) = f(x+2) - 1$ .

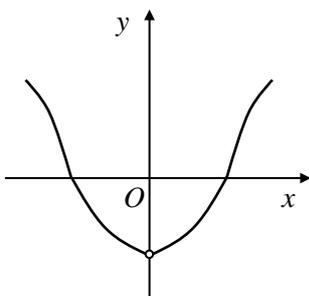
Determine o domínio e o contradomínio de  $g$ .

4. Sobre a função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , sabe-se que:

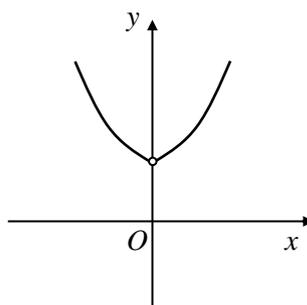
- $h$  é uma função ímpar;
- $h$  é crescente em  $]-\infty, 0[$ ;
- $-2$  é um zero de  $h$ .

Em qual das opções a seguir pode estar parte do gráfico da função  $j$ , definida por  $j(x) = |h(x)|$ ?

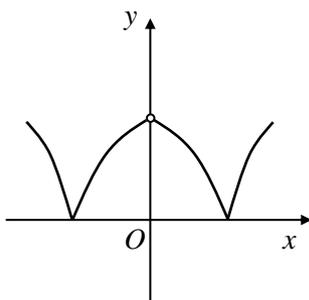
(A)



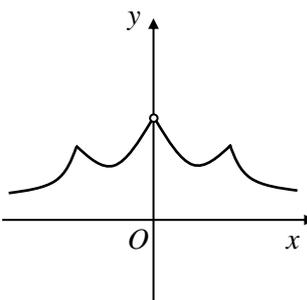
(B)



(C)



(D)



5. Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{se } x \leq -1 \\ x^2+x & \text{se } x > -1 \end{cases}$ .

Determine os zeros da função  $g$ .

6. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , as condições seguintes.

6.1.  $|2-5x|=13$

6.2.  $|x+6|-|3-x| \leq 0$

7. Seja  $f$  a função quadrática definida por  $f(x) = px^2 + 4x - 5$ , com  $p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

- 7.1. Suponha que  $f$  tem um máximo absoluto positivo.

Em qual das opções a seguir está o conjunto de valores possíveis de  $p$  ?

(A)  $]-\infty, -\frac{4}{5}[$       (B)  $\{-\frac{4}{5}\}$       (C)  $]-\frac{4}{5}, 0[$       (D)  $]-\frac{4}{5}, +\infty[$

- 7.2. Nas duas alíneas seguintes, considere  $p = 1$ .

- 7.2.1. Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a condição  $f(x) > 0$ .

- 7.2.2. Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = (x+2) \cdot f(x)$ .

Sabe-se que  $g$  tem dois extremos relativos. Recorrendo à calculadora gráfica, determine-os, juntamente com os respetivos minimizantes e/ou maximizantes.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o gráfico da função  $g$  (sugere-se a utilização da janela de visualização  $[-6,3] \times [-15,15]$ );
- indique os valores pedidos com arredondamentos às centésimas.



8. Seja  $h$  a função quadrática definida por:

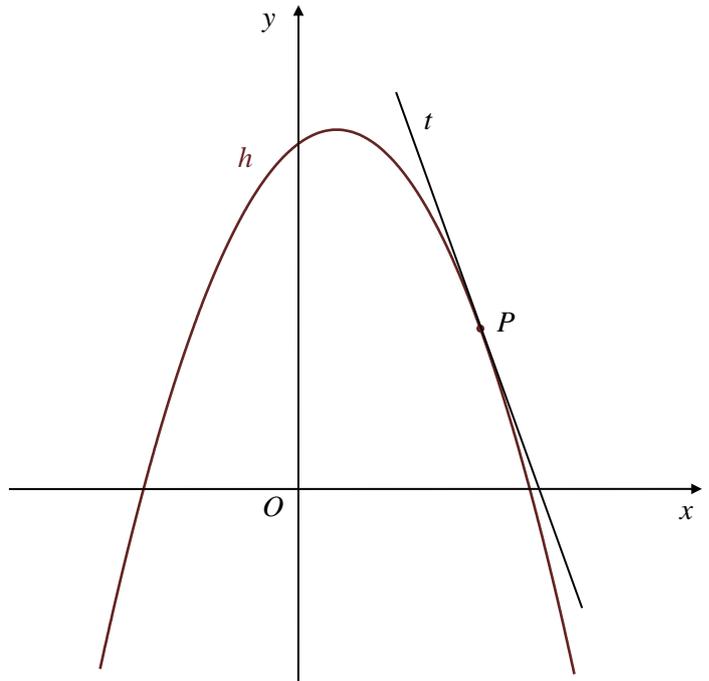
$$h(x) = 3 + 2x - x^2.$$

No referencial o.n.  $xOy$  da figura estão representados parte do gráfico da função  $h$  e a reta  $t$ , tangente ao gráfico de  $h$  no ponto  $P$ .

8.1. Qual é a proposição falsa?

- (A)  $2\pi$  é um majorante de  $h$ .
- (B)  $h$  não tem minorantes.
- (C) o conjunto dos majorantes de  $h$  é o conjunto  $[4, +\infty[$ .
- (D) o conjunto dos minorantes de  $h$  é o conjunto  $] -\infty, 4]$ .

8.2. Sabe-se que a reta  $t$  é paralela à reta definida por  $(x, y) = (1, 1) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$ .  
Determine a equação reduzida de  $t$ .



FIM

COTAÇÕES



| Item                |      |      |      |      |      |      |    |    |      |      |      |        |        |      |      |     |
|---------------------|------|------|------|------|------|------|----|----|------|------|------|--------|--------|------|------|-----|
| Cotação (em pontos) |      |      |      |      |      |      |    |    |      |      |      |        |        |      |      |     |
| 1.1.                | 1.2. | 1.3. | 2.1. | 2.2. | 3.1. | 3.2. | 4. | 5. | 6.1. | 6.2. | 7.1. | 7.2.1. | 7.2.2. | 8.1. | 8.2. | 200 |
| 8                   | 18   | 18   | 11   | 14   | 8    | 11   | 8  | 14 | 14   | 14   | 8    | 14     | 14     | 8    | 18   |     |