



Nome: _____

Ano / Turma: _____ N.º: _____ Data: ____ - ____ - ____

1. Considera $k \in \mathbb{R}$ e a sucessão (u_n) de termo geral $u_n = \left(\frac{n+k}{n+5}\right)^n$.

Sabe-se que $\lim u_n = e\sqrt{e}$.

Qual é o valor de k ?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{13}{2}$ (C) $-\frac{7}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$

2. Sejam a e b números reais maiores que 1.

Sabe-se que $\log_b(\sqrt{ab}) = 3$.

Qual é o valor de $\log_b(a)$?

- (A) 5 (B) $\frac{2}{5}$ (C) 6 (D) 7

3. Considera, para um certo número real k , a função f , de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3 + 2x e^{x-1} & \text{se } x \leq -1 \\ \frac{k e^{x-1} - k}{1 - x^2} & \text{se } -1 < x < 1 \\ \frac{x^2 - x}{-2x \ln x} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

3.1. Determina o valor de k para o qual a função f é contínua em $x = 1$.

3.2. Verifica se o gráfico de f admite assíntota não vertical quando $x \rightarrow -\infty$. Em caso afirmativo, representa-a por uma equação, na forma reduzida.

4. Seja g a função definida por $g(x) = (e^{x^2} - e^9) \log_2(2x - 7)$.

Seja A o conjunto dos zeros de g . Escolhe-se, ao acaso, um elemento de A .

Qual é a probabilidade de escolher um número inteiro?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) 1 (C) $\frac{2}{3}$ (D) 0

5. Seja f a função definida por $f(x) = 2x\sqrt{\ln(x)}$.

Qual é o valor de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e)}{h}$?

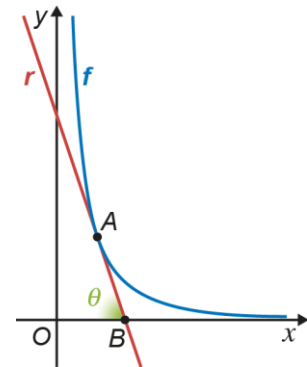
- (A) 0 (B) \sqrt{e} (C) e (D) 3

6. Na figura está representada a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{2 - \ln x}{x}$.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao gráfico de f e tem abcissa 1;
- a reta r é tangente ao gráfico de f no ponto A ;
- B é o ponto de interseção da reta r com o eixo Ox ;
- $\widehat{ABO} = \theta$ rad

Determina o valor de θ arredondado às centésimas.



7. Sejam f e g funções reais de variável real, tais que:

$$f'(x) = \frac{3}{2+x^2} \text{ e } g(x) = 2 - \ln(x^2 + 1)$$

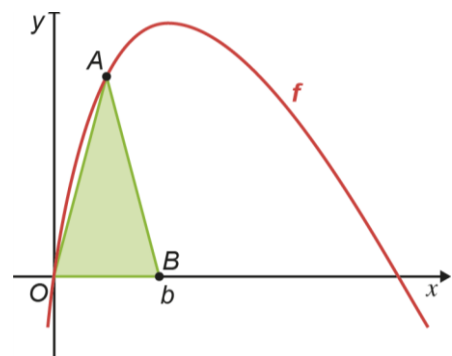
Qual é o valor de $(f \circ g)'(0)$?

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

8. Na figura, em referencial o.n. Oxy , está parte da representação gráfica da função f definida por $f(x) = 5\ln(2x+1) - 3x$.

Sabe-se que:

- o triângulo $[OAB]$ é isósceles, sendo $\overline{OA} = \overline{AB}$;
- o vértice B tem coordenadas $(b, 0)$, com $b \in]0, 6]$;
- o vértice A pertence ao gráfico da função f .



8.1. Mostra que a área do triângulo $[OAB]$ é dada, em função de b , através da expressão:

$$A(b) = \frac{10b\ln(b+1) - 3b^2}{4}$$

8.2. Recorrendo ao Teorema de Bolzano, mostra que a área do triângulo é máxima para

um valor de b pertencente ao intervalo $\left] \frac{7}{2}, \frac{9}{2} \right[$.

9. Seja g uma função de domínio \mathbb{R}^+ .

A função g' , função derivada de g , é definida por $g'(x) = \frac{3 \ln x}{x}$.

9.1. O gráfico de g tem um ponto de inflexão. Determina a abcissa desse ponto.

9.2. Considera a reta r que passa no ponto $A(2, 2)$ e num ponto B do gráfico da função g' .

Sabe-se que o declive da reta r é igual a $-\sqrt{e}$.

Recorre às capacidades da calculadora e determina a abcissa do ponto B .

Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

Na tua resposta:

- apresenta uma equação que te permita obter o valor pedido;
- reproduz num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora;
- assinala o ponto cuja abcissa é pedida com valor arredondado às centésimas.

FIM

Cotações												
Questões	1.	2.	3.1.	3.2.	4.	5.	6.	7.	8.1.	8.2.	9.1.	9.2.
Pontos	14	14	20	18	14	14	16	14	18	20	18	20