

### Estatística

1. Uma empresa tem dez trabalhadores com média salarial de 2400 euros e oito trabalhadores, os restantes, com média salarial de 1700 euros.

Qual é o valor do salário médio nesta empresa?

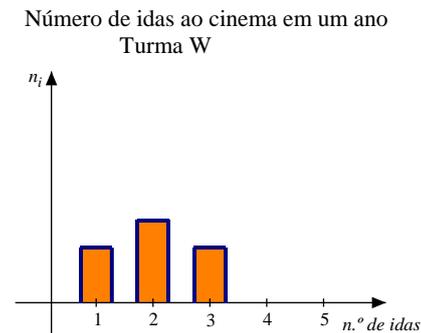
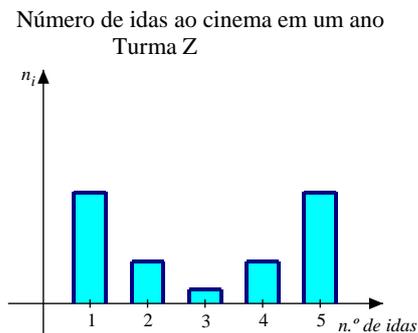
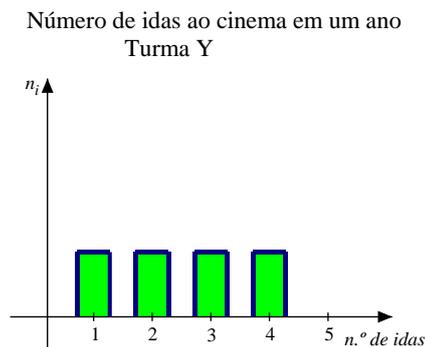
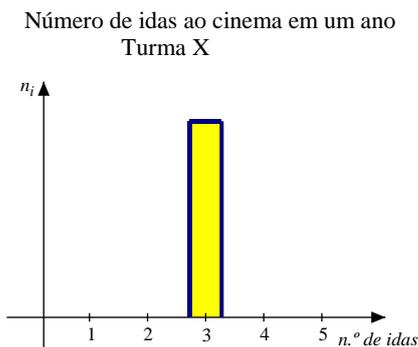
**A** 2100 €

**C** 2050 €

**B** 2088,89 €

**D** 2011,11 €

2. Considera os seguintes gráficos de barras, referentes ao número de idas ao cinema, ao longo de um ano, dos alunos de quatro turmas, X, Y, Z e W.



Em qual das turmas, o desvio-padrão do número de idas ao cinema, durante esse ano, é maior?

**A** X

**C** Z

**B** Y

**D** W

3. Os tempos, em minutos, gastos pelos atletas que participaram num *trail* foram organizados na seguinte tabela de frequências absolutas acumuladas:

Tempo	[90,100[	[100,110[	[110,120[	[120,130[	[130,140[	[140,150[	[150,160[	[160,170[	[170,180[
$N_i$	24	69	124	191	224	251	266	275	280

Qual é o valor do percentil 80?

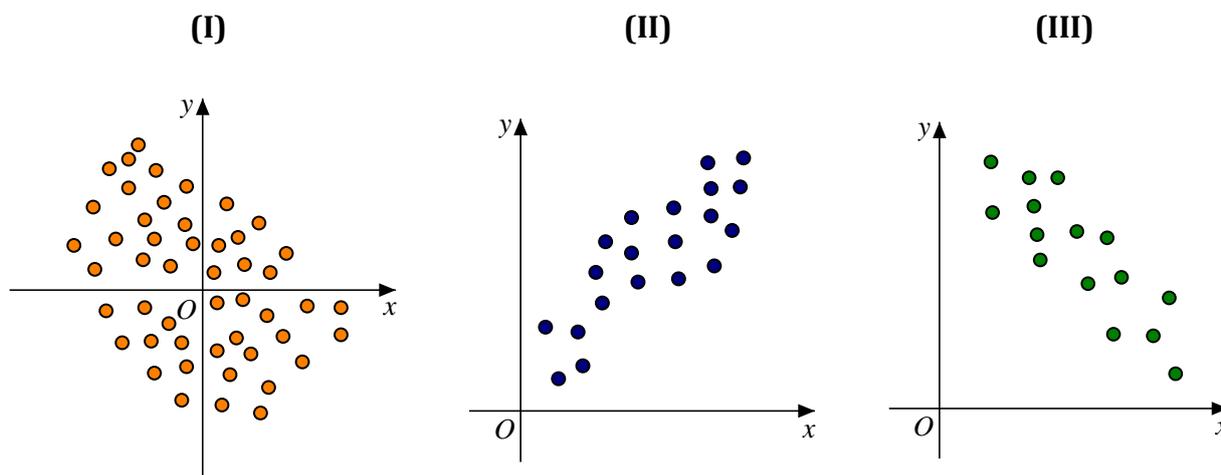
**A**  $\approx 135$

**C** 140

**B**  $\approx 145$

**D** 150

4. Nos referenciais seguintes, estão representadas três nuvens de pontos.



Faz corresponder a cada nuvem de pontos um dos seguintes coeficientes de correlação linear:

$$r_1 = 0,86$$

$$r_2 = -0,39$$

$$r_3 = -0,89$$

5. Considera uma amostra de uma variável estatística tal que  $P_{50} = P_{70} = 0$ .

Indica o valor lógico das seguintes afirmações.

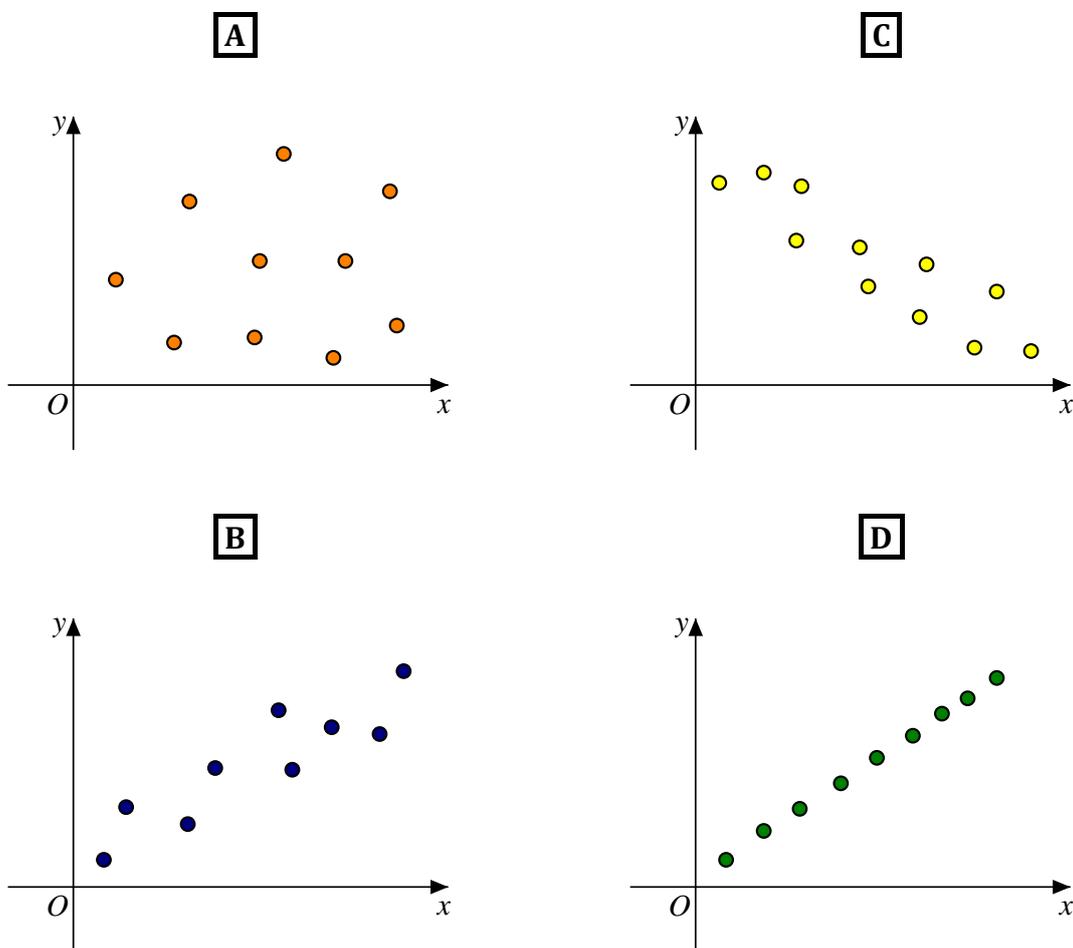
**(I)** Pelo menos 70% das unidades estatísticas são inferiores ou iguais 0.

**(II)**  $P_{60} = 0,5$ .

**(III)** A mediana é 0.

6. Os diagramas de dispersão em cada uma das opções relacionam variáveis  $x$  e  $y$ , cujos coeficientes de correlação são  $-0,78$ ,  $0,16$ ,  $0,67$  e  $0,95$ .

Qual deles corresponde a  $r = 0,95$ ?



7. Um Centro de Estudos fez um pequeno estudo para analisar a relação entre médias finais nos testes das disciplinas Matemática A e de Física e Química A de seis dos seus alunos do 11.º ano. Na tabela seguinte, apresentam-se as referidas médias, em que  $x$  é a média final da disciplina de Matemática A (variável explicativa) e  $y$  é a média final da disciplina de Física e Química A.

$x$	17,1	13	15,7	16,7	11	10,5
$y$	17,5	14,1	14,2	15,2	12,3	9,8

7.1. Usando a calculadora gráfica, determina a equação reduzida da reta dos mínimos quadrados e indica o coeficiente de correlação linear, classificando a correlação. Apresenta os valores dos parâmetros da equação da reta arredondados as milésimas e o do coeficiente de correlação linear arredondado às décimas.

**7.2** Mais tarde, o centro juntou os dados de mais um dos seus alunos e obteve a equação  $y = 0,815x + 2,455$  para a reta dos mínimos quadrados. Sabe-se que a média final dos testes desse aluno na disciplina de Matemática A foi 16,1 valores.

Determina, com uma casa decimal, o valor da média final desse aluno na disciplina de Física e Química A.

## Sucessões

**8.** Considera uma sucessão  $(x_n)$ , de termos negativos e monótona crescente.

Qual das seguintes afirmações é necessariamente falsa?

**A**  $\lim x_n = 0$

**B**  $(x_n)$  pode ser uma progressão geométrica.

**C**  $x_1 \leq x_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}$

**D**  $(x_n)$  pode ser uma progressão aritmética.

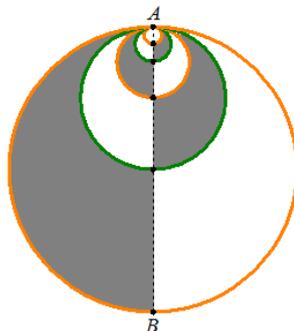
**9.** Considera as sucessões  $(u_n)$  e  $(v_n)$  tais que:

- a sucessão  $(u_n)$  é uma progressão aritmética de termos não nulos e razão positiva;
- a soma dos três primeiros termos de  $(u_n)$  é 9 e que  $u_5 + u_{14} = 66$ ;
- a sucessão  $(v_n)$  é definida por  $v_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ .

Seja  $(w_n)$  a sucessão definida por  $w_n = u_n + v_n$ .

Qual é a soma dos cinquenta primeiros termos de  $(w_n)$ ?

10. Considera a seguinte figura, que é formada por uma sucessão de circunferências e por uma sucessão de regiões sombreadas (só estão representadas as cinco primeiras circunferências e as quatro primeiras regiões).



Sabe-se que:

- o segmento de reta  $[AB]$  é o diâmetro da primeira circunferência, contém o centro de todas as circunferências e  $\overline{AB} = 4$ ;
- todas as circunferências, com exceção da primeira, são tangentes à primeira circunferência no ponto  $A$ ;
- todas as circunferências, à exceção da primeira, contêm o centro da circunferência anterior;
- cada região sombreada está compreendida entre duas circunferências consecutivas e o segmento de reta  $[AB]$ .

Seja  $S_n$  a soma das áreas das  $n$  primeiras regiões sombreadas.

Determine  $\lim S_n$  e interpreta o resultado no contexto da situação descrita.

11. Seja  $a$  um número real tal que  $a < 3 < a^2$ .

Sabe-se que:

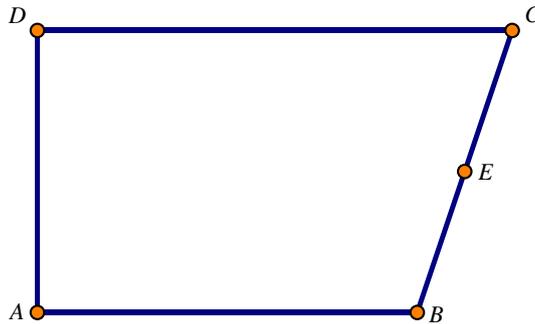
- $a$ ,  $3$  e  $a^2$  são três termos consecutivos de uma progressão aritmética de razão  $r_1$ ;
- $a$  e  $a^2$  são dois termos consecutivos de uma progressão geométrica não monótona de razão  $r_2$ .

Estuda a monotonia da sucessão  $(u_n)$  definida por  $u_n = \frac{r_2 n + r_1}{2n + 1}$ .

**Mais exercícios:** Resolver os exercícios 5 a 8 da *newsletter* de março do 11.º ano ([word](#) e [pdf](#)).

## Geometria analítica

12. Na figura, está representado o trapézio retângulo  $[ABCD]$ .



Sabe-se que:

- $E$  é o ponto médio do lado  $[BC]$ ;
- $\overline{AB} = 8$ ;
- $\overline{AD} = 6$ ;
- $\overline{CD} = 10$ .

Qual é o valor de  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD}$ ?

**A**  $-48$

**C**  $-52$

**B**  $-50$

**D**  $-54$

13. Considera, em referencial o.n.  $Oxy$ , a reta  $r$  de equação  $10y + 5x = 6$ .

Seja  $s$  a reta perpendicular a  $r$  que passa no ponto de coordenadas  $(1,4)$ .

Qual é a equação reduzida da reta  $s$ ?

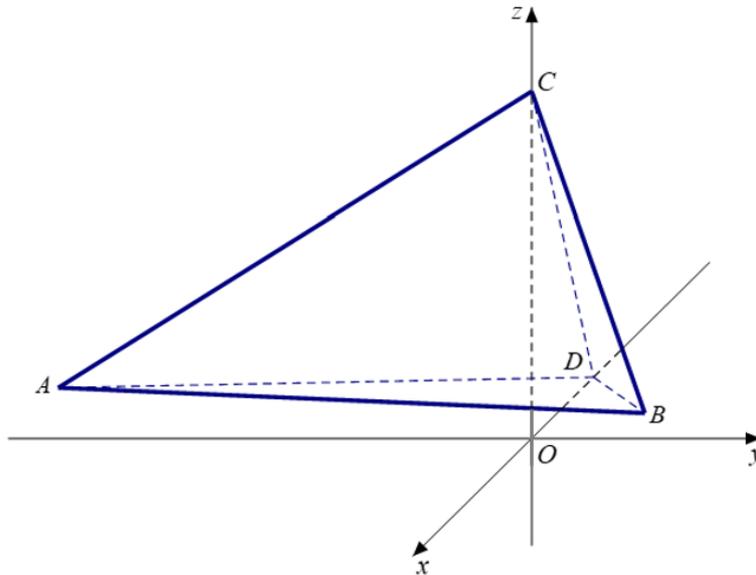
**A**  $y = 2x + 2$

**C**  $y = -2x + \frac{5}{3}$

**B**  $y = -2x + 6$

**D**  $y = 2x + \frac{3}{5}$

14. Considera, em referencial o.n.  $Oxyz$ , a pirâmide  $[ABCD]$ .



Sabe-se que:

- o ponto  $C$  pertence ao eixo  $Oz$ ;
- $\overrightarrow{AC}(-4,4,2)$ ;
- $D(-2,0,0)$ ;
- uma equação do plano  $ABC$  é  $2x + y + 2z = 8$ .

14.1 Identifica o lugar geométrico dos pontos  $P(x, y, z)$  do espaço que satisfazem a equação  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{CP} = 0$ .

Escreve uma equação cartesiana deste lugar geométrico.

14.2 Determina uma equação cartesiana do plano  $CAD$ .

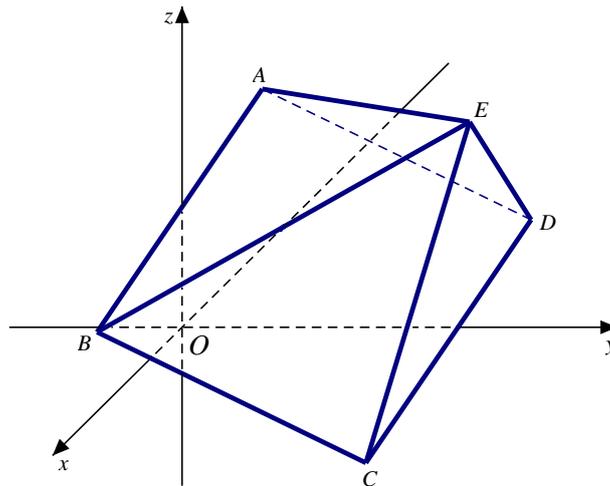
Apresenta a equação na forma  $ax + by + cz + d = 0$ , com  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

**Nota:** Se não conseguiste determinar as coordenadas de  $C$ , considera que são  $C(0,0,4)$ .

14.3 Supõe que a área do triângulo  $[ABC]$  é 12.

Determina o volume da pirâmide  $[ABCD]$ .

15. Na figura, está representada, em referencial o.n.  $Oxyz$ , a pirâmide reta  $[ABCDE]$ .



Sabe-se que:

- a base  $[ABCD]$  é um losango;
- $A(0,1,3)$ ,  $C(2,3,-1)$  e  $E$  pertence ao primeiro octante;
- uma equação do plano  $ABC$  é  $x + y + z - 4 = 0$ ;
- a altura da pirâmide é  $3\sqrt{3}$ .

15.1 Mostra que as coordenadas do ponto  $E$  são  $(4,5,4)$ .

15.2 Determina uma equação cartesiana do plano  $BDE$ .

15.3 Determina, em graus, com aproximação às centésimas, a amplitude do ângulo  $AEC$ .

16. Considera, em referencial o.n.  $Oxyz$ , a reta  $r$  e o plano  $\alpha$ , definidos por:

$$r: (x, y, z) = (0, 2, 3) + k \left( 3, a, -\frac{1}{2} \right), k \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \alpha: bx - 3y + 12z = 1$$

Sabendo que a reta  $r$  é paralela a plano  $\alpha$ , qual é o valor de  $(a-b)^3$ ?

**A** -2

**B** -8

**C** 2

**D** 8

## Números complexos

17. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, seja  $\sqrt{2} e^{i\frac{5\pi}{12}}$  a soma de três das raízes quartas de um certo número complexo  $z$ .

Então,  $z$  é igual a:

**A**  $2\sqrt{3} + 2i$

**C**  $2 + 2\sqrt{3}i$

**B**  $2\sqrt{3} - 2i$

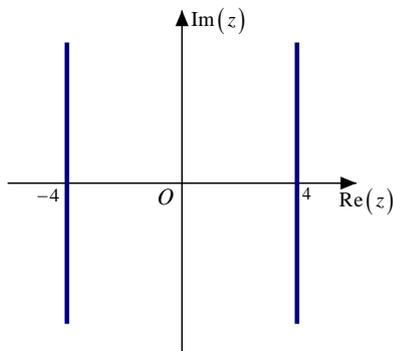
**D**  $2 - 2\sqrt{3}i$

18. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera a condição:

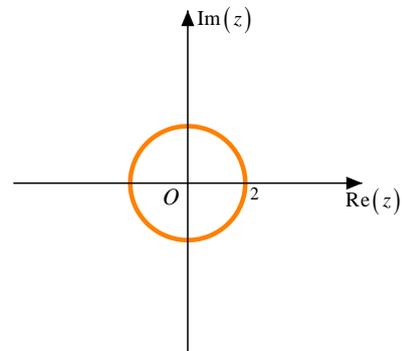
$$(z + \bar{z})^2 - (z - \bar{z})^2 = 16$$

Em qual das figuras pode estar representado, no plano complexo, o conjunto de pontos definido por esta condição?

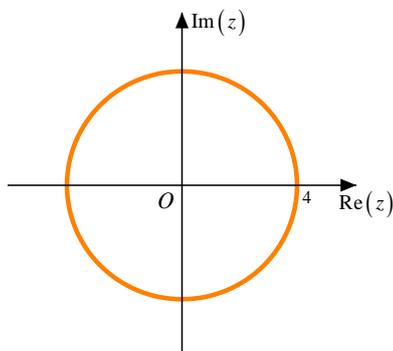
**A**



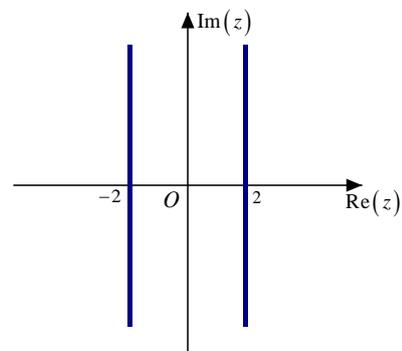
**C**



**B**



**D**



19. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera  $w_1 = 1 - 2i$  e  $w_2$  tal que  $(w_1)^2 \times \bar{w}_2$  pertence ao conjunto:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z) = 0 \wedge \operatorname{Im}(z) > 0\}$$

Então, o afixo de  $w_2$  pertence ao:

**A** primeiro quadrante.

**C** terceiro quadrante.

**B** segundo quadrante.

**D** quarto quadrante.

20. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera os números complexos  $z_1$  e  $z_2$  tais que:

▪  $z_1 = e^{i\frac{13\pi}{12}} - e^{i\frac{\pi}{12}}$

▪  $z_2 = 2i^{110} - \sqrt{12}i^{33}$

Determina o número complexo  $z_3$ , na forma algébrica, sabendo que o número complexo  $\frac{z_1 \times \bar{z}_2}{z_3}$  satisfaz a condição

$$|z| = \sqrt{2} \wedge \operatorname{Re}(z) = 0 \wedge \operatorname{Im}(z) > 0.$$

21. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera  $z_1 = 2 - 3i$  e  $z_2 = re^{i\alpha}$ , com  $\alpha \in ]0, \pi[$  e  $r > 0$ .

21.1 Admite que  $(z_2)^3$  é um número real negativo e que o seu afixo pertence à circunferência de raio 8 centrada na origem.

Em qual das seguintes opções está a representação algébrica de  $z_2$ ?

**A**  $-1 + \sqrt{3}i$

**C**  $\sqrt{3} + i$

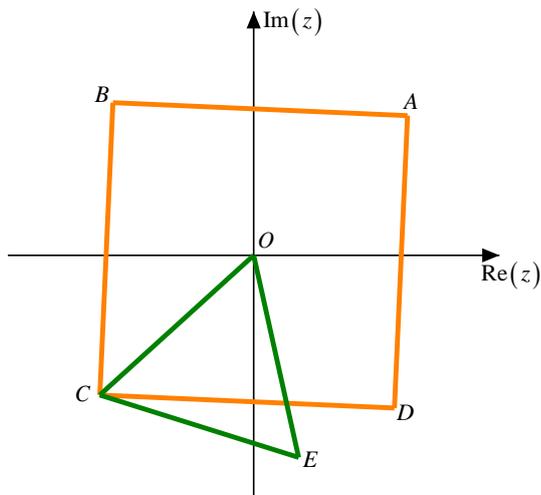
**B**  $1 + \sqrt{3}i$

**D**  $\sqrt{3} + 3i$

21.2 Admite agora que o afixo de  $z_2$  tem as coordenadas simétricas e que  $|z_2(1-i)| = 1$ .

Escreve na forma trigonométrica o número complexo  $(z_2)^3 + \frac{1}{2}e^{i\frac{3\pi}{2}}$ .

22. Na figura, estão representados, no plano complexo, o quadrado  $[ABCD]$ , centrado na origem, e o triângulo equilátero  $[CEO]$ .



Sabe-se que o ponto  $A$  é o afixo do número complexo  $z$ .

Qual dos seguintes números tem como afixo o ponto  $E$ ?

**A**  $z\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$

**C**  $z\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

**B**  $\bar{z}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$

**D**  $\bar{z}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

23. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera os números  $z_1 = \frac{4+2i}{1-i} + 2i^{2022}$  e  $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ .

23.1 Os afixos das soluções da equação  $z^2 - z_2 \bar{z} = 0$  definem um polígono.

Determina, em  $\mathbb{C}$ , as soluções da equação na forma algébrica e determina a área do polígono.

23.2 Determina  $\alpha$ , com  $\alpha \in ]0, \pi[$ , de modo que o afixo do número complexo  $\frac{z_1 - z_2}{(\cos \alpha - i \operatorname{sen} \alpha)^5}$  pertença à bissetriz do primeiro quadrante.

24. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera  $z = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

O afixo do número complexo  $\frac{z^3}{\bar{z}i}$  pertence

**A** à bissetriz dos quadrantes ímpares.

**C** ao eixo real.

**B** à bissetriz dos quadrantes pares.

**D** ao eixo imaginário.

25. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera  $z = -\frac{4e^{i\alpha}(2-i)}{1+2i}$ , com  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ .

Sabe-se que  $z$  e  $ri - \sqrt{r^2 3}$ , com  $r > 0$ , são raízes quartas de um mesmo número complexo.

Determina  $r$  e  $\alpha$ .

26. Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considera  $z = e^{i\frac{\pi}{12}}$  e  $w = \left(\frac{1}{z} + \bar{z}\right)(-1 + \sqrt{3}i)$ .

Determina, sem recorrer à calculadora, o menor valor de  $n$ , número natural, de modo que  $w^n$  seja um número real negativo.

Para itens sobre Combinatória e Funções (exponenciais, logarítmicas e trigonométricas), consultar a *newsletter* de [fevereiro de 2025](#).

**FIM**