

séries de Fourier cumprem dois séculos

Lisardo Recio Maílo
Product manager
Prismian Group

Em 1822, o matemático e físico francês Jean-Baptiste Joseph Fourier publicou o livro *Théorie Analytique de la Chaleur* ("Teoria Analítica do Calor"), expressando a difusão do calor como soma de séries infinitas de senos e cossenos. As séries de Fourier tinham 'visto a luz', um instrumento matemático de grande importância pelas suas interessantes aplicações na resolução de inúmeros problemas de Física e Engenharia. Que este artigo sirva como homenagem ao excelente cientista.



Figura 1. Jean-Baptiste Joseph Fourier.

Fourier (1768-1830) foi o nono de 12 irmãos. Aos 10 anos já era órfão de pais e mãe, o que não o impediu de desenvolver o seu enorme talento. Cedo se interessou pela matemática, sendo exemplo da sua grande ambição uma frase que escreveu na correspondência que mantinha com um professor: "Ontem fiz 21 anos, com esta idade já Newton e Pascal eram imortais."

Foi aluno de Lagrange e Laplace e viveu a Revolução Francesa como revolucionário não concordando com a crueldade dos acontecimentos. As suas capacidades não passaram despercebidas a Napoleão, que o contratou como conselheiro científico e para desempenhar outras funções na sua expedição ao Egito.

Como autor deste artigo, devo confessar que anos após o meu período universitário e, como muitos, desligado de matemáticas de nível, ainda duvidava se recordava corretamente que fosse certa a possibilidade de Fourier, que nos permite converter numa soma de senos e cossenos **qualquer** função periódica, pois não deixa de ser algo difícil de acreditar até quando nos interessamos novamente pelo assunto. Veem-se novamente as demonstrações e afirma-se: "Final a memória não me falhou. Por incrível que pareça, é verdade."

Efetivamente, assim é. Com as **séries de Fourier** pode-se converter qualquer função periódica numa soma de senos e cossenos de frequência múltipla da frequência fundamental, o que nos permite abordar problemas no domínio tempo ou espaço para convertê-los para o domínio da frequência. Incrível, não é? Pois este prodigioso gaulês ainda o conseguiu melhorar e conseguir tal conversão para qualquer função sem a necessidade de que seja periódica (= período infinito), graças à **transformada de Fourier**. Melhor, impossível!

$$g(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-2\pi i f t} dt$$

Esta é a expressão da transformada de Fourier, em que f é a frequência e t o tempo (ou espaço, se a função original depender do espaço). Difícil entender a sua obtenção, mas fácil compreender muitas das suas aplicações. A magia transformada em matemática. Outra prova da maravilhosa ligação entre a matemática e a natureza.

Os extraordinários trabalhos do talentoso francês conseguem decompor um problema complexo noutros mais simples, para poder entendê-los melhor e ajudar a resolvê-los. A consecução de tal conquista teve outros contribuintes de luxo, como Gauss, Euler, Bernoulli ou Lagrange, e é leal mencioná-los. De nomes assim, só poderia surgir algo grande.

No seguinte gráfico, mostram-se as seis primeiras harmónicas não nulas de um sinal tão distinto de uma sinusoidal como seja uma onda quadrada. O resultado da sua soma é o sinal a vermelho. Se continuarmos a somar harmónicas da série, o gráfico resultante irá aumentando a sua parecença com uma onda quadrada perfeita. Não deixa de ser maravilhoso contemplá-lo, embora já o conhecêssemos.

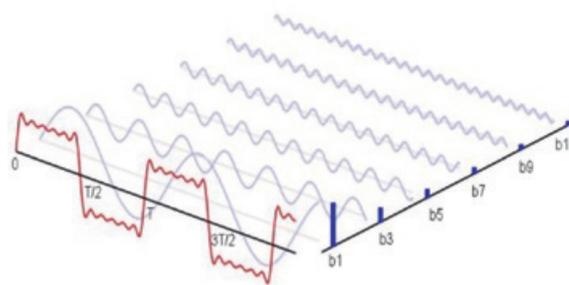


Figura 2. Decomposição até à sexta harmónica de uma onda quadrada. Fonte: <https://www.lifeder.com/series-de-fourier/>.

As séries de Fourier têm inúmeras aplicações no campo da eletricidade, da ótica, da acústica, do processamento de sinais, da análise de vibrações, da mecânica quântica, da econometria, do cálculo de estruturas, entre outras. Ao poder decompor ondas em somas de harmónicas, podemos filtrar as frequências que interessam para eliminar ruídos ou aproveitar todo o espetro radioelétrico em telecomunicações.

No terreno da energia elétrica, por exemplo, sabemos que as harmónicas são uma ameaça crescente devido à grande quantidade de recetores não lineares e de eletrónica que estão cada vez mais presen-