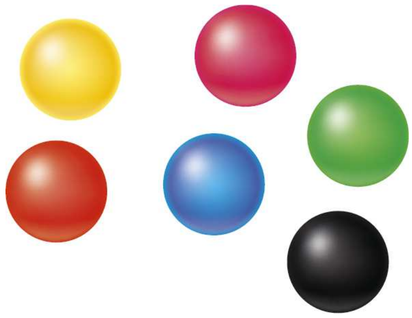
Novo Espaço – Matemática A, 12.º ano

Proposta de teste de avaliação [maio – 2023]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

1. Considera as seis bolas da figura, que apenas diferem na cor, sendo duas vermelhas, uma amarela, uma azul, uma verde e uma preta. As seis bolas vão ser colocadas aleatoriamente, lado a lado, em linha.



Determina a probabilidade de a bola preta ficar entre as bolas vermelhas em posições consecutivas.

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

(A) $\frac{1}{15}$ **(B)** $\frac{1}{30}$ **(C)** $\frac{2}{15}$ **(D)** $\frac{1}{3}$

2. Num estudo estatístico sobre videojogos, participaram 500 jovens.

Sabe-se que:

- 45% dos participantes são raparigas;
- 40% das raparigas jogam videojogos;
- 43% dos participantes não jogam videojogos;

Escolhe-se, ao acaso, um dos participantes no estudo.

Qual é a probabilidade de o partecipante escolhido ser rapaz, sabendo que não joga videojogos? Apresenta o resultado em percentagem, arredondado às décimas.

3. Considera a função *f*, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por:

$$f(x) = e^{x - \frac{1}{x}}$$

3.1. Mostra que os eixos coordenados são assíntotas ao gráfico de *f*, quando representado num referencial o.n. *Oxy*.

3.2. Considera a afirmação:

"Dada uma função, se a derivada é positiva em todos os pontos do domínio, então a função é crescente."

Utiliza a função *f* para mostrar que a **afirmação** é **falsa**.

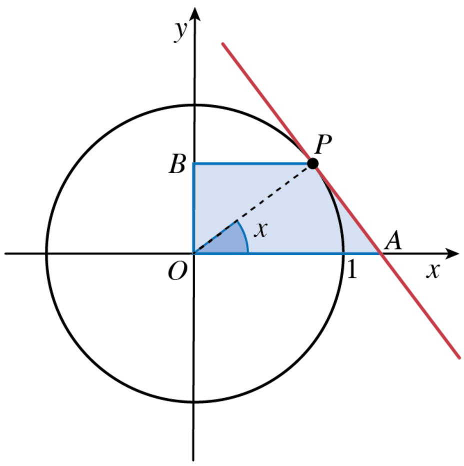
4. Para valores positivos de k, considera a função, de domínio IR, definida por:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin(2x)}{x} & \text{se } x<0\\ \ln(x+k) & \text{se } x\geq 0\end{cases}$$

Para que valor de k se obtém uma função contínua em $x=0$?

(A) 2 **(B)** 2e **(C)** e^2 **(D)** $\dfrac{2}{e}$

5. Na figura, em referencial o.n. Oxy, estão representados uma circunferência de centro O e raio 1 e um trapézio $[OAPB]$.



Sabe-se que:

- P é um ponto do primeiro quadrante que pertence à circunferência;
- o ponto A pertence ao eixo Ox e a reta AP é perpendicular à reta OP;
- o ponto B pertence ao eixo Oy e a reta BP é paralela ao eixo Ox.

Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude do ângulo AOP, com $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

5.1. Determina as coordenadas do ponto A, se $x=\frac{\pi}{6}$.

5.2. Seja f a função de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ que a cada valor de x faz corresponder a área do trapézio $[OAPB]$.

Admite que o ponto A tem coordenadas $\left(\frac{1}{\cos x}, 0\right)$ e mostra que $f(x)=\dfrac{\sin x\left(1+\cos^2 x\right)}{2\cos x}$.

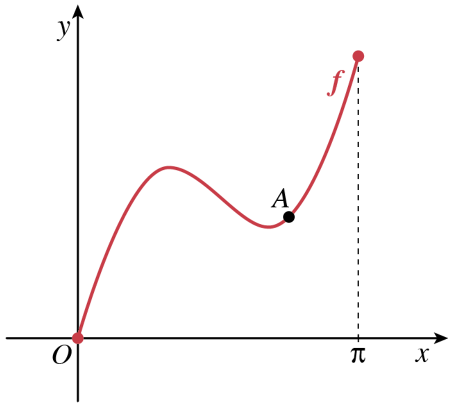
6. Considera a função *f*, de domínio $[0, \pi]$, definida por:

$$f(x) = x + \sin(2x)$$

6.1. Na figura está representado o gráfico da função *f*.

Sabe-se que o ponto *A* pertence ao gráfico de *f*, tem abcissa pertencente ao intervalo $\left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ e a reta tangente ao gráfico no ponto *A* é paralela à reta definida pela equação $y = x$.

Determina a abcissa do ponto *A*.



6.2. O gráfico de *f* tem um único ponto de inflexão. Determina as coordenadas desse ponto.

7. Considera, em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, o número complexo $z = \frac{i^2 + i}{2 - i}$.

No plano complexo, o afixo do número complexo z pertente a uma circunferência de centro *O*, afixo do número 0. Determina o raio dessa circunferência.