Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos, $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$. Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}42$
- $P(A \cap B) = P\left(\overline{A \cup B}\right) = 0{,}06$

Qual é o valor de $P(A \mid B)$?

(A) $\frac{3}{29}$ **(B)** $\frac{21}{47}$ **(C)** $\frac{23}{29}$ **(D)** $\frac{29}{47}$

2. Na figura, está uma representação de bolas para enfeitar a árvore de Natal do Joaquim.

No total estão disponíveis:

- 5 bolas vermelhas;
- 4 bolas douradas;
- 3 bolas prateadas.

2.1. Do conjunto das 12 bolas são retiradas, ao acaso, duas bolas.
Determina a probabilidade de as bolas retiradas terem a mesma cor.

2.2. As 12 bolas são dispostas, ao acaso, lado a lado. Determina a probabilidade de as bolas com a mesma cor ficarem juntas.

2.3. Admite que as bolas vermelhas estão numeradas de 1 a 5, as douradas de 6 a 9 e as prateadas de 10 a 12 e são introduzidas num saco.
De seguida, é retirada, ao acaso, uma bola. Considera os acontecimentos:
A: “A bola retirada é dourada.”
B: “O número da bola retirada é ímpar.”
Determina $P\left(B \mid \overline{A}\right)$.

3. Um grupo de cinco amigos é constituído por duas raparigas, a Luísa e a Maria, e três rapazes, o Gil, o Joaquim e o Valentim. Para as compras de Natal, o grupo desloca-se de automóvel até ao shopping.

Qualquer um dos cinco amigos pode conduzir o automóvel.

A escolha do condutor é feita lançando um dado cúbico com as faces numeradas de 1 a 6. Se sair um número primo é escolhido, ao acaso, um rapaz. Nas outras situações é escolhida, também ao acaso, uma rapariga.

Qual é a probabilidade de ser escolhido o Gil?

(A) $\frac{1}{9}$ **(B)** $\frac{1}{10}$ **(C)** $\frac{1}{15}$ **(D)** $\frac{1}{6}$

4. Numa escola, há duas equipas de futebol feminino, a FamaGirls e a TopGirls. Sabe-se que:

- 15% dos alunos do 12.º ano não apoiam nenhuma das equipas;
- 27% dos alunos do 12.º ano apoiam as FamaGirls e, destes, 20% também apoiam as TopGirls;
- os restantes alunos do 12.º ano apoiam apenas as TopGirls.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno do 12.º ano e verifica-se que apoia as TopGirls.

Qual é a probabilidade desse aluno também apoiar as FamaGirls?

Apresenta o resultado, em percentagem, arredondado às unidades.

5. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos, $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$, com $P(A) > 0$. Prova que:

$$P(A)\left[P(B|A)+1\right]+P\left(\overline{B}\cap A\right)=2P(A)$$

6. Na figura está representado um quadro dividido em vinte quadrículas, cada uma com um número. A Marta vai selecionar três números pares representados no quadro.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Quantas são as possibilidades de os números selecionados estarem em linha não vertical nem horizontal?

Por exemplo, os números 2, 14 e 20 pertencem à mesma "diagonal", assim como os números e os números 10, 14 e 18.

A resposta à questão colocada pode ser dada a partir da expressão $2\times {}^{4}C_{3}+2\times {}^{3}C_{3}$.

Explica o significado de cada parcela e calcula o valor numérico da expressão.

7. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x-1} & \text{se } x<1\\[2mm] \dfrac{3x-5}{x+1} & \text{se } x\geq 1\end{cases}$$

Sejam (u_n) e (v_n) sucessões tais que: $u_n=\dfrac{n+2}{n}$ e $v_n=3-n^2$.

7.1. Qual é o $\lim\left(f\left(u_n\right)\right)$?

(A) $-\infty$ **(B)** -1 **(C)** $+\infty$ **(D)** 3

7.2. Qual é o $\lim\left(f\left(v_n\right)\right)$?

(A) $-\infty$ **(B)** $+\infty$ **(C)** 3 **(D)** 2

8. Considera a função *g*, real de variável real, definida por:

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{18-x^2}{12}, & \text{se } x\leq 4\\[2mm] \dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x-4}, & \text{se } x>4\end{cases}$$

8.1. Mostra que a função *g* é contínua em $x=4$.

8.2. Mostra, recorrendo ao Teorema de Bolzano-Cauchy, que a equação $g(x)=\dfrac{6}{5}$ tem pelo menos uma solução no intervalo $]-2,0[$.

9. Considera, para um certo número real *k*, a função *h*, contínua em $\mathbb{R}$, definida por:

$$h(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x}{x^2-4x+3} & \text{se } x\neq 1\\[2mm] k^2-2k & \text{se } x=1\end{cases}$$

9.1. Qual é o valor do parâmetro *k*?

(A) -1 **(B)** 1 **(C)** 0 **(D)** 2

9.2. Seja *f* a função de domínio $]-\infty,2[$, definida por $f(x)=-\dfrac{2}{\sqrt{\dfrac{2-x}{2}}}$.

Sabe-se que os gráficos de h e de f intersetam-se num ponto.
Determina, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, as coordenadas desse ponto, arredondadas às centésimas.
Na tua resposta:

- traduz por uma equação a situação apresentada;
- representa, num referencial, o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora e assinala o ponto que te permite dar resposta à questão.

10. Seja f uma função contínua de domínio $\mathbb{R}$. Considera o intervalo $[a, b]$, com $a < b < 0$.

Sabe-se que $f(a) = a + b$ e $f(b) = ab$.

Mostra que a função f tem, pelo menos, um zero no intervalo $]a, b[$.

FIM

Cotações

Questões	1.	2.1.	2.2.	2.3.	3.	4.	5.	6.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.1.	9.2.	10.	Total
Cotação (pontos)	12	12	12	14	12	14	14	14	12	12	16	14	12	16	14	**200**