Novo Espaço – Matemática A, 12.º ano

Apoio à avaliação [janeiro – 2025]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. O código de um cartão multibanco é constituído por uma sequência de quatro algarismos (por exemplo, 0323). Escolhida ao acaso uma sequência de quatro dígitos, qual é a probabilidade de não ter exatamente dois pares distintos, de algarismos iguais?

2. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+x}-4x, & \text{se } x>0\\ \dfrac{x^2+3}{1-x}, & \text{se } x\leq 0\end{cases}$$

2.1. Calcula $f(-1)$ e $f(1)$. É possível aplicar o Teorema de Bolzano à função f, no intervalo $[-1,1]$? Justifica a tua resposta.

2.2. Determina as coordenadas do ponto de interseção das assíntotas não verticais ao gráfico de f.

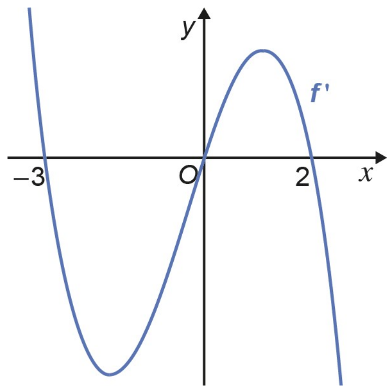
3. Considera a família de funções polinomiais do tipo $f(x)=x^3+ax^2-3x+1$, $a\in\mathbb{R}$.

Sabe-se que $f''(-2)+f'(-2)=0$.

Qual é o valor de $f''(1)$?

(A) 3 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 9

4. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$, diferenciável em $\mathbb{R}$.
Na figura está representada a função f', derivada de f.
Sabe-se que –3, 0 e 2 são zeros da derivada.
Qual das seguintes opções representa um número positivo?



(A) $f'\left(\frac{1}{2}\right)-f'(1)$ **(B)** $f(-2)-f(-1)$

(C) $f\left(\frac{1}{2}\right)-f(1)$ **(D)** $f(0)-f\left(\frac{3}{2}\right)$

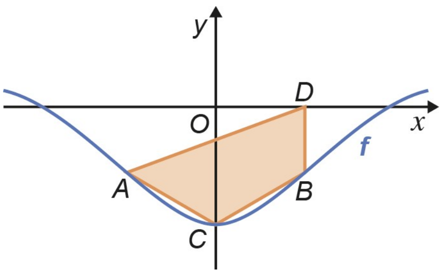
5. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Sabe-se que $f'(x) = \frac{6}{(2+x)^2}$ para todo $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Qual é o valor de $\lim\limits_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{9 - x^2}$?

(A) $-\frac{1}{25}$ **(B)** -5 **(C)** $\frac{6}{25}$ **(D)** 5

6. Na figura, em referencial o.n. Oxy, estão representados parte do gráfico da função f e um quadrilátero $[ACBD]$.



Sabe-se que:

- $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3}$;
- os pontos A e B pertencem ao gráfico de f e são pontos de inflexão;
- o ponto C pertence ao gráfico de f e a sua ordenada é mínimo absoluto da função;
- o ponto D pertence ao eixo Ox e tem abcissa igual à do ponto B.

6.1. Mostra que $f'(x) = \frac{14x}{(x^2 + 3)^2}$.

6.2. Recorre ao Teorema Bolzano e mostra que existe um ponto do gráfico de f, de abcissa pertencente ao intervalo $]\sqrt{3}, \sqrt{5}[$, em que a reta tangente ao gráfico nesse ponto é paralela à reta de equação $y = \frac{3}{5}x$.

6.3. Estuda a função f quanto à monotonia e a existência de extremos.
Na tua resposta, apresenta:

- o(s) intervalo(s) em que f é crescente, caso exista(m);
- o(s) intervalo(s) em que f é decrescente, caso exista(m);
- o(s) extremo(s) relativo(s) de f, caso exista(m).

6.4. Determina a área do quadrilátero $[ACBD]$.

7. Sejam g e h funções reais de variável real.

Sabe-se que:

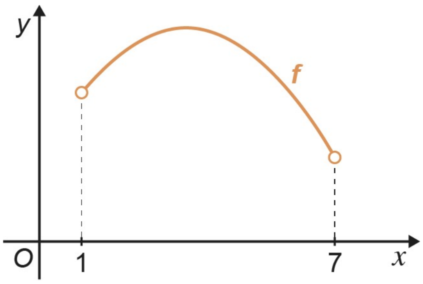
- $g(x)=\sqrt{x-3}$
- a reta t, definida por $y=4x$, é tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa 3.

7.1. Determina uma equação da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 7.

7.2. Qual é o valor de $(h \circ g)'(12)$?

(A) $-\frac{4}{3}$ **(B)** 3 **(C)** $-\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

8. Na figura está representada uma função f de domínio $]1,7[$.



A função f é duas vezes diferenciável em $]1,7[$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $\forall x \in]1,\ 7[, f'(x)\times f''(x)<0$

(B) $\forall x \in]1,\ 7[, f(x)>0 \wedge f''(x)<0$

(C) $\forall x \in]1,\ 7[, f'(x)\times f(x)>0$

(D) $\forall x \in]1,\ 7[, f'(x)>0 \wedge f''(x)<0$

9. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e diferenciável.

Sabe-se que:

- f é estritamente crescente;
- 3 é zero de f.

Considera a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x)=e^{f(x)}-f(x)$.

Determina, na forma de intervalo de números reais, o conjunto-solução da inequação $g'(x)>0$, sendo g' a função derivada de g.

FIM

Cotações

Questões	1.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.	7.1.	7.2.	8.	9.
Pontos	16	14	18	12	12	12	14	16	14	18	14	12	12	16