Novo Espaço – Matemática A, 12.º ano

Proposta de teste de avaliação [abril– 2024]

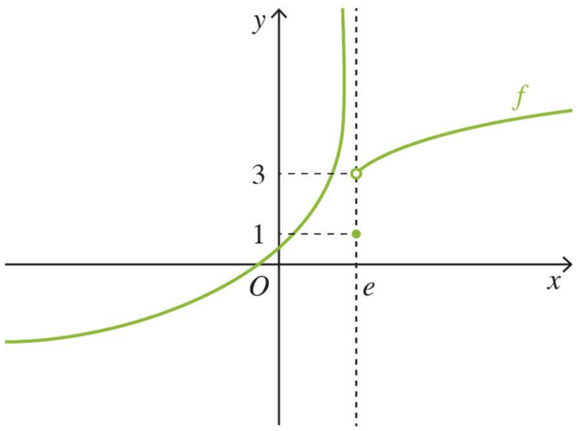
Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Na figura seguinte está representada, num referencial o.n. Oxy , parte do gráfico de uma função f , de domínio $\mathbb{R}$.

Tal como a figura sugere:

- $f(e)=1$;
- a reta de equação $x=e$ é assíntota do gráfico de f .



Considera a sucessão (a_n) , de termo geral $a_n=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$.

Em qual das seguintes opções está representado o valor de $\lim f(a_n)$?

(A) 1 **(B)** e **(C)** 3 **(D)** $+\infty$

2. Sejam a e b dois números reais positivos tais que $\log_a\left(ab^3\right)=3$.

Qual é o valor de $\log_b\left(\dfrac{a}{\sqrt{b}}\right)$?

(A) 2 **(B)** 1 **(C)** $\dfrac{1}{6}$ **(D)** $-\dfrac{1}{2}$

3. Considera, para um certo número real k , a função f , de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases} 2+xe^{x-1} & \text{se } x\leq 1 \\ \dfrac{ke^{x-1}+k}{x-x^2} & \text{se } x>1 \end{cases}$$

3.1. Determina o valor do número real k para o qual a função f é contínua em $x=1$.

3.2. Verifica se o gráfico de f admite assíntota não vertical quando $x\to-\infty$. Em caso afirmativo, escreve a sua equação reduzida.

4. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=e^x+6e^{-x}-5$.

Determina, analiticamente, os valores de x para os quais f é negativa.

5. Seja f a função, de domínio $\left]-\frac{1}{3},+\infty\right[$, definida por $f(x)=-x+\ln(1+3x)$.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{1-x^2}$?

(A) $-\frac{1}{8}$ **(B)** $\frac{1}{8}$ **(C)** $-\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{1}{4}$

6. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=x.e^{2-x}$.

6.1. Estuda a função f quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos e determina o valor do(s) extremo(s), caso exista(m).

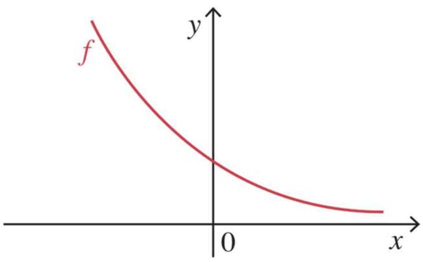
6.2. Seja g a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $g(x)=x^2$. Mostra, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, que os gráficos de f e de g se intersetam em pelo menos um ponto com abcissa pertencente ao $]1, 2[$.

6.3. No gráfico da função f existe um ponto P, de abcissa positiva, cuja distância à origem é igual a 4. Determina, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa do ponto P.

Na tua resposta, apresenta:

- uma equação que te permita resolver o problema;
- o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora, num referencial, assinalando a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevantes, que te permite(m) resolver a equação;
- a abcissa do ponto P, arredondada às centésimas.

7. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f, contínua em $\mathbb{R}$.



Tal como a figura sugere, o gráfico de f encontra-se nos primeiro e segundo quadrantes, não intersetando o eixo Ox.

Sabe-se que g'', segunda derivada de uma função g, tem domínio $\mathbb{R}$ e é definida por $g''(x)=-f(x)\times(x^2-4)$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

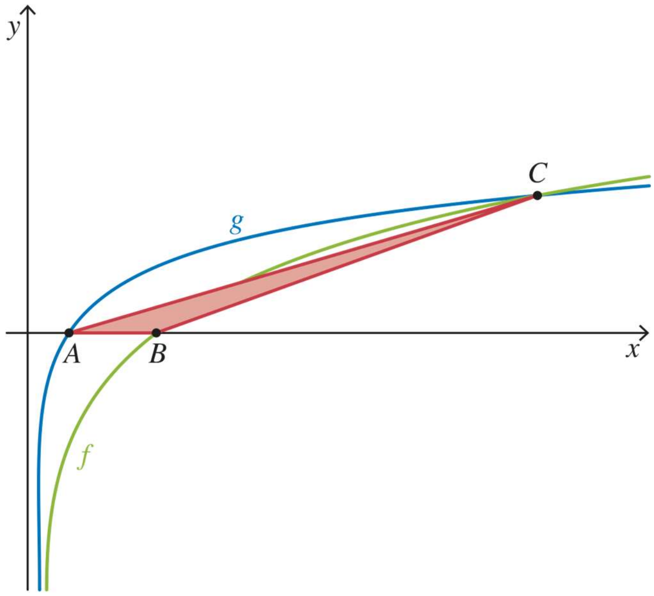
(A) $g''(-4)\times g''(6)<0$

(B) O gráfico de g não admite pontos de inflexão.

(C) O gráfico de g tem concavidade voltada para baixo em $[-2,2]$

(D) g' é crescente no intervalo $[-2,2]$.

8. Na figura seguinte está representada, num referencial o.n. Oxy , parte dos gráficos das funções f e g .



Sabe-se que, para um determinado número real $a > 1$:

- $f(x) = \log_a\left(x^2\right)$;
- $g(x) = 1 + \log_a(x)$;
- A é o ponto de interseção do gráfico de g com o eixo das abcissas.
- B é o ponto de interseção do gráfico de f com o eixo das abcissas.
- C é o ponto de interseção dos gráficos de f e g .

Mostra que a área do triângulo $[ABC]$ é igual a $\frac{a-1}{a}$.

FIM

Cotações

Questões	1.	2.	3.1	3.2	4.	5.1	6.1	6.2	6.3	7.	8.	Total
Cotação (pontos)	15	15	20	20	20	15	20	20	15	20	20	**200**