Escola Secundária de Francisco Franco

Matemática A (metas curriculares) – 12.º ano

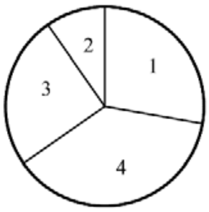
Exercícios saídos em testes intermédios e em exames nacionais (desde 2008)

Tema I: CÁLCULO COMBINATÓRIO

1. A soma dos dois primeiros elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 13. Quantos elementos dessa linha são menores do que 70?
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

Teste intermédio 1 (2008/09)

2. Na figura está representado um círculo dividido em quatro sectores circulares diferentes, numerados de 1 a 4. Estão disponíveis cinco cores para pintar este círculo. Pretende-se que sejam respeitadas as seguintes condições:

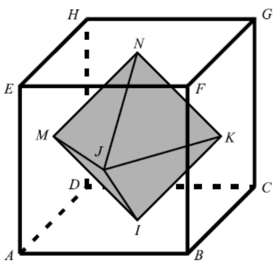


• todos os sectores devem ser pintados;
• cada sector é pintado com uma única cor;
• sectores com um raio em comum não podem ficar pintados com a mesma cor;
• o círculo deve ficar pintado com duas ou com quatro cores.

De quantas maneiras diferentes pode o círculo ficar pintado?
(A) 140 (B) 230 (C) 310 (D) 390

Teste intermédio 1 (2008/09)

3. Na figura estão representados dois poliedros, o cubo [ABCDEFGH] e o octaedro [IJKLMN] (o vértice L do octaedro não está visível). Cada vértice do octaedro pertence a uma face do cubo. Considere todos os conjuntos que são constituídos por cinco dos catorze vértices dos dois poliedros (como, por exemplo, {A,B,C,K,L}).



a) Quantos desses conjuntos são constituídos por três vértices do cubo e dois vértices do octaedro?
b) Quantos desses conjuntos são constituídos por cinco vértices do mesmo poliedro?

Teste intermédio 1 (2008/09)

4. A Ana, a Bárbara, a Catarina, o Diogo e o Eduardo vão sentar-se num banco corrido, com cinco lugares. De quantas maneiras o podem fazer, ficando uma rapariga no lugar do meio?
(A) 27 (B) 72 (C) 120 (D) 144

Teste intermédio 2 (2008/09)

5. De um bilhete de lotaria sabe-se que o seu número é formado por sete algarismos, dos quais três são iguais a 1, dois são iguais a 4 e dois são iguais a 5 (por exemplo: 1551414). Determine quantos números diferentes satisfazem as condições anteriores.

Exame nacional de 2009 (1.ª fase)

6. Considere uma turma de uma escola secundária, com 8 rapazes e 12 raparigas. Pretende-se eleger o Delegado e o Subdelegado da turma. De quantas maneiras se pode fazer essa escolha, de modo a que os alunos escolhidos sejam de sexos diferentes?
(A) 96 (B) 190 (C) 192 (D) 380

Exame nacional de 2009 (fase especial)

7. Considere o conjunto A = {1, 3, 5, 6, 8}. Com os elementos do conjunto A, quantos números pares de quatro algarismos se podem formar, que tenham dois e só dois algarismos iguais a 5?

Exame nacional de 2009 (fase especial)

8. Quantos números pares de cinco algarismos diferentes se podem escrever, utilizando os algarismos do número 12345?
(A) 24 (B) 48 (C) 60 (D) 96

Teste intermédio 1 (2009/10)

9. Numa certa linha do Triângulo de Pascal, o segundo elemento é 2009. Quantos elementos dessa linha são maiores do que *um milhão*?
(A) 2004 (B) 2005 (C) 2006 (D) 2007

Teste intermédio 1 (2009/10)

10. Uma professora de Matemática propôs o seguinte problema aos seus alunos: *Uma turma tem 25 alunos, dos quais 15 são rapazes e 10 são raparigas. Pretende-se formar uma comissão com dois alunos do mesmo sexo. Quantas comissões diferentes se podem formar?*
Apresentam-se, em seguida, as respostas da Rita e do André a este problema.
Resposta da Rita: ${}^{15}C_2 \times {}^{10}C_2$
Resposta do André: ${}^{25}C_2 - 15\times10$
Apenas uma das respostas está correcta. Elabore uma composição na qual:
• identifique a resposta correcta;
• explique o raciocínio que conduz à resposta correcta;

• proponha uma alteração na expressão da resposta incorrecta, de modo a torná-la correcta;
• explique, no contexto do problema, a razão da alteração.

Teste intermédio 2 (2009/10)

11. Quantos números naturais de três algarismos diferentes se podem escrever, não utilizando o algarismo 2 nem o algarismo 5 ?
(A) 256 (B) 278 (C) 286 (D) 294

Teste intermédio 3 (2009/10)

12. Considere todos os números de cinco algarismos que se podem formar com os algarismos 5, 6, 7, 8 e 9. De entre estes números, quantos têm, exactamente, três algarismos 5 ?
(A) ${}^5C_3 \times {}^4A_2$ (B) ${}^5C_3 \times 4^2$ (C) ${}^5A_3 \times 4^2$ (D) ${}^5A_3 \times {}^4C_2$

Exame nacional de 2010 (2.ª fase)

13. A Rita tem oito livros, todos diferentes, sendo três de Matemática, três de Português e dois de Biologia. A Rita pretende arrumar, numa prateleira, os oito livros, uns a seguir aos outros. De quantas maneiras diferentes o pode fazer, ficando os livros de Matemática todos juntos numa das pontas?
(A) 72 (B) 240 (C) 720 (D) 1440

Exame nacional de 2010 (fase especial)

14. O terceiro elemento de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 55. Qual é o penúltimo elemento dessa linha?
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

Teste intermédio 1 (2010/11)

15. A Ana dispõe de sete cartas todas diferentes: quatro cartas do naipe de espadas e três cartas do naipe de copas. A Ana vai dispor essas sete cartas sobre uma mesa, lado a lado, da esquerda para a direita, de modo a formar uma sequência com as sete cartas. A Ana pretende que a primeira e a última cartas da sequência sejam ambas do naipe de espadas. Quantas sequências diferentes, nestas condições, pode a Ana fazer?

Teste intermédio 1 (2010/11)

16. O código de um auto-rádio é constituído por uma sequência de quatro algarismos. Por exemplo, 0137. Quantos desses códigos têm dois e só dois algarismos iguais a 7 ?
(A) 486 (B) 810 (C) 432 (D) 600

Exame nacional de 2011 (1.ª fase)

17. A MatFinance é uma empresa de consultoria financeira. Considere o problema seguinte. «*Foi pedido a 15 funcionários da MatFinance que se pronunciassem sobre um novo horário de trabalho. Desses 15 funcionários, 9 estão a favor do novo horário, 4 estão contra, e os restantes estão indecisos. Escolhe-se, ao acaso, 3 funcionários de entre os 15 funcionários considerados. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os 3 funcionários, de forma que pelo menos 2 dos funcionários escolhidos estejam a favor do novo horário de trabalho?*»
Apresentam-se, em seguida, duas respostas.
Resposta I: ${}^{15}C_3 - {}^{6}C_3$ Resposta II: $6 \times {}^{9}C_2 + {}^{9}C_3$
Apenas uma das respostas está correcta. Elabore uma composição na qual:
• identifique a resposta correcta;
• explique um raciocínio que conduza à resposta correcta;
• proponha uma alteração na expressão correspondente à resposta incorrecta, de modo a torná-la correcta;
• explique, no contexto do problema, a razão da alteração proposta.

Exame nacional de 2011 (2.ª fase)

18. O terceiro elemento de uma linha do triângulo de Pascal é 61 075. A soma dos três primeiros elementos dessa linha é 61 426. Qual é a soma dos três últimos elementos da linha seguinte?
(A) 61 425 (B) 61 426 (C) 61 777 (D) 122 501

Exame nacional de 2011 (1.ª fase especial)

19. Considere as 13 cartas do naipe de copas: ás, três figuras (rei, dama e valete) e mais nove cartas (do 2 ao 10). As cartas vão ser dispostas, ao acaso, sobre uma mesa, lado a lado, de modo a formarem uma sequência de 13 cartas. Determine o número de sequências diferentes que é possível construir, de modo que as três figuras fiquem juntas.

Exame nacional de 2011 (especial normal)

20. Uma turma de 12.º ano é constituída por 14 raparigas e 10 rapazes. Os alunos da turma vão dispor-se em duas filas para tirarem uma fotografia de grupo. Combinaram que:
• os rapazes ficam sentados na fila da frente;
• as raparigas ficam na fila de trás, em pé, ficando a delegada numa das extremidades e a subdelegada na outra extremidade, podendo cada uma destas duas alunas ocupar qualquer uma das extremidades.
Escreva uma expressão que dê o número de maneiras diferentes de, nestas condições, os jovens se poderem dispor para a fotografia.
Nota – Não calcule o valor da expressão que escreveu.

Teste intermédio 1 (2011/12)

21. Numa caixa com 12 compartimentos, pretende-se arrumar 10 copos, com tamanho e forma iguais: sete brancos, um verde, um azul e um roxo. Em cada compartimento pode ser arrumado apenas um copo. De quantas maneiras diferentes se podem arrumar os 10 copos nessa caixa?
(A) $^{12}A_7 \times 3!$ (B) $^{12}A_7 \times {}^5C_3$ (C) $^{12}C_7 \times {}^5A_3$ (D) $^{12}C_7 \times {}^{12}A_3$

Exame nacional de 2012 (1.ª fase)

22. O código de acesso a uma conta de e-mail é constituído por quatro letras e três algarismos. Sabe-se que um código tem quatro «a», dois «5» e um «2», como, por exemplo, o código 2aa5a5a. Quantos códigos diferentes existem nestas condições?
(A) 105 (B) 210 (C) 5040 (D) 39

Exame nacional de 2012 (2.ª fase)

23. A empresa AP comercializa pacotes de açúcar. Considere o problema seguinte. «A empresa AP pretende aplicar, junto dos seus funcionários, um programa de reeducação alimentar. De entre os 500 funcionários da empresa AP vão ser selecionados 30 para formarem um grupo para frequentar esse programa. A Joana e a Margarida são irmãs e são funcionárias da empresa AP. Quantos grupos diferentes podem ser formados de modo que, pelo menos, uma das duas irmãs, a Joana ou a Margarida, não seja escolhida para esse grupo?» Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.
I) $^{500}C_{30} - {}^{498}C_{28}$ II) $2 \times {}^{498}C_{29} + {}^{498}C_{30}$
Numa composição, apresente o raciocínio que conduz a cada uma dessas respostas.

Exame nacional de 2012 (2.ª fase)

24. Uma sequência de algarismos cuja leitura da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita dá o mesmo número designa-se por capicua. Por exemplo, 103301 é capicua. Quantos números com seis algarismos são capicuas?
(A) 729 (B) 900 (C) 810 000 (D) 900 000

Exame nacional de 2012 (fase especial)

25. Os três irmãos Andrade e os quatro irmãos Martins vão escolher, de entre eles, dois elementos de cada família para um jogo de matraquilhos, de uma família contra a outra. De quantas maneiras pode ser feita a escolha dos jogadores de modo que o Carlos, o mais velho dos irmãos da família Andrade, seja um dos escolhidos?
(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 20

Teste intermédio 1 (2012/13)

26. Considere todos os números que se podem obter alterando a ordem dos algarismos do número 12 345. Quantos desses números são ímpares e maiores do que 40 000 ?
(A) 18 (B) 30 (C) 120 (D) 240

Teste intermédio 2 (2012/13)

27. Num grupo de nove pessoas, constituído por seis homens e três mulheres, vão ser escolhidos três elementos para formarem uma comissão. Quantas comissões diferentes se podem formar com exatamente duas mulheres?
(A) $^3C_2$ (B) $6\times{}^3C_2$ (C) $^9A_3$ (D) $6 \times {}^3A_2$

Exame nacional de 2013 (1.ª fase)

28. Na Figura 1, está representado um tabuleiro quadrado dividido em dezasseis quadrados iguais, cujas linhas são A, B, C e D e cujas colunas são 1, 2, 3 e 4. O João tem doze discos, nove brancos e três pretos, só distinguíveis pela cor, que pretende colocar no tabuleiro, não mais do que um em cada quadrado. De quantas maneiras diferentes pode o João colocar os doze discos nos dezasseis quadrados do tabuleiro?

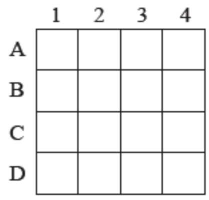


Figura 1

(A) $^{16}C_{12}$ (B) $^{16}C_9 \times {}^7C_3$ (C) $^{16}A_{12}$ (D) $^{16}A_9 \times {}^7A_3$

Exame nacional de 2013 (2.ª fase)

29. Numa conferência de imprensa, estiveram presentes 20 jornalistas. Considere o problema seguinte.
«*Admita que a conferência de imprensa se realiza numa sala, cujas cadeiras se encontram dispostas em cinco filas, cada uma com oito cadeiras. Todos os jornalistas se sentam, não mais do que um em cada cadeira, nas três primeiras filas. De quantas maneiras diferentes se podem sentar os 20 jornalistas, sabendo que as duas primeiras filas devem ficar totalmente ocupadas?*»
Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.
Resposta I)) $^{20}C_{16} \times 16!\times{}^8A_4$
Resposta II) $^{20}A_8\times{}^{12}A_8\times{}^8A_4$
Numa composição, apresente os raciocínios que conduzem a cada uma dessas respostas.

Exame nacional de 2013 (2.ª fase)

30. Numa turma com 15 raparigas e 7 rapazes, vai ser formada uma comissão com 5 elementos. Pretende-se que essa comissão seja mista e que tenha mais raparigas do que rapazes. Quantas comissões diferentes se podem formar?
(A) $^{15}A_3+{}^{15}A_4$ (B) $^{15}C_3\times{}^7C_2 + {}^{15}C_4\times7$
(C) $^{15}C_3\times{}^7C_2 \times{}^{15}C_4\times7$ (D) $^{22}C_3\times{}^{19}C_2$

Exame nacional de 2013 (fase especial)

31. A soma de todos os elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é igual a 256. Qual é o terceiro elemento dessa linha?
(A) 28 (B) 36 (C) 56 (D) 84

Teste intermédio 1 (2013/14)

32. Do desenvolvimento de $(x^2 + 2)^6$ resulta um polinómio reduzido. Qual é o termo de grau 6 desse polinómio?
(A) $8x^6$ (B) $20x^6$ (C) $64\,x^6$ (D) $160\,x^6$

Teste intermédio 1 (2013/14)

33. Considere todos os números naturais de dez algarismos que se podem escrever com os algarismos de 1 a 9. Quantos desses números têm exatamente seis algarismos 2 ?
(A) ${}^{10}C_6 \times 8^4$ (B) ${}^{10}C_6 \times {}^{8}A_4$ (C) ${}^{10}A_6 \times {}^{8}A_4$ (D) ${}^{10}A_6 \times 8^4$

Exame nacional de 2014 (1.ª fase)

34. Um dos termos do desenvolvimento de $\left(\frac{2}{x} + x\right)^{10}$, com $x \neq 0$, não depende da variável x. Qual é esse termo?
(A) 10 240 (B) 8064 (C) 1024 (D) 252

Exame nacional de 2014 (2.ª fase)

35. Considere todos os números ímpares com cinco algarismos. Quantos desses números têm quatro algarismos pares e são superiores a 20 000 ?
(A) 5^4 (B) 5^5 (C) 3×5^4 (D) 4×5^4

Exame nacional de 2014 (fase especial)

36. Dois rapazes e quatro raparigas vão sentar-se num banco corrido com seis lugares. De quantas maneiras o podem fazer, de modo que fique um rapaz em cada extremidade do banco?
(A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 60

Exame nacional de 2015 (1.ª fase)

37. Nove jovens, três rapazes e seis raparigas, vão dispor-se, lado a lado, para uma fotografia. De quantas maneiras o podem fazer, de modo que os rapazes fiquem juntos?
(A) 40 140 (B) 30 240 (C) 20 340 (D) 10 440

Exame nacional de 2015 (fase especial)

38. Considere nove bolas, quatro numeradas com o número 1, quatro com o número 2 e uma com o número 4. Considere agora que se colocam as nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos. Quantos números ímpares diferentes se podem obter?

Exame nacional de 2016 (1.ª fase)

39. Considere todos os números naturais de quatro algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9. Destes números, quantos são múltiplos de 5 ?
(A) 729 (B) 1458 (C) 3645 (D) 6561

Exame nacional de 2017 (1.ª fase)

40. Considere todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5. Destes números, quantos têm os algarismos pares um a seguir ao outro?
(A) 24 (B) 48 (C) 72 (D) 96

Exame nacional de 2017 (2.ª fase)

41. Com os algarismos 0, 1, 2, 3 e 4, quantos números naturais maiores do que 20 000 e com os cinco algarismos todos diferentes é possível formar?
(A) 24 (B) 48 (C) 72 (D) 96

Exame nacional de 2017 (fase especial)

Soluções:
1. C 2. A 3. 840; 62 4. B 5. 210 6. C 7. 24 8. B 9. C 10. André 11. D
12. B 13. D 14. B 15. 1440 16. A 17. II 18. C 19. 239 500 800 20. 10!×12!×2 21. C 22. A
24. B 25. B 26. B 27. B 28. B 30. B 31. A 32. D 33. A 34. B 35. D 36. C 37. B 38. 280
39. A 40. B 41. C

O professor: Roberto Oliveira