Itens para Avaliação sumativa – Novembro

Matemática A | 12.º Ano

Temas: Combinatória, Probabilidades, Continuidade, Assíntotas e Teorema de Bolzano

1. Onze amigos, entre os quais o Pedro, a Inês, a Sofia, a Maria e o João, pretendem colocar-se numa só fila para tirar uma foto.

Sabe-se que:

- a Inês, a Sofia e a Maria pretendem ficar em posições consecutivas;
- o Pedro e o João não pretendem ficar em posições consecutivas.

Nas condições do enunciado, quantas filas distintas se podem formar?

A 1 693 440

B 846 720

C 141 120

D 40 320

2. Numa certa linha, n, do triângulo de Pascal, os três elementos centrais são a, b e c, tal que $a<b$ e $b>c$.

Qual é o elemento central da linha $n+2$?

A $a+b$

B $2a+2b$

C $a+2b$

D $2a+b$

3. Considera o desenvolvimento do binómio $\left(\frac{2}{x}-x^2\right)^n$, com $x\neq 0$ e $n\in\mathbb{N}$.

Sabe-se que n satisfaz a equação ${}^nC_3-{}^nC_7=0$.

Qual é o coeficiente do termo deste desenvolvimento cuja parte literal é x^{11}?

A -960

B -360

C 360

D 960

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta
Matemática 360 12 | Matemática A | 12.º Ano

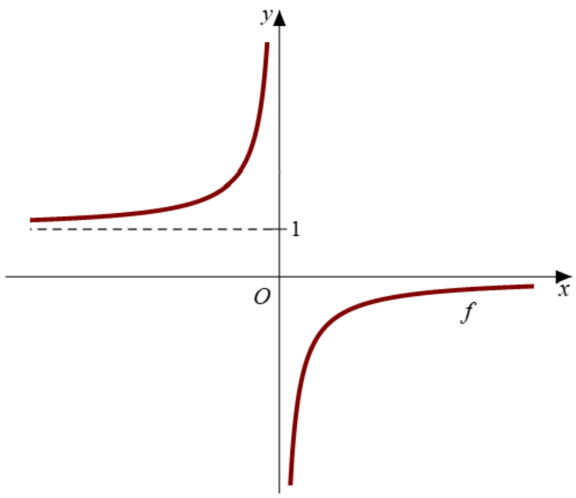
4. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, sejam e A e B dois acontecimentos possíveis e independentes ($A \subset E$ e $B \subset E$) tais que:

- $P(B) = 0,2$
- $P(A|B) = 0,7$

Qual é o valor de $P(\bar{A} \cup B)$?

A $0,26$ **B** $0,36$ **C** $0,44$ **D** $0,84$

5. Na figura, está parte da representação gráfica de uma função f, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.



Tal como a figura sugere, as retas de equações $x = 0$ e $y = 0$ são assíntotas ao gráfico de f.

Seja (u_n) uma sucessão tal que $\lim f\left(\frac{n}{u_n}\right) = 1$.

Qual dos seguintes pode ser o termo geral de (u_n)?

A $1 - n^2$ **B** $n^2 - 1$

C $\sqrt{n} - 1$ **D** $1 - \sqrt{n}$

6. Num grupo de doze pessoas, nove são mulheres e os restantes são homens.

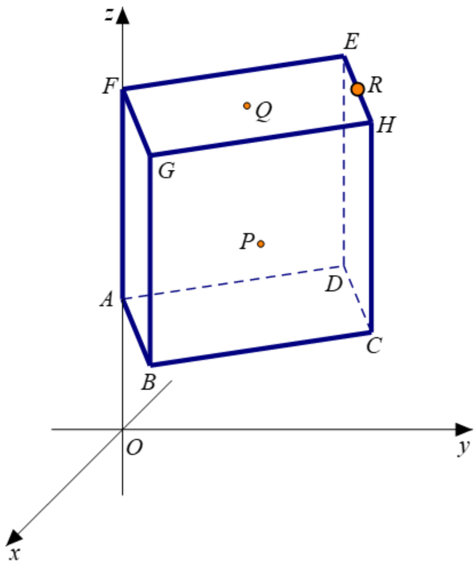
6.1 Escolhendo, simultaneamente e ao acaso, quatro das doze pessoas, qual é a probabilidade de haver homens, mas no máximo dois, no grupo de quatro pessoas escolhidas?

Apresenta o resultado na forma de percentagem.

6.2 Pretende-se formar uma comissão com sete pessoas, sendo que essa comissão tem três cargos: presidente, vice-presidente e tesoureiro. As restantes pessoas desempenharão tarefas indiferenciadas.

Quantas comissões distintas podem ser formadas de modo que haja pelo menos uma mulher e pelo menos um homem a desempenhar os cargos?

7. Na figura, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$.



Sabe-se que:

- a aresta $[AF]$ está contida no eixo Oz;
- P é o centro da face $[BCHG]$ e Q é o centro da face $[EFGH]$;
- R é o ponto médio da aresta $[EH]$.

Escolhem-se, simultaneamente e ao acaso, três dos onze pontos assinalados.

Qual é a probabilidade de definirem um plano paralelo ao plano xOy?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

8. O João faz coleção de bolas de vários desportos.

8.1 Supõe que o João pretende colocar algumas das bolas que tem num expositor com quinze lugares.

Nesse expositor vão ser colocadas doze bolas:

- quatro bolas de futebol distintas;
- três bolas de basquetebol distintas;
- cinco bolas de ténis iguais.

Uma expressão que dá o número de disposições distintas que podem ser feitas de modo que as bolas de futebol fiquem dispostas consecutivamente é $12 \times 4! \times {}^{11}C_5 \times {}^{6}A_3$.

Numa pequena composição, explica esta expressão, no contexto do problema.

8.2 Num saco, o João tem várias bolas de snooker, todas numeradas.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma bola do saco.

Sejam A e B os acontecimentos:

- A: «a bola retirada está numerada com um número inferior a 4»
- B: «a bola retirada está numerada com um número superior a 2»

Sabe-se que:

- $P(\overline{A} \cap B) + P(B) = \frac{7}{5}$
- $P(A|B) = \frac{5}{13}$

Qual é a probabilidade de a bola retirada estar numerada com o número 3?

9. Um grupo de amigos constituído por três raparigas e alguns rapazes vai a um parque aquático. Numa dada altura do dia decidem ir todos à maior atração do parque, um escorrega com vinte metros de altura em que só pode descer uma pessoa de cada vez.

Sabe-se que se a ordem de descida dos amigos for aleatória, a probabilidade de as três raparigas descerem consecutivamente é $\frac{1}{51}$.

O grupo é constituído por quantas pessoas?

10. Numa empresa, sabe-se que:

- 40% dos funcionários são do sexo masculino;
- $\frac{1}{8}$ dos funcionários do sexo masculino são licenciados;
- entre os funcionários licenciados, três em cada quatro são do sexo feminino.

Escolhe-se ao acaso um funcionário desta empresa.

Qual é a probabilidade de não ser licenciado ou ser do sexo masculino?

Apresenta o resultado na forma de percentagem.

11. Num saco estão nove bolas indistinguíveis ao tato e numeradas de 1 a 9.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente e com reposição, nove bolas do saco.

Sejam X e Y os acontecimentos:

X : «a bola com o número 4 foi extraída exatamente quatro vezes»

Y : «todas as bolas numeradas com números ímpares são extraídas»

Sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada, determina o valor de $P\left(Y|X\right)$.

Começa por interpretar o significado de $P\left(Y|X\right)$ no contexto da situação descrita.

Apresenta o resultado na forma de dízima com quatro casas decimais.

12. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam A, B e C três acontecimentos possíveis ($A \subset E$, $B \subset E$ e $C \subset E$), tais que:

- os acontecimentos A e B são incompatíveis;
- os acontecimentos $A \cup B$ e C são equiprováveis;
- $P\left(\overline{A}|(A \cup B)\right) + P\left(\overline{B}|C\right) = 1$

Mostra que os acontecimentos $B \cup C$ e C são equiprováveis.

13. Considera a função g , de domínio $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, definida por:

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x^2-x-2} & \text{se} \quad x<2\\ \dfrac{4}{3} & \text{se} \quad x=2\text{, com } k\in\mathbb{R}\\ \dfrac{x\sqrt{2x}-4}{x-2} & \text{se} \quad x>2\end{cases}$$

13.1 A função g é contínua em $x=2$? Justifica.

13.2 Mostra que o gráfico de g tem exatamente duas assíntotas paralelas aos eixos coordenados, uma horizontal e uma vertical.

13.3 Considera uma função h, contínua em $\mathbb{R}$, tal que em $x=8$ tem um mínimo absoluto igual a 4.

Mostra que os gráficos das funções g e h se intersetam pelo menos uma vez no intervalo $]4,8[$.

FIM