AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA – MATEMÁTICA A 12.º ANO

Nome: ______________________________________ **Turma:** _____ **Nº** _____ **Data:** ____/____/____
Classificação: _________________________ **Prof.:** _________________ **Enc. Ed.:** _________________

TEMA: Probabilidades

1. A fração $\frac{3}{10}$ corresponde a que percentagem?

(A) $0,3\%$ **(B)** 3% **(C)** 30% **(D)** 33%

2. No seu *kit* de treino, o Tomás tem três camisolas diferentes, dois pares de calções diferentes, um par de chuteiras e pares de meias todos da mesma cor.

De quantas maneiras diferentes o Tomás se pode equipar para o treino?

(A) 6 **(B)** 7 **(C)** 12 **(D)** 24

3. No âmbito da comemoração da Semana da Leitura, um grupo de alunos de uma turma do 9.º ano de uma escola realizou um inquérito aos 26 alunos da turma sobre hábitos de leitura. Todos os alunos responderam ao inquérito, incluindo os do grupo que realizou o inquérito.

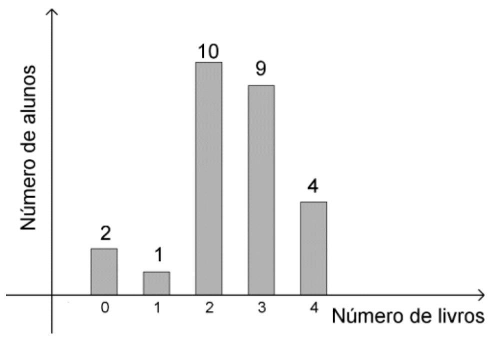
No gráfico seguinte está representada a distribuição do número de livros lidos pelos alunos da turma, durante as férias de verão de 2020.

3.1 Escolhe-se, ao acaso, um aluno da turma.

Qual é a probabilidade de o aluno escolhido **não** ter lido exatamente 2 livros?

(A) $\frac{5}{13}$ **(C)** $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{8}{13}$ **(D)** $\frac{4}{5}$



3.2 O grupo que realizou o inquérito é formado por 6 alunos, apenas metade dos quais leu exatamente 4 livros nas férias de verão de 2020. Vão ser sorteados dois alunos deste grupo para apresentar os resultados do inquérito à comunidade escolar.

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

Qual é a probabilidade de os dois alunos sorteados terem lido exatamente 4 livros nas férias de verão de 2020?

Apresenta o resultado na forma de percentagem.

Mostra como chegaste à tua resposta.

4. Uma turma do 12.º ano tem 25 alunos. Relativamente às disciplinas de opção de Física e Biologia, sabe-se que:

- 15 alunos estão inscritos em Física;
- 10 alunos estão inscritos em Biologia;
- 5 alunos não estão inscritos em Física nem em Biologia.

Na resposta aos seguintes itens, apresenta as probabilidades na forma de fração irredutível.

4.1 Escolhido, ao acaso, um aluno da turma, qual é a probabilidade de:

4.1.1 estar inscrito nas duas disciplinas?

4.1.2 estar inscrito apenas numa das disciplinas?

4.2 Escolhido, ao acaso, um aluno da turma inscrito em Biologia, qual é a probabilidade de estar inscrito em Física?

5. Lançam-se dois dados cúbicos equilibrados, com as faces numeradas de 1 a 6, e registam-se os números das faces que ficam voltadas para cima num lançamento.

5.1 Determina a probabilidade de a soma dos números registados ser igual a 4. Apresenta o resultado na forma de dízima, arredondada às centésimas.

5.2 Qual é o acontecimento mais provável: «o produto dos números registados é ímpar» ou «o produto dos números registados é par» ?

Justifica a tua resposta.

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

TEMA: Funções

1. Seja f a função real de variável real definida por $f(x)=1-x^2$.

Qual das seguintes expressões define uma sucessão (u_n) tal que $\lim f(u_n)=-3$?

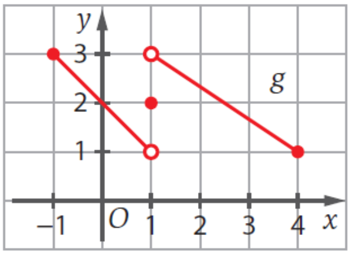
(A) $u_n=\frac{-3}{n}$

(B) $u_n=-\frac{2}{n}$

(C) $u_n=\frac{-3n}{n+1}$

(D) $u_n=\frac{-2n}{n+1}$

2. Na figura, está representado o gráfico de uma função g de domínio $[-1,4]$.



2.1 Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n=1-\frac{n}{1-n^2}$.

Qual das seguintes proposições é verdadeira?

(A) $\lim g(u_n)=3$.

(B) $\lim g(u_n)=2$.

(C) $\lim g(u_n)=1$.

(D) Não existe $\lim g(u_n)$.

2.2 Qual das seguintes proposições é verdadeira?

(A) $\lim_{x\to1} g(x)=3$.

(B) $\lim_{x\to1} g(x)=2$.

(C) $\lim_{x\to1} g(x)=1$.

(D) Não existe $\lim_{x\to1} g(x)$.

2.3 Qual das seguintes proposições é verdadeira?

(A) $\lim_{x\to1^-} g(x)=1$.

(B) $\lim_{x\to1^-} g(x)=2$.

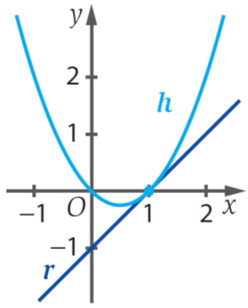
(C) $\lim_{x\to1^+} g(x)=2$.

(D) $\lim_{x\to1^+} g(x)=1$.

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

3. No referencial o.n. da figura, estão representados parte do gráfico da função h e a reta r, tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa 1.

A reta r interseta o eixo Ox no ponto de abcissa 1 e o eixo Oy no ponto de ordenada -1.



3.1 O valor de $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{h(x)-h(1)}{x-1}$ é:

(A) -1 **(B)** 0 **(C)** 1 **(D)** 2

3.2 Sabe-se que h é uma função quadrática com zeros 0 e 1.

3.2.1 Qual é a solução da equação $h'(x)=0$?

(A) 0 **(B)** $\dfrac{1}{4}$ **(C)** $\dfrac{1}{2}$ **(D)** 1

3.2.2 Qual das seguintes é uma expressão analítica de h?

(A) $\dfrac{1}{2}x(x+1)$ **(B)** $x(x+1)$ **(C)** $\dfrac{1}{2}x(x-1)$ **(D)** $x(x-1)$

4. Seja g a função definida, em $\mathbb{R}$, para cada valor de $k\geq -1$, por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-x^2}{x^2+3x+2} & \text{se } x>-1\\ \sqrt{k-x} & \text{se } x\leq -1\end{cases}$$

Qual é o valor de k para o qual f é contínua em $x=-1$?

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 8

5. Calcula os seguintes limites, começando por identificar, caso exista, o tipo de indeterminação.

5.1 $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-1}$

5.2 $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$

5.3 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x^3-1}$

5.4 $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}$

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

6. Estuda as seguinte funções quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico. Caso existam, escreve as respetivas equações.

6.1 $f(x)=\dfrac{2x^3-10x}{x^2+3}$

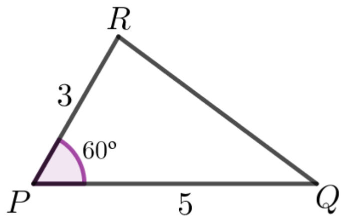
6.2 $g(x)=\dfrac{3x^2-1}{2-x}$

7. Seja g a função, real de variável real, definida por $g(x)=-x^4+18x^2+19$.

Determina os intervalos de monotonia da função g e identifica os respetivos extremos relativos e absolutos, caso existam.

TEMAS: Trigonometria e Funções trigonométricas

1. Considera o triângulo $[PQR]$ e as medidas apresentadas na figura seguinte.



O comprimento do lado $[QR]$ é:

(A) 4

(B) $\sqrt{19}$

(C) 5

(D) $\sqrt{34}$

2. Para um certo número real α, tem-se, num dado referencial o.n. do plano,

$$\tan\alpha<0 \text{ e } \cos\alpha<0.$$

A que quadrante pertence o lado extremidade do ângulo de amplitude α ?

Justifica a tua resposta por palavras.

3. Sendo α a amplitude de um ângulo do 4.º quadrante e $\tan^2\alpha=\dfrac{16}{9}$, o valor de $\sin\alpha$ é:

(A) $\dfrac{4}{5}$

(B) $\dfrac{3}{5}$

(C) $-\dfrac{3}{5}$

(D) $-\dfrac{4}{5}$

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

4. Seja β a amplitude de um ângulo do 2.° quadrante tal que $\cos\beta = -\frac{2}{3}$.

Qual das seguintes igualdades é verdadeira?

(A) $\cos(\beta+\pi) = -\frac{2}{3}$

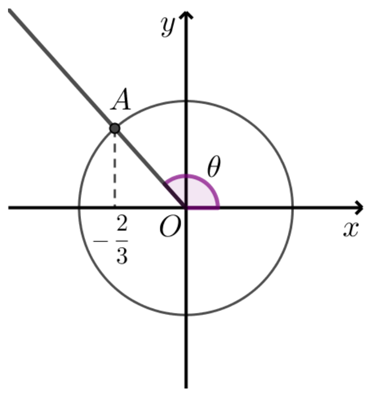
(B) $\sin\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3}$

(C) $\cos(\beta-\pi) = -\frac{2}{3}$

(D) $\sin\left(\beta-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3}$

5. Na figura ao lado estão representados, em referencial o.n. do plano de origem O:

- a circunferência trigonométrica;
- o lado extermidade $\dot{O}A$ de um ângulo de amplitude θ.



Sabe-se que a abcissa do ponto A é $-\frac{2}{3}$.

Determina o valor exato da expressão:

$$\cos(\pi+\theta)-\sin(\theta-\pi)+\tan(-\theta)$$

6. Seja f a função, de domínio $[-\pi, \pi]$, definida por $f(x) = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-1$.

Determina:

6.1 os zeros de f;

6.2 as coordenadas dos pontos de interseção do gráfico de f com a reta de equação $y=-2$;

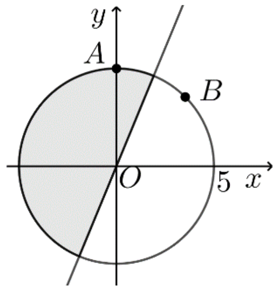
6.3 o período fundamental da função g definida, em $\mathbb{R}$, por $f(x)$.

7. Resolve, em $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right[$, a equação

$$2\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\times\sin(\pi+x)=1 .$$

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo
Mat^Power - Matemática A - 12.° ano
© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

TEMA: Geometria analítica



1. Na figura ao lado estão representados, em referencial o.n. Oxy, a circunferência de centro na origem e raio 5, e a mediatriz do segmento $[AB]$.

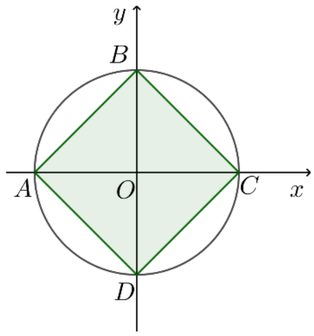
Qual das seguintes condições define o conjunto de pontos P do plano representados a sombreado na figura?

(A) $\overline{AP} \leq \overline{BP} \quad \wedge \quad \overline{OP} \leq 5$

(B) $\overline{AP} \geq \overline{BP} \quad \vee \quad \overline{OP} \leq 5$

(C) $\overline{AP} \geq \overline{BP} \quad \wedge \quad \overline{OP} \leq 5$

(D) $\overline{AP} \leq \overline{BP} \quad \vee \quad \overline{OP} \leq 5$



2. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. Oxy, o quadrado $[ABCD]$, inscrito numa circunferência de centro na origem do referencial. O quadrado tem 32 unidades de área. Qual é o raio da circunferência?

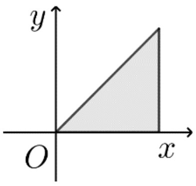
(A) $8\sqrt{2}$ **(B)** $4\sqrt{2}$ **(C)** 16 **(D)** 4

3. Considera, em $\mathbb{R}^2$, a condição

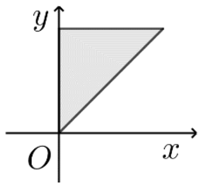
$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \leq 1 \quad \wedge \quad 0 \leq y \leq x\right\}.$$

Em qual das figuras seguintes pode estar representado, em referencial o.n. Oxy, o conjunto de pontos definido por esta condição?

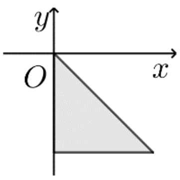
(A)



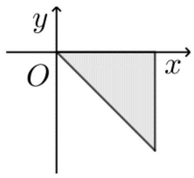
(C)



(B)



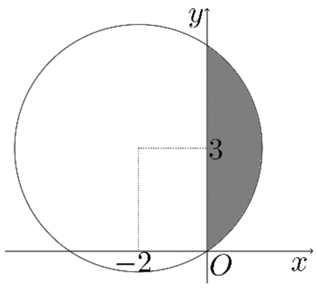
(D)



© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

4. Na figura ao lado estão representados, em referencial o.n. Oxy, a circunferência de centro no ponto de coordenadas $(-2,3)$ e que passa na origem do referencial.

Escreve uma condição analítica que defina o conjunto de pontos representados a sombreado na figura.



5. Considera, num plano munido de um referencial o.n., a condição

$$x^2 + y^2 = 9 \quad \wedge \quad 0 \le y \le \sqrt{3}\,x .$$

Qual é o comprimento do arco definido por esta condição?

(A) $\frac{\pi}{2}$ **(B)** π **(C)** 2π **(D)** 3π

COTAÇÕES

Probabilidades								
1	**2**	**3.1**	**3.2**	**4.1**	**4.2**	**5.1**	**5.2**	**Subtotal**
5	5	5	14	14 × 2	14	14	15	**100**
Funções								
1	**2**	**3.1**	**3.2**	**4**	**5**	**6**	**7**	**Subtotal**
5	5 × 3	5	5 × 2	5	6 × 4	12 × 2	12	**100**
Trigonometria e Funções trigonométricas								
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**		**Subtotal**
5	5	5	5	10	10 × 3	10		**70**
Geometria analítica								
1	**2**	**3**	**4**	**5**				**Subtotal**
5	5	5	10	5				**30**

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

Propostas de resolução e de distribuição de pontuações

Apresentam-se, a seguir, propostas de resolução das tarefas de diagnóstico, assim como as respetivas propostas de pontuações dos passos dessas resoluções. Compara o teu trabalho com as resoluções apresentadas e procede à autoavaliação, atribuindo os pontos relativos às tuas resoluções. Em alguns casos, podes ter apresentado resoluções alternativas, mas também corretas, pelo que as deves pontuar de forma equivalente.

Em casos de dúvida, consulta o(a) teu(tua) professor(a).

TEMA: Probabilidades

1. (C) [5 pontos]

2. (A) [5 pontos]

3.1 (B) [5 pontos]

3.2 [14 pontos]

Recorrendo a uma tabela de dupla entrada: (6 pontos)

	Q	Q	Q	N	N	N
Q		(Q;Q)	(Q;Q)	(Q;N)	(Q;N)	(Q;N)
Q	(Q;Q)		(Q;Q)	(Q;N)	(Q;N)	(Q;N)
Q	(Q;Q)	(Q;Q)		(Q;N)	(Q;N)	(Q;N)
N	(N;Q)	(N;Q)	(N;Q)		(N;N)	(N;N)
N	(N;Q)	(N;Q)	(N;Q)	(N;N)		(N;N)
N	(N;Q)	(N;Q)	(N;Q)	(N;N)	(N;N)	

Q – aluno que leu exatamente 4 livros

N – aluno que não leu exatamente 4 livros

A probabilidade pedida é

$$P=\frac{6}{30} \quad (6\,\text{pontos})$$

$$=20\% \quad (2\,\text{pontos})$$

4.1.1 [14 pontos]

$15+10+5-25=5$. Há 5 alunos inscritos nas duas disciplinas. (7 pontos)

$$P=\frac{5}{25} \quad (6\,\text{pontos})$$

$$=\frac{1}{5} \quad (1\,\text{ponto})$$

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

4.1.2 [14 pontos]

Número de alunos inscritos apenas em Física: $15-5=10$ (3 pontos)

Número de alunos inscritos apenas em Biologia: $10-5=5$ (3 pontos)

$$P=\frac{10+5}{25} \quad (7\text{ pontos})$$

$$=\frac{3}{5} \quad (1\text{ ponto})$$

4.2 [14 pontos]

Número de casos possíveis: 10 (há 10 alunos inscritos em Biologia). (5 pontos)

Número de casos favoráveis: 5 (5 desses 10 alunos também estão inscritos em Física). (5 pontos)

$$P=\frac{5}{10} \quad (1\text{ ponto})$$

$$=\frac{1}{2} \quad (1\text{ ponto})$$

5.1 [14 pontos]

Recorrendo a uma tabela de dupla entrada:

(6 pontos)

+	1	2	3	4	5	6
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
4	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
5	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
6	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

$$P=\frac{3}{36} \quad (6\text{ pontos})$$

$$\approx 0{,}08 \quad (2\text{ pontos})$$

5.2 [15 pontos]

Existem 36 casos possíveis. (4 pontos)

Para o produto ser ímpar, ambos os números registados têm de ser ímpares. Em cada dado há 3 números ímpares e 3 números pares, logo existem 9 (3×3) casos em que o produto é ímpar.

Assim, a probabilidade de o produto ser ímpar é $P=\frac{9}{36}$ (4 pontos)

A probabilidade de o produto ser par é $P=1-\frac{9}{36}=\frac{27}{36}$ (4 pontos)

Como $\frac{27}{36}>\frac{9}{36}$, o acontecimento mais provável é «o produto dos números registados é par». (3 pontos)

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

TEMA: Funções

1. (D) [5 pontos]

2.1 (A) [5 pontos]

2.2 (D) [5 pontos]

2.3 (A) [5 pontos]

3.1 (C) [5 pontos]

3.2.1 (C) [5 pontos]

3.2.2 (D) [5 pontos]

4. (C) [5 pontos]

5.1 [6 pontos]

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2-2x+1}{x^3-1}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \quad \text{(1 ponto)}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x^3}= \quad \text{(2 pontos)}$$

$$=0 \quad \text{(3 pontos)}$$

5.2 [6 pontos]

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \quad \text{(1 ponto)}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}= \quad \text{(2 pontos)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1-\frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}= \quad \text{(1 ponto)}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(1-\frac{1}{x}\right)}{-\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}= \quad \text{(1 ponto)}$$

$$=-1 \quad \text{(1 ponto)}$$

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

5.3 [6 pontos]

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x-2}{x^3-1}\overset{\frac{0}{0}}{=}$$ (1 ponto)

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x+2)(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)}=$$ (3 pontos)

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x+2}{x^2+x+1}=\frac{3}{3}=1$$ (2 pontos)

5.4 [6 pontos]

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}=$$

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{-2}{0^+}=$$ (4 pontos)

$$=-\infty$$ (2 pontos)

6.1 [12 pontos]

$D_f=\mathbb{R}$.

O gráfico da função não tem assíntotas verticais, pois a função é contínua em $\mathbb{R}$. (2 pontos)

Assíntotas não verticais:

Para $x\to+\infty$:

$$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2x^3-10x}{x^2+3}}{x}=$$ (1 ponto)

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3-10x}{x^3+3x}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$$ (1 ponto)

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^3}{x^3}=2$$ (2 pontos)

$$b=\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-mx\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x^3-10x}{x^2+3}-2x\right)=$$ (1 ponto)

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-16x}{x^2+3}\overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$$ (1 ponto)

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{-16x}{x^2}=0$$ (2 pontos)

Para $x\to-\infty$, os cálculos são análogos.

$y=2x$ é assíntota ao gráfico de f quando $x\to+\infty$ e quando $x\to-\infty$. (2 pontos)

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo
Mat^Power - Matemática A - 12.º ano
© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

6.2 [12 pontos]

$D_g = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$\lim_{x \to 2^-} g(x) = \lim_{x \to 2^-} \frac{3x^2 - 1}{2 - x} =$ (1 ponto)

$= \lim_{x \to 2^-} \frac{11}{0^+} =$ (1 ponto)

$= +\infty$ (1 ponto)

A reta $x = 2$ é assíntota vertical ao gráfico da função g. (1 ponto)

Não existem outras assíntotas verticais ao gráfico da função, pois esta é contínua em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. (1 ponto)

Assíntotas não verticais:

Para $x \to +\infty$:

$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{g(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{3x^2 - 1}{2 - x}}{x} =$ (1 ponto)

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2 - 1}{2x - x^2} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$ (1 ponto)

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{3x^2}{-x^2} = -3$ (1 ponto)

$b = \lim_{x \to +\infty} (g(x) - mx) = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{3x^2 - 1}{2 - x} + 3x \right) =$ (1 ponto)

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{6x - 1}{2 - x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$ (1 ponto)

$= \lim_{x \to +\infty} \frac{6x}{-x} = -6$ (1 ponto)

Para $x \to -\infty$, os cálculos são análogos.

$y = -3x - 6$ é assíntota ao gráfico de g quando $x \to +\infty$ e quando $x \to -\infty$. (1 ponto)

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo
Mat^Power - Matemática A - 12.º ano
© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

7. [12 pontos]

$D_g = \mathbb{R}$

$g'(x) = -4x^3 + 36x$. (1 ponto)

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 36x = 0$ (1 ponto)

$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = -3 \quad \vee \quad x = 3$ (1 ponto)

x	$-\infty$	-3		0		3	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$\nearrow$	Máx.	$\searrow$	Mín.	$\nearrow$	Máx.	$\searrow$

(5 pontos)

$g(-3) = g(3) = 100$, 100 é o máximo absoluto da função. (1 ponto)

$g(0) = 19$ é um mínimo relativo. (1 ponto)

A função é decrescente em $[-3, 0]$ e em $[3, +\infty[$. (1 ponto)

A função é crescente em $]-\infty, -3]$ e em $[0, 3]$. (1 ponto)

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo
Mat^{Power} - Matemática A - 12.º ano
© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

TEMAS: Trigonometria e Funções trigonométricas

1. (B) [5 pontos]

2. A função tangente é negativa para ângulos com lado extremidade nos 2.º e 4.º quadrantes; a função cosseno é negativa para ângulos com lado extremidade nos 2.º e 3.º quadrantes; portanto, para que se tenha $\tan\alpha < 0$ e $\cos\alpha < 0$, o lado extremidade do ângulo de amplitude α tem de pertencer ao 2.º quadrante. [5 pontos]

3. (D) [5 pontos]

4. (B) [5 pontos]

5. [10 pontos]

$\cos(\pi+\theta) = -\cos(\theta)$ (1 ponto)

$\sin(\theta-\pi) = -\sin(\theta)$ (1 ponto)

$\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$ (1 ponto)

Como a abcissa do ponto A é $-\frac{2}{3}$, $\cos(\theta) = -\frac{2}{3}$ (1 ponto)

- $\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)=1 \Leftrightarrow \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \sin^2(\theta) = 1$ (1 ponto)

  $\underset{\theta\in 2.^{\text{o}}Q}{\Leftrightarrow} \sin(\theta) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (1 ponto)

- $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \Leftrightarrow \tan(\theta) = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}}$ (1 ponto)

  $\Leftrightarrow \tan(\theta) = -\frac{\sqrt{5}}{2}$ (1 ponto)

- $\cos(\pi+\theta) - \sin(\theta-\pi) + \tan(-\theta) = -\cos(\theta) + \sin(\theta) - \tan(\theta)$ (1 ponto)

  $= -\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{\sqrt{5}}{3} - \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{4+5\sqrt{5}}{6}$ (1 ponto)

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

6.1 [10 pontos]

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-1=0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=\frac{1}{2} \quad \text{(2 pontos)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{3}+x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \ \vee \ \frac{\pi}{3}+x=-\frac{\pi}{3}+2k\pi \ ,k\in\mathbb{Z} \quad \text{(3 pontos)}$$

$$\Leftrightarrow x=2k\pi \ \vee \ x=-\frac{2\pi}{3}+2k\pi \ ,k\in\mathbb{Z} \quad \text{(2 pontos)}$$

$$\text{Em } [-\pi,\pi], \quad x=0 \ \vee \ x=-\frac{2\pi}{3} \quad \text{(3 pontos)}$$

6.2 [10 pontos]

$$f(x)=-2 \Leftrightarrow 2\cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-1=-2 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=-\frac{1}{2} \quad \text{(2 pontos)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{3}+x=\pi-\frac{\pi}{3}+2k\pi \ \vee \ \frac{\pi}{3}+x=\pi+\frac{\pi}{3}+2k\pi, \ k\in\mathbb{Z} \quad \text{(3 pontos)}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+2k\pi \ \vee \ x=\pi+2k\pi \ , \ k\in\mathbb{Z} \quad \text{(2 pontos)}$$

$$\text{Em } [-\pi,\pi], \quad x=\frac{\pi}{3} \ \vee \ x=-\pi \ \vee \ x=\pi \quad \text{(3 pontos)}$$

6.3 [10 pontos]

Seja P o período fundamental da função.

$$P=\frac{2\pi}{|1|}=2\pi \quad \text{(10 pontos)}$$

7. [10 pontos]

$$2\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\times\sin(\pi+x)=1 \Leftrightarrow -2\sin(x)\times(-\sin(x))=1 \quad \text{(2 pontos)}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2(x)=1 \Leftrightarrow \sin(x)=\pm\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{(3 pontos)}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}, \quad k\in\mathbb{Z} \quad \text{(2 pontos)}$$

$$\underset{x\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{2}\right[}{\Leftrightarrow} \ x=-\frac{\pi}{4} \ \vee \ x=\frac{\pi}{4} \ \vee \ x=\frac{3\pi}{4} \ \vee \ x=\pi \ \vee \ x=\frac{5\pi}{4} \quad \text{(3 pontos)}$$

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.

TEMA: Geometria analítica

1. (A) [5 pontos]

2. (D) [5 pontos]

3. (A) [5 pontos]

4. [10 pontos]

$r=\sqrt{(-2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{13}$ (3 pontos)

$(x+2)^2+(y-3)^2\leq 13 \quad \wedge \quad x\geq 0$ (7 pontos)

5. (B) [5 pontos]

Carlos Andrade | Pedro Pimenta | Simone Azevedo

© Raiz Editora, 2020. Todos os direitos reservados.