Escola Secundária de Francisco Franco
www.esffranco.edu.pt
(2023/2024)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 17

1.º Período 26/10/2023 Duração: 90 minutos

Nome: ______________________________ N.º:

Classificação: ___ ___ , ___ O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Considere os conjuntos A, B e C num universo U.

Sabendo que $A \subset B$, pode concluir-se que $(A \cup C) \cap \left(\overline{B \cap \overline{C}}\right)$ é igual a:

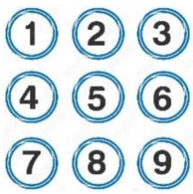
(A) $A \cup C$ **(B)** $A \cap \overline{B}$ **(C)** C **(D)** U

2. No desenvolvimento de $(a+b)^n$, sabe-se que um dos seus termos é $k(a \times b)^{2023}$, com $a, b \in \mathbb{R},\ n, k \in \mathbb{N}$.

Qual é o valor de k?

(A) ${}^{4046}C_{2023}$ **(B)** ${}^{4045}C_{2023}$ **(C)** ${}^{4046}C_{2024}$ **(D)** ${}^{4046}C_{2023} + {}^{4046}C_{2024}$

3. Considere os algarismos de 1 a 9.



3.1. Nesta alínea, considere todos os números naturais de quatro algarismos que se podem escrever com os algarismos de 1 a 9.

Quantos desses números são inferiores a 3300 e têm os algarismos todos diferentes?

(A) 1296 **(B)** 648 **(C)** 756 **(D)** 378

3.2. Considere agora todos os números naturais de cinco algarismos diferentes que se podem escrever com os algarismos de 1 a 9.

Determine a probabilidade de o algarismo das unidades e o das dezenas serem ambos primos.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

3.3. Nesta alínea, considere todos os números naturais de sete algarismos que se podem escrever com os algarismos de 1 a 9.

Determine a probabilidade de esse número ser ímpar e ter exatamente três algarismos iguais a 5.

Apresente o resultado na forma de dízima, com três casas decimais.

4. Num pavilhão, existem n janelas.

O diretor de instalações afirmou que, para o pavilhão ficar minimamente iluminado, é necessário abrir, pelo menos, duas janelas.

Sabendo que existem $262\,125$ maneiras de o pavilhão ficar minimamente iluminado, qual das equações a seguir traduz o problema para determinar o número de janelas existentes no pavilhão?

(A) $^{n+1}C_3 = 262\,126$ **(B)** $2^n + n = 524\,252$

(C) $^{n}C_2 = 262\,126$ **(D)** $2^n = n + 262\,126$

5. A Silvana gosta de pintar as unhas das mãos de várias cores, dispondo para isso de 8 cores diferentes. Cada unha fica pintada com uma só cor.

5.1. De quantas maneiras pode a Silvana pintar as unhas se as unhas adjacentes não estiverem pintadas da mesma cor?

(A) 8×7^9 **(B)** 10×9^9 **(C)** 8^{10} **(D)** $^{10}A_8$

5.2. De quantas maneiras pode a Silvana pintar as unhas se numa mão usar apenas uma cor e, na outra mão, tiver as cinco unhas pintadas com 5 das outras 7 cores?

5.3. Suponha agora que a Silvana pretende pintar 4 unhas de cor verde, 3 unhas de amarelo e 3 de rosa.

Determine a probabilidade de os dois polegares ficarem pintados de rosa.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

6. A Team Jumbo–Visma é uma equipa neerlandesa de ciclismo profissional.

6.1. Para uma sessão fotográfica, apareceram 23 ciclistas.

6.1.1. Para essa sessão, os ciclistas vão ser colocados em duas filas: 10 na fila da frente e 13 na fila de trás.

Sabe-se que, na fila da frente, têm de ficar os três melhores ciclistas da equipa, Jonas Vingegaard, Primož Roglič e Sepp Kuss, juntos e por qualquer ordem.

De quantas maneiras se podem dispor os ciclistas?

Apresente o resultado na forma $a\times 10^n$, com a arredondado às centésimas e $n\in\mathbb{N}$.

6.1.2. De entre os 23 ciclistas, há 11 neerlandeses, dos quais 3 são veteranos.

De quantas maneiras podem ser escolhidos 5 ciclistas ao acaso de modo que apenas 3 deles sejam neerlandeses e haja, no máximo, 1 ciclista veterano?

Uma resposta para este problema é $\left(3\times {}^{8}C_2 + {}^{8}C_3\right)\times {}^{12}C_2$.

Elabore uma pequena composição na qual explique o raciocínio que conduziu a essa resposta.

6.2. Numa corrida de treino da Team Jumbo–Visma, participaram 10 ciclistas, sendo 4 belgas.

Admitindo que os ciclistas chegaram à meta um de cada vez, qual é a probabilidade de não ter havido ciclistas belgas em lugares consecutivos?

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

7. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma dada experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos equiprováveis $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$.

Sabe-se que:

- $P(\overline{B}) = 0,3$;
- $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,2$.

Calcule $P(\overline{A} \cap B)$.

8. Considere um baralho de cartas incompleto, constituído por várias cartas dos quatro naipes habituais: espadas, paus, copas e ouros.

Extrai-se, ao acaso, uma carta desse baralho.

Sabe-se que:

- 5 em 18 cartas do baralho são de copas;
- 1 em 12 cartas são ases;
- 1 em 3 cartas são de copas ou são ases.

Determine a probabilidade de a carta retirada não ser de copas ou não ser um Ás e, partir deste valor, indique o número de cartas de copas que tem o baralho de cartas incompleto.

9. Resolva, em $\mathbb{N} \setminus \{1,2,3\}$, a equação $\dfrac{5 \times {}^{n+1}A_3}{n!} = \dfrac{{}^{n+1}C_5}{(n^2-n)(n-2)!}$.

FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**3.3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**6.1.1.**	**6.1.2.**	**6.2.**	**7.**	**8.**	**9.**	
8	8	8	16	18	8	8	13	18	13	16	16	16	16	18	**200**