1. Equação da assíntota: $y = mx + b$

$$m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+x}}{x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{x} = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{1+\frac{1}{x}} = 1$$

$$b = \lim_{x\to+\infty} \left(f(x) - mx\right) = \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+x} - x\right) \overset{\infty-\infty}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)}{\sqrt{x^2+x}+x} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+x}+x} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1\right)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

Como $m = 1$ e $b = \frac{1}{2}$, $m + b = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

2.

2.1. $$f'(4) = \lim_{x\to4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4} = \lim_{x\to4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim_{x\to4} \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \lim_{x\to4} \frac{x-4}{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)} =$$

$$= \lim_{x\to4} \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{4}$$

Resposta: $f'(4) = \frac{1}{4}$

2.2. $$\left(f(x) - f(1)\right)^7 = \left(\sqrt{x}-1\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} \left({}^7C_k \left(\sqrt{x}\right)^{7-k} (-1)^k\right)$$

$$\left({}^7C_k \left(\sqrt{x}\right)^{7-k} (-1)^k\right) = (-1)^k \, {}^7C_k x^{\frac{7-k}{2}}$$

O termo de grau 2 resulta quando $\frac{7-k}{2} = 2$, ou seja, para $k = 3$.

O termo de grau 2 é $(-1)^3 \times {}^7C_3 x^2 = -35x^2$.

Resposta: $-35x^2$

3. ${}^5C_2 = 10$ (número de "posições" para os dois algarismos 4)

$3! = 6$ (permutações dos restantes três algarismos (diferentes) pelas posições não ocupadas pelos algarismos 4)

${}^5C_2 \times 3! = 60$

Resposta: **(A)** 60

4.

4.1. Do 5.º ao 11.º elemento (incluindo estes), existem 7 elementos.

Antes do 5.º elemento, existem 4 elementos.

Logo, depois do 11.º elemento, existem 4 elementos.

No total, a linha tem 15 elementos $(4+7+4)$, pelo que a linha é:

$$ {}^{14}C_0 \quad {}^{14}C_1 \quad \cdots \quad {}^{14}C_{14} $$

O 8.º elemento é ${}^{14}C_7 = 3432$.

Resposta: **(A)** 3432

4.2. $\left({}^nC_0 + {}^nC_1 + {}^nC_2\right) + \left({}^nC_{n-1} + {}^nC_n\right) = 172$

$$\left(1+n+\frac{n!}{2!(n-2)!}\right)+(n+1)=172 \Leftrightarrow 2n+2+\frac{(n-1)n}{2}=172 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2+3n-340=0 \Leftrightarrow n=\frac{-3\pm\sqrt{9+1360}}{2} \Leftrightarrow n=\frac{-3\pm 37}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n=17 \ \vee \ n=-20$$

No contexto, $n=17$.

A soma de todos os elementos dessa linha é dada por 2^{17}, ou seja, 131 072.

Resposta: 131 072

5.

5.1. Admitam-se as "posições" numeradas:

1	2	3	4	5

- Vermelho na "posição" 1:

1	2	3	4	5
V				

  Há 0 maneiras de o azul ficar à esquerda do vermelho

- Vermelho na "posição" 2:

1	2	3	4	5
	V			

  Há $1\times 3! = 6$ maneiras de o azul ficar à esquerda do vermelho.

- Vermelho na "posição" 3:

1	2	3	4	5
		V		

  Há $2\times 3! = 12$ maneiras de o azul ficar à esquerda do vermelho.

- Vermelho na “posição” 4:

1	2	3	4	5
			V	

Há $3\times 3! = 18$ maneiras de o azul ficar à esquerda do vermelho.

- Vermelho na “posição” 5:

1	2	3	4	5
				V

Há $4\times 3! = 24$ maneiras de o azul ficar à esquerda do vermelho.

No total, há 60 maneiras diferentes (6 + 12 + 18 + 24) de o peão azul ficar à esquerda do peão vermelho.

Resposta: 60

5.2. A soma dos números dos três peões é ímpar se:

- os três tiverem número ímpar

ou

- dois tiverem número par e o outro um número ímpar.

Número de casos favoráveis: ${}^{3}C_{3} + {}^{3}C_{1} \times {}^{2}C_{2} = 1 + 3\times 1 = 4$

Número de casos possíveis. ${}^{5}C_{3} = 10$.

Seja p a probabilidade pedida.

$$p = \frac{4}{10} = 0,4$$

A probabilidade é 40%.

Resposta: 40%

6.

$$P(B|A)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow P(A)=2P(B\cap A)$$

Como $P(B\cap A)=\frac{1}{6}$, tem-se que $P(A)=2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

$P(\overline{B})=P(A)=\frac{1}{3}$. Então, $P(B)=\frac{2}{3}$.

$$P(B\cap\overline{A})=P(B\setminus(A\cap B))=P(B)-P(A\cap B)=\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$$

Resposta: (A) $\frac{1}{2}$

7. A partir da informação dada, preenche-se a seguinte tabela:

	Ensino básico A	Ensino secundário $\overline{A}$	
Entrada E_1 $\overline{B}$	170	$\#(\overline{A}\cap\overline{B})$	250
Entrada E_2 B	$\#(A\cap B)$	$\#(\overline{A}\cap B)$	230
			480

$$\#(\overline{A}\cap\overline{B})=250-170=80$$

$$P(\overline{A}\cap B)=\frac{\#(\overline{A}\cap B)}{480}=0,15$$

Daqui resulta que $\#(\overline{A}\cap B)=72$.

Assim, $\#(A\cap B)=230-72=158$.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{158}{480}}{\frac{230}{480}}=\frac{158}{230}$$

$$P(A|B)\approx 0,69$$

Resposta: 0,69