Novo Espaço – Matemática A, 12.º ano

Apoio à avaliação [maio – 2025]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio $\mathbb{R}^+$.

Uma função g , de domínio $\mathbb{R}$, tem pelo menos um zero.

Qual das opções pode corresponder à função g?

(A) $g(x) = -2f(x)$ **(B)** $g(x) = f(x-1)+3$

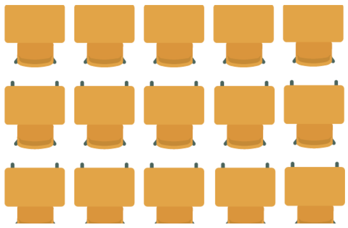
(C) $g(x) = -f(x+1)$ **(D)** $g(x) = 1-f(x)$

2. Numa empresa há uma sala de reuniões com 15 mesas individuais.

A planta da distribuição das mesas está representada na figura.

A sala vai ser ocupada por 11 pessoas, das quais 5 são homens.

De quantas formas diferentes pode ser feita a distribuição, sendo as 5 mesas da frente ocupadas por mulheres e as 5 mesas de trás ocupadas por homens?

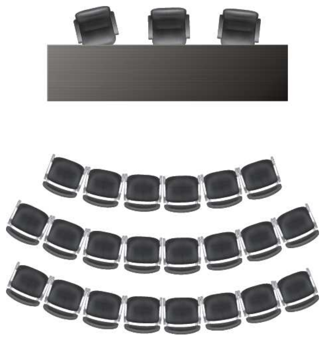


(A) 86 400 **(B)** 432 000 **(C)** 72 000 **(D)** 14 400

3. Uma autarquia está a desenvolver um projeto com impacto em três áreas: ambiental, segurança e financeira.

Numa reunião, os diretores destas três áreas apresentaram o impacto do projeto em cada uma das suas áreas a 22 convidados.

A distribuição dos lugares, na sala de reuniões, é a sugerida na figura.



Sabe-se que:

- os três diretores ocupam as três cadeiras junto à mesa;
- os 22 convidados ocupam as 22 cadeiras distribuídas por três filas;
- na 1.ª fila há 6 lugares, na 2.ª fila há 8 lugares e na 3.ª fila há 8 lugares.

3.1. Nas condições indicadas, o número de diferentes possibilidades de os 25 lugares serem ocupados pelos 25 participantes na reunião é dado por:

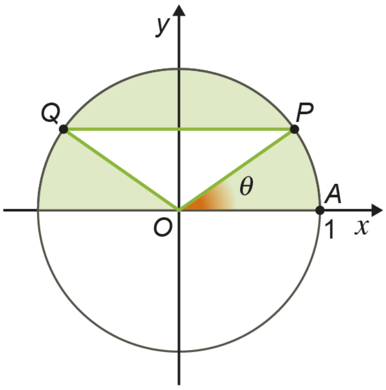
(A) $25!$ **(B)** $3 \times {}^{25}A_{22}$ **(C)** $3! \times 22!$ **(D)** ${}^{3}C_{3} \times 22!$

3.2. Admite que os 22 lugares destinados aos convidados são atribuídos ao acaso.

Entre os convidados há 7 estrangeiros. Determina a probabilidade de exatamente quatro convidados estrangeiros ocuparem lugares na primeira fila.

Apresenta o resultado, em percentagem, arredondado às unidades

4. No referencial o.n. Oxy estão representados a circunferência de centro O e raio 1, um triângulo $[OPQ]$ e uma região sombreada.



Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 0)$;
- os pontos P e Q pertencem à circunferência, sendo Q o simétrico de P em relação ao eixo Oy;
- o ângulo orientado AOP tem amplitude θ, em radianos, com $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Considera a função f, de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, em que $f(\theta)$ é igual à área da região sombreada.

4.1. Mostra que $f(\theta) = \dfrac{\pi - \sin(2\theta)}{2}$.

4.2. Considera o resultado apresentado em **4.1.**, e sem recorrer à calculadora, estuda a função f quanto à monotonia e à existência de extremos relativos e determina, caso existam, esses extremos. Na resposta, indica os intervalos de monotonia.

5. Seja f uma função contínua em $[a, b]$.

Sabe-se que:

- $f(a) = -3$ e $f(b) = -2$
- $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right) = b - a$

Qual é o número mínimo de zeros que se pode garantir que a função f tenha no intervalo $]a, b[$?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3

6. Na tabela estão as previsões das temperaturas mínimas e máximas para a cidade de Lisboa, no período de 9 a 18 de maio.

Previsões da temperatura para Lisboa		
Dia	**Temperatura mínima** (em ºC)	**Temperatura máxima** (em ºC)
9 de maio de 2025	12	20
10 de maio de 2025	11	19
11 de maio de 2025	10	19
12 de maio de 2025	11	19
13 de maio de 2025	12	20
14 de maio de 2025	12	19
15 de maio de 2025	12	21
16 de maio de 2025	13	23
17 de maio de 2025	13	24
18 de maio de 2025	14	24

Fonte: IPMA (Instituto Português do Mar e da Atmosfera)

Completa o texto seguinte selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com os dados apresentados na tabela anterior.

A mediana do conjunto das temperaturas mínimas é __I__ .

A média do conjunto das temperaturas máximas é __II__ e o desvio-padrão, arredondado às centésimas, é __III__ ºC.

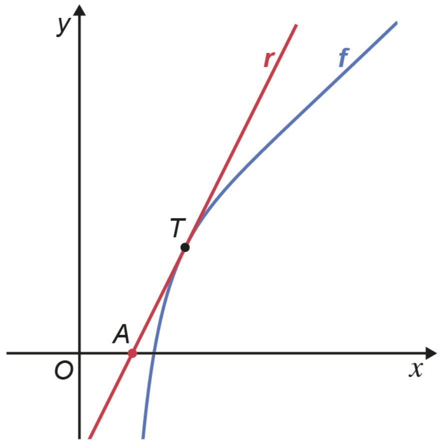
O coeficiente de correlação linear das variáveis temperatura mínima, x, e temperatura máxima, y, apresentadas na tabela, arredondado às milésimas é __IV__ .

A cada espaço, I, II, III e IV associa uma e uma só das opções apresentadas a seguir.

Espaços	**I**	**II**	**III**	**IV**
Opções	**a)** 12,5	**a)** 20,8	**a)** 2,10	**a)** 0,573
	b) 11	**b)** 21,2	**b)** 2,08	**b)** 0,872
	c) 12	**c)** 20,5	**c)** 2,13	**c)** 0,728

7. Seja *f* a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x)=\dfrac{x^3+\ln x}{x^2}$.

Na figura, em referencial o.n. Oxy, estão representados o gráfico de f e a reta r.



Sabe-se que:

- o ponto T tem abcissa 1;
- a reta r é tangente ao gráfico de f no ponto T;
- a reta r interseta o eixo Ox no ponto A.

7.1. Determina as coordenadas do ponto *A*.

7.2. O gráfico de f admite uma assíntota oblíqua.
Determina uma equação dessa assíntota, na forma reduzida.

8. Considera a função f, de domínio $]-\infty, \pi[$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{2x}-e^{-x}}{0{,}75x} & \text{se} \quad x\in\,]-\infty,0[\\ 4 & \text{se} \quad x=0\\ \dfrac{3x-\sin x}{\sin\left(\dfrac{x}{2}\right)} & \text{se} \quad x\in\,]0,\pi[\end{cases}$$

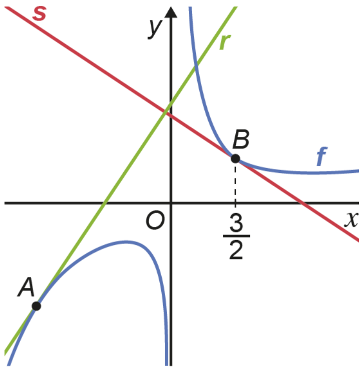
Verifica se a função f é contínua em $x=0$.

9. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, e f', a função derivada de *f*, tais que:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{3}{x}+\ln\left(\dfrac{x}{4}\right) & \text{se } x>0\\ \dfrac{e^{-x}}{3x} & \text{se } x<0\end{cases} \qquad \text{e} \qquad f'(x)=\begin{cases}\dfrac{x-3}{x^2} & \text{se } x>0\\ \dfrac{-e^{-x}(x+1)}{3x^2} & \text{se } x<0\end{cases}$$

9.1. O gráfico de *f* tem um ponto de abcissa positiva que é ponto de inflexão. Determina a abcissa desse ponto.

9.2. Na figura estão representados, em referencial o.n. Oxy, o gráfico de f e as retas r e s.



Sabe-se que:

- a reta r é tangente ao gráfico de f no ponto A de abcissa negativa;
- a reta s é tangente ao gráfico de f no ponto B de abcissa $\frac{3}{2}$;
- as retas r e s são perpendiculares.

Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina a abcissa do ponto A, arredondada às centésimas.

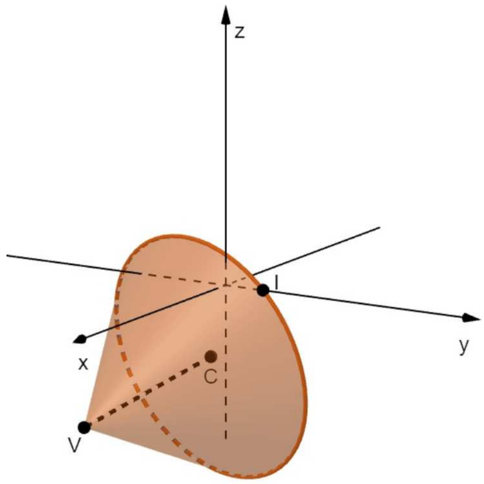
Na tua resposta apresenta:

- os declives das retas s e r;
- uma equação cuja solução é a abcissa do ponto A;
- num referencial o.n. Oxy a resolução gráfica da equação apresentada no ponto anterior;
- a resposta à questão colocada.

10. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cone reto.

Sabe-se que:

- a base do cone tem como centro o ponto C e pertence ao plano definido pela equação $-4x+y+z=1$;
- o ponto V é o vértice do cone e tem coordenadas $(3,-2,-3)$;
- o ponto I é o ponto de interseção do plano que contém a base do cone com o eixo Oy e pertence à circunferência que limita a base do cone.

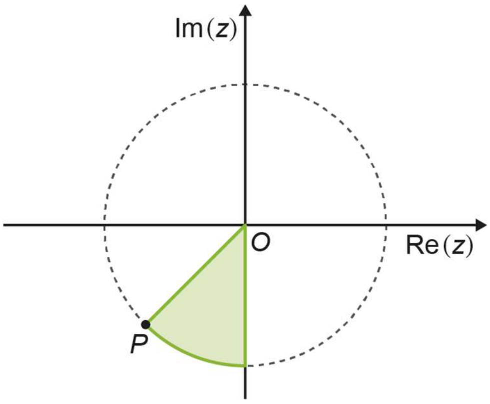


10.1. Determina a equação reduzida da superfície esférica em que um dos diâmetros é $[VI]$.

10.2. Atendendo à unidade do referencial, determina a medida da altura do cone.

11. Na figura está representado, no plano complexo, um ponto P que é o afixo (imagem geométrica) do número complexo $w = -2 - 2\text{i}$.

Qual das condições representa o conjunto de pontos da região colorida, representada na figura, incluindo a fronteira?



(A) $|z + 2\text{i}| \leq |z + 2 + 2\text{i}| \wedge |z| \leq 2\sqrt{2}$

(B) $|z| \leq 2\sqrt{2} \wedge -\frac{3\pi}{4} \leq \text{Arg}(z) \leq -\frac{\pi}{2}$

(C) $|z| \leq 2\sqrt{2} \wedge \frac{\pi}{2} \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{3\pi}{4}$

(D) $|z| \leq 2 \wedge -\frac{3\pi}{4} \leq \text{Arg}(z) \leq -\frac{\pi}{2}$

12. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considera $w = \frac{1 + \text{i}^{21}}{1 - \sqrt{3}\text{i}}$.

Sabe-se que w é uma das raízes cúbicas de um número complexo z.

Determina a raiz cúbica de z, cujo afixo, no plano complexo, pertence ao 3.º quadrante.

Apresenta o resultado na forma trigonométrica com argumento pertencente ao intervalo $\left]\pi, \frac{3\pi}{2}\right[$.

FIM

Cotações																	
Questões	**1.**	**2.**	**3.1.**	**3.2**	**4.1**	**4.2**	**5.**	**6.**	**7.1.**	**7.2**	**8.**	**9.1.**	**9.2**	**10.1.**	**10.2.**	**11.**	**12**
Pontos	8	8	8	13	14	14	8	12	13	13	13	13	14	13	14	8	14