Novo Espaço – Matemática A, 12.º ano

Apoio à avaliação [novembro – 2025]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória e A e B dois acontecimentos possíveis.

1.1. Admite que $P(A \cap B) = 0{,}3$ e que $P(A) = P(\overline{B})$.

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) 0,5 **(B)** 0,6 **(C)** 0,7 **(D)** 0,8

1.2. Considera que os acontecimentos A e B são independentes.

Mostra que:

$$P(A \cap \overline{B}) = P(A \cup B) - P(B)$$

2. Um conjunto de bolas de *snooker* é constituído por 15 bolas, numeradas de 1 a 15.

As bolas dividem-se em dois grupos:

- 8 bolas lisas, numeradas de 1 a 8, sendo uma preta e as restantes de cores diferentes;
- 7 bolas listadas, numeradas de 9 a 15, em que as faixas centrais têm, também, cores diferentes.

As cores das bolas lisas (exceto a preta) e as cores das bolas listadas são iguais.

2.1. Retiram-se, ao acaso, duas bolas de cada grupo e registam-se as cores das quatro bolas.

Considera que as cores das bolas retiradas são iguais, duas a duas.

Quantos grupos, diferentes, de bolas se podem formar?

(A) 42 **(B)** 21 **(C)** 28 **(D)** 14

2.2. Do conjunto das 15 bolas misturadas, retiram-se, ao acaso quatro e registam-se os seus números.

Pretende-se calcular a probabilidade de o produto dos números obtidos ser um número múltiplo de 4.

Uma resposta possível é:

$$1-\frac{{}^{8}C_4+{}^{8}C_3\times{}^{4}C_1}{{}^{15}C_4}$$

Numa pequena composição, explica esta resposta.

3. Considera a função f, de domínio $\{-1,0,1,2,k\}$, definida por $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{2}$.

3.1. Escolhe-se, aleatoriamente, um elemento do domínio de f.

Sabe-se que a probabilidade de a imagem desse elemento ser um número inteiro é igual a $\frac{2}{5}$.

Qual das seguintes opções não pode corresponder ao valor de k?

(A) 3 **(B)** 15 **(C)** 35 **(D)** 48

3.2. Considera agora $k=4$.

Escolhe-se, ao acaso, dois elementos do domínio de f.

Sejam a e b os elementos escolhidos e A o acontecimento:

$$A:\ "a<b\Rightarrow f(a)<f(b)"$$

Mostra que o acontecimento A é um acontecimento certo.

4. Uma equipa, que desenvolveu um *site* de notícias sobre desporto, fez um levantamento do perfil dos seus utilizadores habituais.

Obtiveram-se as seguintes conclusões:

- 85% dos utilizadores são do sexo masculino;
- $\frac{2}{3}$ dos utilizadores do sexo feminino tem 25 anos ou menos;
- 40% dos utilizadores do sexo masculino tem mais de 25 anos.

Para efeitos de atribuição de um prémio, escolheu-se, ao acaso, um utilizador habitual.

Determina, na forma de fração irredutível, a probabilidade de o prémio ser atribuído a um utilizador:

4.1. com mais de 25 anos;

4.2. do sexo feminino, sabendo que tem 25 anos ou menos.

5. Seja f uma função real de variável real definida por:

$$f(x)=\frac{3x}{\sqrt{4x^2-2x}}$$

5.1. Determina o domínio da função f.

5.2. O gráfico da função f admite uma assíntota vertical e duas assíntotas horizontais.

Sejam:

- a assíntota vertical do gráfico de f definida pela equação $x=a$;
- as assíntotas horizontais do gráfico de f definidas pelas equações $y=b$ e $y=c$.

Qual é a afirmação correta?

(A) $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b+c=0 \end{cases}$ **(B)** $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b+c=3 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} a=0 \\ b+c=3 \end{cases}$ **(D)** $\begin{cases} a=0 \\ b+c=0 \end{cases}$

6. Seja f uma função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $f(x)=-x^2+\sqrt{x}+4$.

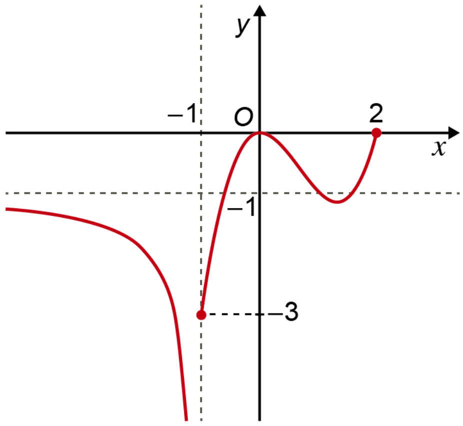
6.1. Qual é a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa $x=1$?

(A) $y=-3x+11$ **(B)** $y=-\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}$

(C) $y=-\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$ **(D)** $y=-3x+\frac{11}{2}$

6.2. Recorrendo ao corolário do Teorema de Bolzano-Cauchy, mostra que a função f admite um extremo relativo no intervalo $\left]\frac{1}{8}, \frac{7}{8}\right[$.

7. Na figura está representada parte do gráfico da função f de domínio $]-\infty, 2]$.



7.1. Considera uma sucessão u_n tal que $\lim f(u_n) = -1$.

Qual das opções pode ser o termo geral de (u_n)?

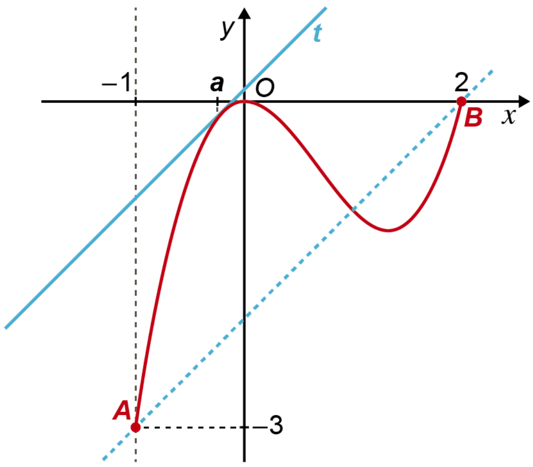
(A) $u_n = -3 - n$

(B) $u_n = -3 + n$

(C) $u_n = -3 - \frac{1}{n}$

(D) $u_n = -3 + \frac{1}{n}$

7.2. Considera, agora, a parte do gráfico da função f representada na figura.



Sabe-se que:

- $A(-1, -3)$ e $B(2, 0)$ pertencem ao gráfico de f;
- a reta t é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa a, sendo $a < 0$;
- a reta t é paralela à reta AB.

Determina $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x^2 - ax}$.

8. Seja h uma função definida por:

$$h(x)=\begin{cases}\dfrac{-x^2+7x-16}{x-4} & \text{se} \quad x<3\\ k(x-4)^2+3 & \text{se} \quad x\geq 3\end{cases}$$

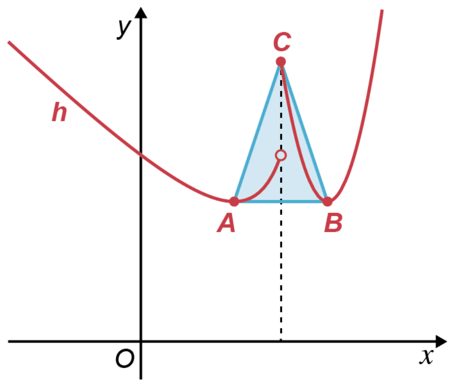
8.1. Qual é o valor de k para o qual a função h é contínua em $x=3$?

(A) $k=-1$ **(B)** $k=-\dfrac{1}{2}$ **(C)** $k=1$ **(D)** $k=\dfrac{1}{2}$

8.2. Considera $k\in\mathbb{R}^+$.

Sejam:

- A e B os pontos do gráfico cuja ordenada comum é o extremo absoluto da função h;
- C o ponto do gráfico da função h de abcissa 3.



Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina o valor de k para o qual o perímetro do triângulo $[ABC]$ é igual ao cubo de k.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Na tua resposta:

- apresenta uma equação que te permita obter o valor pedido;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora;
- assinala o(s) ponto(s) relevante(s).

FIM

Cotações

Questões	1.1.	1.2.	2.1	2.2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	8.1	8.2.	Total
Cotação (pontos)	10	14	10	14	10	14	12	14	14	10	10	16	10	14	10	18	200