1.1. Opção **(C)**

1.2. $P(A \cup B) - P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(B) = P(A) - P(A \cap B)$

Como $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$, então: $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

Assim: $P(A \cup B) - P(B) = P(A \cap \overline{B})$

2.1. Opção **(B)**

2.2. Seja o acontecimento A: "o produto é um múltiplo de 4".
Considere-se o acontecimento contrário de A, ou seja,
$\overline{A}$: "o produto não é um múltiplo de 4", então $P(A) = 1 - P(\overline{A})$.

Para ocorrer $\overline{A}$ existem duas possibilidades:

- os números das quatro bolas são todos ímpares.
  Neste caso, o número de casos favoráveis é igual a ${}^{8}C_4$ e o número de casos possíveis é igual a ${}^{15}C_4$.
- os números de três bolas são ímpares e uma bola tem um número par que não seja múltiplo de 4 $(\{2,6,10,14\})$.
  Neste caso, o número de casos favoráveis é igual a ${}^{8}C_3 \times {}^{4}C_1$ e o número de casos possíveis é ${}^{15}C_4$.

Assim, a probabilidade de o produto dos quatro números das bolas retiradas ser um número múltiplo de 4 será igual a:

$$1 - \frac{{}^{8}C_4 + {}^{8}C_3 \times {}^{4}C_1}{{}^{15}C_4}$$

3.1. Opção **(D)**

3.2. Sendo o domínio $\{-1,0,1,2,4\}$ e $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2}$, verifica-se que a função é crescente.

$-1 < 0 < 1 < 2 < 4$ e $f(-1) < f(0) < f(1) < f(2) < f(4)$

Então, $\forall x_1, x_2 \in D_f,\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ é verdadeira.

Deste modo, o acontecimento A é um acontecimento certo.

4. Seja F o acontecimento: "o utilizador é do sexo feminino".

Seja I o acontecimento: "o utilizador tem 25 anos ou menos".

Considere-se a tabela de dupla entrada:

	I	$\bar{I}$	**Total**
F	$\frac{2}{3}\times\frac{3}{20}=\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$
$\bar{F}$	$\frac{3}{5}\times\frac{17}{20}=\frac{51}{100}$	$\frac{2}{5}\times\frac{17}{20}=\frac{17}{50}$	$\frac{17}{20}$
Total	$\frac{61}{100}$	$\frac{39}{100}$	1

4.1. $P(\bar{I})=\dfrac{39}{100}$

4.2. $P(F\mid I)=\dfrac{10}{61}$

5.1. $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}: 4x^2-2x\geq 0\wedge\sqrt{4x^2-2x}\neq 0\right\}=\left\{x\in\mathbb{R}: 4x^2-2x>0\right\}=\left]-\infty,0\right[\cup\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$

5.2. Opção **(A)**

6.1. Opção **(B)**

6.2. A função derivada de f é definida por:

$$f'(x)=-2x+\frac{1}{2\sqrt{x}}$$

A função f' é contínua em $\mathbb{R}^+$ e em particular no intervalo $\left[\frac{1}{8},\frac{7}{8}\right]$, pois resulta da soma de duas funções contínuas.

$f'\left(\frac{1}{8}\right)=-\frac{1}{4}+\sqrt{2}>0$ e $f'\left(\frac{7}{8}\right)=-\frac{7}{4}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}<0$

Como $f'\left(\frac{1}{8}\right)\times f'\left(\frac{7}{8}\right)<0$, pelo corolário do Teorema de Bolzano-Cauchy, conclui-se que:

$\exists c\in\left]\frac{1}{8},\frac{7}{8}\right[: f'(c)=0$

Como $f'\left(\frac{1}{8}\right)$ e $f'\left(\frac{7}{8}\right)$ têm sinais diferentes, conclui-se que a função f admite um extremo relativo no intervalo $\left]\frac{1}{8},\frac{7}{8}\right[$.

7.1. Opção **(A)**

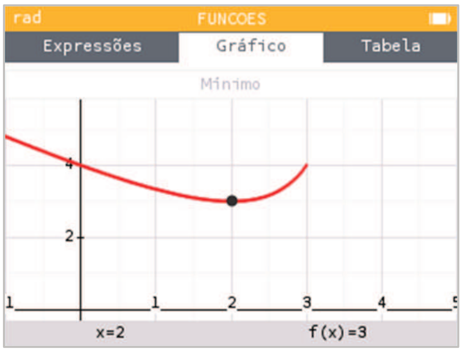
7.2. Como as retas t e AB são paralelas, então os seus declives são iguais:

$$m_t = m_{AB} = \frac{0-(-3)}{2-(-1)} = 1$$

Assim: $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x^2-ax} = \lim\limits_{x \to a}\left(\frac{f(x)-f(a)}{x-a} \times \frac{1}{x}\right) = \lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \times \lim\limits_{x \to a}\frac{1}{x} = f'(a) \times \lim\limits_{x \to a}\frac{1}{x} = 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$

8.1. Opção **(C)**

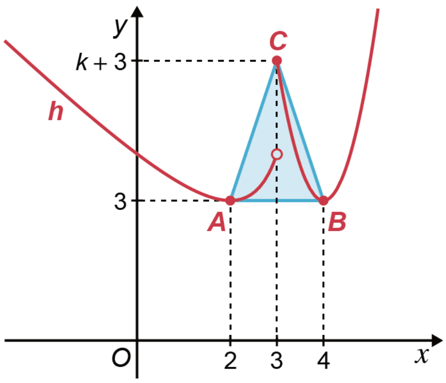
8.2. Ao lado está representada parte do gráfico da função h para $x<3$, de onde se conclui que as coordenadas do ponto A são $(2, 3)$.



As coordenadas do ponto B são $(4,3)$, para qualquer valor de k com $k \in \mathbb{R}^+$.

As coordenadas do ponto C são $(3, h(3))$.

Como $h(3) = k+3$, então as coordenadas do ponto C são $(3, k+3)$.



Deste modo, a expressão do perímetro do triângulo $[ABC]$ pode ser dada, em função de k, por $P(k) = 2 + 2\sqrt{1+k^2}$.

Assim, a equação que traduz o problema pode ser:

$P(k) = k^3 \Leftrightarrow 2 + 2\sqrt{1+k^2} = k^3$

De onde se conclui que: $k \approx 1{,}8$