1.1. De 1 a 50, há 16 números que são múltiplos de 3:

$$\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48\}$$

O número total de sequências de cinco números, sem qualquer restrição, é dado por:

$$50 \times 49 \times 48 \times 47 \times 46 = {}^{50}A_5 = 254\,251\,200$$

O número total de sequências de cinco números, sem qualquer múltiplo de 3, é dado por:

$$34 \times 33 \times 32 \times 31 \times 30 = {}^{34}A_5 = 33\,390\,720$$

Assim, o número de sequências, com pelo menos um múltiplo de 3, é dado por:

$$254\,251\,200 - 33\,390\,720 = 220\,860\,480$$

1.2. Ter no máximo 3 números de dois algarismos, significa não ter números de dois algarismos, ou ter exatamente um ou dois ou três. De 1 a 50, há nove números de um só algarismo e os restantes 41 têm dois algarismos. Assim, tem-se:

$${}^{9}A_5 + {}^{41}C_1 \times {}^{9}C_4 \times 5! + {}^{41}C_2 \times {}^{9}C_3 \times 5! + {}^{41}C_3 \times {}^{9}C_2 \times 5! =$$

$$= 15\,120 + 619\,920 + 8\,265\,600 + 46\,051\,200 = 54\,951\,840$$

2. Opção **(B)**

Se os dossiês tivessem todos cores diferentes, o número de sequências seria dado por 6!. Como há dois dossiês com a mesma cor, o número de sequências é dado por: $\frac{6!}{2!} = 360$.

3. Para a sequência de algarismos, há ${}^{10}A_4 = 5040$ possibilidades.

Para a sequência de letras, o número de possibilidades é dado por:

${}^{5}C_1 \times 4 \times {}^{21}A'_3 = 20 \times 21^3 = 185\,220$.

Assim, existem $5040 \times 185\,220 = 933\,508\,800$ possibilidades.

4. Em relação à resposta I: ${}^{21}C_{18} \times 18! \times 4! \times 3!$

Dos 21 alunos, há ${}^{21}C_{18}$ maneiras de escolher um grupo formado por 18 alunos para ocupar os 18 lugares das três primeiras filas. Estes 18 alunos têm 18! maneiras diferentes de serem distribuídos pelos 18 lugares. As três primeiras filas podem ser ocupadas de ${}^{21}C_{18} \times 18!$ maneiras distintas.

As 3 professoras e os restantes 3 alunos vão ocupar a quarta fila.

Tem-se o grupo das 3 professoras a ocupar três lugares consecutivos, mais 3 alunos para os restantes três lugares. O grupo das professoras e os três alunos podem permutar de $4!$ maneiras e as professoras, entre si, podem permutar de $3!$ maneiras.

Para a oupação dos lugares na quarta fila há $4! \times 3!$ maneiras diferentes.

No total e nas condições apresentadas, a distribuição pode ser feita de $\boxed{{}^{21}C_{18} \times 18! \times 4! \times 3!}$ maneiras diferentes.

Em relação à resposta II: ${}^{21}A_6 \times {}^{15}A_6 \times {}^{9}A_6 \times 4 \times 3! \times 3!$

Para 6 alunos ocuparem os seis lugares da primeira fila há ${}^{21}A_6$ maneiras diferentes.

Sobram 15 alunos que, para ocuparem os seis lugares da segunda fila, têm ${}^{15}A_6$ maneiras diferentes.

A ocupação dos seis lugares da terceira fila, pelos 9 alunos restantes, pode ser feita de ${}^{9}A_6$ maneiras diferentes.

Para a quarta e última fila, as 3 professoras podem ocupar um de quatro conjuntos de cadeiras consecutivas: as cadeiras 19, 20 e 21, ou 20, 21 e 22, ou 21, 22 e 23, ou 22, 23 e 24.

Em cada uma destas situações, as professoras podem permutar entre si e os alunos também podem permutar entre si nos três lugares que lhes ficam destinados, obtendo-se $4 \times 3! \times 3!$.

Nas condições apresentadas, há um total de $\boxed{\text{II}: {}^{21}A_6 \times {}^{15}A_6 \times {}^{9}A_6 \times 4 \times 3! \times 3!}$ maneiras diferentes de sentar professoras e alunos.

5. Opção **(D)**

Número de arestas da pirâmide é dado por: $2n$

Número de vértices da pirâmide é dado por: $n+1$

Número de casos favoráveis é dado por: $2n$

Número de casos possíveis é dado por: ${}^{n+1}C_2$

A probabilidade pedida é dada por: $\dfrac{2n}{{}^{n+1}C_2}$

6. Opção **(B)**

Sabe-se que ${}^{n}C_p = {}^{n}C_{n-p}$ e $a+b = 38\,760 \Leftrightarrow 2a = 38\,760 \Leftrightarrow a = 19\,380$

7. $\left(x-\sqrt{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} {}^{7}C_k \, x^{7-k} \left(-\sqrt{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{7} {}^{7}C_k \, x^{7-k} (-1)^k \, x^{\frac{k}{2}} = \sum_{k=0}^{7} (-1)^k \, {}^{7}C_k \, x^{\frac{14-k}{2}}$.

Assim, tem-se: $\dfrac{14-k}{2} = 6 \Leftrightarrow k = 2$

Para este valor de k, o termo do desenvolvimento é: ${}^{7}C_2 (-1)^2 x^6$, ou seja, $21x^6$. O coeficiente é 21.

8. Opção **(D)**

$${}^{n}C_2 = 3 \times {}^{n}C_1 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!\,(n-2)!} = 3n \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 3n \Leftrightarrow n^2 - 7n = 0 \Leftrightarrow n = 0 \vee n = 7$$

No contexto, tem-se $n = 7$, sendo a soma de todos os elementos da linha é igual a 2^7, ou seja, 128.

9. Opção **(A)**

$P(A)=P(B)$

$P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P(A\cup B)=1-\left(P(A)+P(B)-P(A\cap B)\right)=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$

Atendendo a que $P(A\cap B)=P\left(\overline{A\cup B}\right)$, tem-se:

$P(A\cap B)=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$.

Seja $P(A)=P(B)=p$. Então, $1-p-p=0$, ou seja, $p=\frac{1}{2}=0{,}5$.

10. Há seis bolas com número par e $n-6$ bolas com número ímpar.

Para a soma de dois números ser ímpar, um é ímpar e o outro é par.

A probabilidade de retirar duas bolas e a soma dos números ser ímpar é dada por: $\frac{{}^{6}C_1\times{}^{n-6}C_1}{{}^{n}C_2}$

Assim, tem-se:

$$\frac{{}^{6}C_1\times{}^{n-6}C_1}{{}^{n}C_2}=\frac{48}{91}\Leftrightarrow\frac{6\times(n-6)}{\frac{n!}{2!\,(n-2)!}}=\frac{48}{91}\Leftrightarrow\frac{12(n-6)}{n(n-1)}=\frac{48}{91}\Leftrightarrow 4n^2-95n+546\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n=\frac{-(-95)\pm\sqrt{9025-8736}}{8}\Leftrightarrow n=14\vee n=9{,}75$$

Logo, o saco contém 14 bolas, sendo 8 $(14-6)$ com número ímpar.