Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

Sabe-se que:

- $P\left(\overline{A}\right) = 0{,}7$
- $P(A \cup B) = 0{,}9$
- $A \cap B = \varnothing$

Qual é o valor de $P(\overline{B})$?

(A) $0{,}6$ **(B)** $0{,}4$ **(C)** $0{,}2$ **(D)** $0{,}1$

2. Uma caixa A contém cinco bolas numeradas de 1 a 5 e uma caixa B contém quatro bolas numeradas de 6 a 9, todas indistinguíveis ao tato. Retira-se, ao acaso, uma bola de cada uma das caixas.

Sejam C e D os acontecimentos:

- C: “O produto dos números inscritos nas bolas é ímpar.”
- D: “A soma dos números inscritos nas bolas retiradas é igual a 10.”

Qual é o valor de $P(D \mid C)$?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

3. Com os dez algarismos de 0 a 9 são gerados códigos de segurança formados por sequências de seis dígitos, tendo no máximo, cada sequência, dois dígitos iguais e os restantes diferentes.

A expressão seguinte permite determinar, nestas condições, quantos códigos diferentes é possível gerar.

$$^{10}A_6 + {}^{6}C_2 \times 10 \times {}^{9}A_4$$

Explica, no contexto descrito, cada parcela desta expressão.

4. De uma turma do 12.º ano do ensino articulado de Música, apenas alguns alunos vão participar no concerto de Natal.

Relativamente a essa turma, sabe-se que:

- O número de rapazes é um terço do número de raparigas.
- Um terço das raparigas não vão participar no concerto.
- 75% dos alunos que vão participar no concerto são raparigas.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma.
Determina a probabilidade de esse aluno participar no concerto de Natal.
Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

5. Seja f a função, de domínio $]-\infty, 8[$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2} & \text{se } x<2 \\ \dfrac{2-3x}{x-8} & \text{se } 2\leq x<8 \end{cases}$$

5.1. Mostra que a função f é contínua em $x=2$.

5.2. Mostra, recorrendo ao Teorema de Bolzano-Cauchy, que a equação $f(x)=\dfrac{1}{2}$ tem pelo menos uma solução no intervalo $]-1,1[$.

6. Considera, para um certo número real k, a função f, contínua em $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases} k-\dfrac{2}{3} & \text{se } x=1 \\ \dfrac{x^2+2x-3}{4-4x} & \text{se } x\neq 1 \end{cases}$$

6.1. Qual é o valor do parâmetro k?

(A) $-\dfrac{1}{3}$ **(B)** -1 **(C)** 1 **(D)** $\dfrac{5}{3}$

6.2. Seja g a função, de domínio $]1,+\infty[$, definida por $g(x)=-\frac{1}{\sqrt{x-1}}$.

Sabe-se que os gráficos de f e de g se intersetam num ponto. Determina, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a abcissa desse ponto, arredondada às centésimas.

Na tua resposta:

- Traduz por uma equação a situação apresentada.
- Representa, num referencial, o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora e assinala o ponto que te permite dar resposta à questão.

7. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$) onde $P(A)\neq 0$.

Prova que:

$$\frac{P\left(\overline{A}\cup B\right)-P(A)}{P(A)}-P(B\mid A)+1=\frac{P\left(\overline{A}\right)}{P(A)}$$

8. Seja f uma função contínua em $\mathbb{R}$.

Sabe-se que:

- a e b são números reais tais que, $0<a<b<1$.
- $f(0)=\frac{1}{a}$
- $f(1)=b$

Mostra que a equação $f(x)=1$ é possível em $]0,1[$.

FIM

Cotações

Questões	1.	2.	3.	4.	5.1	5.2	6.1	6.2	7.	8.	Total
Cotação (pontos)	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	**200**