

Proposta de teste de avaliação

Matemática A

12.º ANO DE ESCOLARIDADE

Duração: 90 minutos | Data:

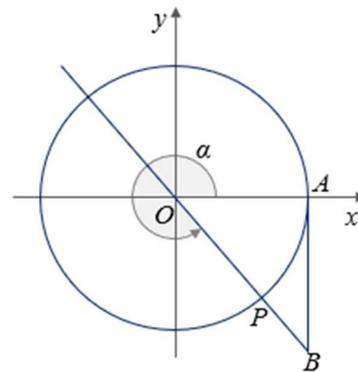
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura, está representado, num referencial o.n. Oxy , a circunferência trigonométrica e o triângulo $[OAB]$, retângulo no ponto A .

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(1, 0)$;
- o segmento de reta $[OB]$ intersesta a circunferência no ponto P .



Seja $\alpha \left(\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \right)$ a amplitude do ângulo com orientação

positiva que tem lado origem no semieixo positivo Ox e lado extremidade $\dot{O}P$.

1.1. Mostre que $\overline{OB} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

- 1.2. Escreva a equação reduzida da reta OB , sabendo que, para um determinado valor de α ,

$$\overline{OB} = \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi + \alpha)$$

2. Numa progressão aritmética (a_n) , o quinto termo é 7 e o décimo primeiro termo é 16.

2.1. Determine a expressão do termo geral de (a_n) .

2.2. A soma de k termos consecutivos de (a_n) , a partir do oitavo (inclusive), é igual a 237.

Qual é o valor de k ?

- (A) 19 (B) 18 (C) 12 (D) 11

3. O valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - n + 1} - 3n}{7 - 2n}$ é:

- (A) $-\frac{3}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) 1

4. Um navio vai atracar num porto para descarregar mercadorias. Durante um determinado dia, a profundidade mínima no porto varia com a maré e é dada, em metros, por $h(t) = 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$, em que $t \in [0, 24[$ é o tempo em horas.

- 4.1. Qual foi a profundidade mínima das águas no porto na maré baixa nesse dia?
Na resolução deste exercício não utilize a calculadora.
- 4.2. Um navio só pode atracar se a profundidade no porto for igual ou superior a 8 metros. Quanto tempo tem para efetuar a manobra de atracagem nesse dia?
Determine, recorrendo à calculadora, o valor pedido em horas e minutos, com arredondamento às unidades.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- represente, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinale o(s) ponto(s) relevante(s), que lhe permitem resolver a equação (apresente as abcissas dos pontos com três casas decimais).

5. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$:

- a superfície esférica de centro C , definida pela equação $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 14$;
- o ponto B , da superfície esférica, com coordenadas $(4, 2, -1)$;
- o ponto A , tal que, $[AB]$ é um diâmetro da superfície esférica;
- o plano π , tangente à superfície esférica no ponto A ;

Determine uma equação do plano π .

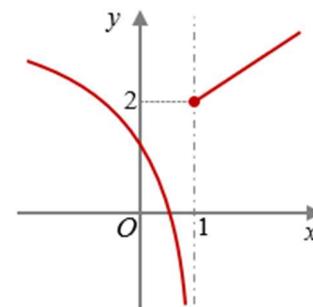
Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, sendo $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ e $a > 0$.

6. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função f , de domínio \mathbb{R} . A reta de equação $x = 1$ é assíntota vertical ao gráfico da função f .

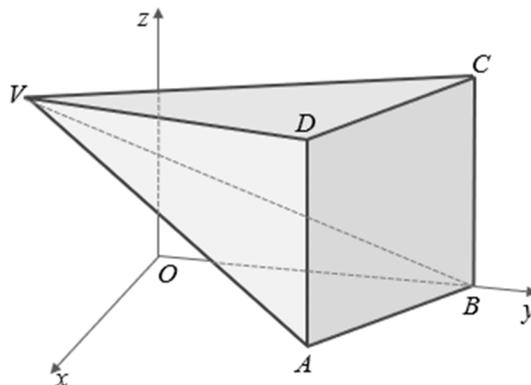
Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = 1 - \frac{1}{n}$.

A que é igual $\lim f(u_n)$?

- (A) 1 (B) 2 (C) $-\infty$ (D) $+\infty$



7. Na figura, encontra-se representada, num referencial o.n. $Oxyz$ a pirâmide de base retangular, $[ABCDV]$.



Sabe-se que:

- o ponto B pertence ao eixo Oy e tem ordenada 3;
- o ponto D tem coordenadas $(2, 2, 2)$;
- o ponto A é a projeção ortogonal do ponto D no plano xOy ;
- a projeção ortogonal do vértice V no plano ABC é o centro da base da pirâmide;
- o plano ADV está definido pela equação $7x - 6y - 2 = 0$.

7.1. Mostre que o ponto V tem coordenadas $\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$.

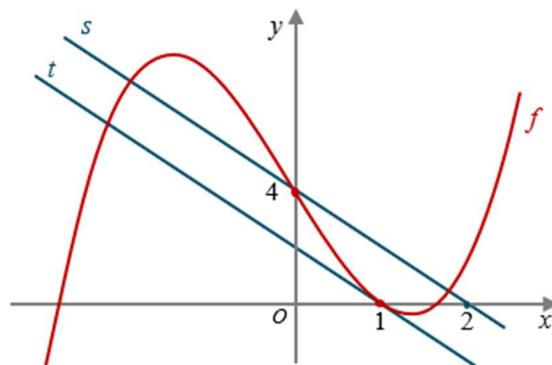
7.2. Qual é o valor, em graus, arredondado às décimas, da amplitude do ângulo determinado pelas semirretas \vec{VB} e \vec{VD} ?

- (A) $27,4^\circ$ (B) $27,5^\circ$ (C) $37,0^\circ$ (D) $37,1^\circ$

8. Na figura, estão representados, num referencial ortonormado:

- parte do gráfico de uma função f ;
- a reta t , tangente ao gráfico de f no ponto $T(1, 0)$;
- a reta s , paralela à reta t , secante ao gráfico de f no ponto de abscissas 0 e que intersesta o eixo Ox no ponto de abscissa 2.

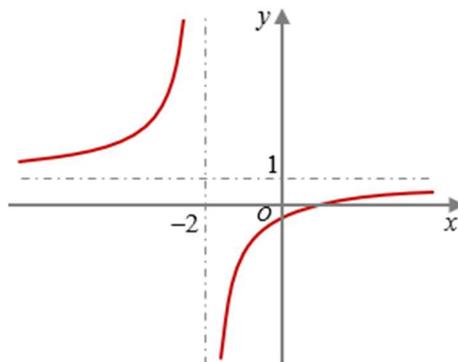
Sabe-se que a função f está definida e é diferenciável em \mathbb{R} e que $f(0) = 4$.



8.1. Mostre que $f'(1) = -2$ e determine uma equação da reta t .

8.2. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1}$.

9. Na figura, está representada, num referencial o.n., parte do gráfico de uma função f que pode ser definida por uma expressão do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$.



As retas de equações $x = -2$ e $y = 1$ são as assíntotas ao gráfico da função f .

O gráfico de f passa no ponto de coordenadas $(-1, -2)$.

- 9.1. Mostre que $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$.
- 9.2. Resolva, em $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, a inequação $f(x) \geq 1-x$.
- 9.3. Seja g uma função de domínio \mathbb{R} , tal que, $f+g$ admite inversa e $(f+g)^{-1}(1) = 2$.
- a) Mostre que $g(2) = \frac{3}{4}$.
- b) Qual é o valor de $(f \circ g)(2)$?
- (A) -11 (B) $-\frac{1}{11}$ (C) 4 (D) $\frac{1}{4}$

10. O movimento de um objeto ao longo de uma reta é descrito pela função s , definida em \mathbb{R}_0^+ por $s(t) = 2t^2 + 3t$, onde $s(t)$ representa a posição (em metros) no instante t (em segundos) relativamente à origem.

10.1. Determine a velocidade média do objeto no intervalo $[1, 3]$.

10.2. Determine a velocidade instantânea do objeto no instante $t = 2$, calculando o

valor de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(2+h) - s(2)}{h}$.

11. Na tabela seguinte, apresentam-se os dados relativos à relação entre o número de horas de estudo semanal (x) e as classificações obtidas num teste (y) por seis alunos de uma turma do 11.º ano.

Número de horas de estudo (x)	2	4	6	8	10	12
Classificação obtida no teste (y)	6	12	15	18	19	20

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com os dados apresentados na tabela anterior.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III**, **IV**, **V** seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**.

A cada espaço corresponde uma só opção.

A mediana do número de horas de estudo semanal é **I** horas.

A média das classificações obtidas no teste é **II** valores.

A dispersão relativamente à média do número de horas de estudo é **III** à dispersão relativamente à média das classificações obtidas nos testes.

O coeficiente de correlação linear entre o número de horas de estudo e as classificações obtidas no teste, com arredondamento às centésimas, é **IV**.

A equação da reta de regressão que relaciona o número de horas de estudo (x) com as classificações obtidas nos testes (y), com o valor do declive arredondado às décimas, é **V**.

I	II	III	IV	V
a) 5	a) 14	a) inferior	a) 0,75	a) $y = 1,3x + 5,6$
b) 6	b) 15	b) igual	b) 0,85	b) $y = 1,4x + 5,6$
c) 7	c) 16	c) superior	c) 0,95	c) $y = 1,5x + 5,6$

FIM

Cotações

Item																				
Cotação (em pontos)																				
1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	3.	4.1.	4.2.	5.	6.	7.1.	7.2.	8.1.	8.2.	9.1.	9.2.	9.3.a)	9.3.b)	10.1.	10.2.	11.	Total
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	200

Proposta de resolução

1.

1.1. $\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2$

$$\overline{OB}^2 = 1^2 + (-\tan \alpha)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 1 + \tan^2 \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 1 + \tan^2 \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OB}^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Como $\alpha \in \left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$, onde $\cos \alpha > 0$, então $\sqrt{\cos^2 \alpha} = \cos \alpha$ e, portanto, $\overline{OB} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\cos \alpha}$.

1.2. Como a reta OB passa na origem do referencial, tem como equação $y = mx$,

sendo $m = \tan(\alpha - \pi) = \tan \alpha$.

$$\overline{OB} = \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi + \alpha) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi + \alpha) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-2\pi - \frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 4\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 4\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = -\cos \alpha + 4\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = 3\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha = \pm\sqrt{2}$$

Como $\alpha \in \left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$, onde $\tan \alpha < 0$, então $\tan \alpha = -\sqrt{2}$, pelo que $y = -\sqrt{2}x$ é a equação

reduzida da reta OB .

2.

2.1. $a_5 = 7$

$$a_{11} = 16$$

$$a_{11} = a_5 + 6r \Leftrightarrow 16 = 7 + 6r \Leftrightarrow 9 = 6r \Leftrightarrow \frac{9}{6} = r \Leftrightarrow \frac{3}{2} = r$$

$$a_n = a_5 + (n-5)r = 7 + (n-5) \times \frac{3}{2} = 7 + \frac{3}{2}n - \frac{15}{2} = \frac{3}{2}n - \frac{1}{2}$$

A expressão do termo geral de (a_n) é $a_n = \frac{3}{2}n - \frac{1}{2}$.

2.2. $S = S_N - S_7 = 237$

$$\frac{a_1 + a_N}{2} \times N - \frac{a_1 + a_7}{2} \times 7 = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \frac{3}{2}N - \frac{1}{2}}{2} \times N - \frac{1 + 10}{2} \times 7 = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3N+1}{4} \times N - \frac{77}{2} = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3N^2 + N - 154}{4} = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3N^2 + N - 154 = 948 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3N^2 + N - 1102 = 0$$

Como N é natural, $N = 19$.

Logo, $k = N - 7 = 19 - 7 = 12$.

Opção correta: (C)

3.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - n + 1} - 3n}{7 - 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)} - 3n}{7 - 2n} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 3n}{7 - 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 3}{\frac{7}{n} - 2} =$$

$$= \frac{\sqrt{1 - 0 + 0} - 3}{0 - 2} = \frac{1 - 3}{-2} = 1$$

Opção correta: (D)

4.

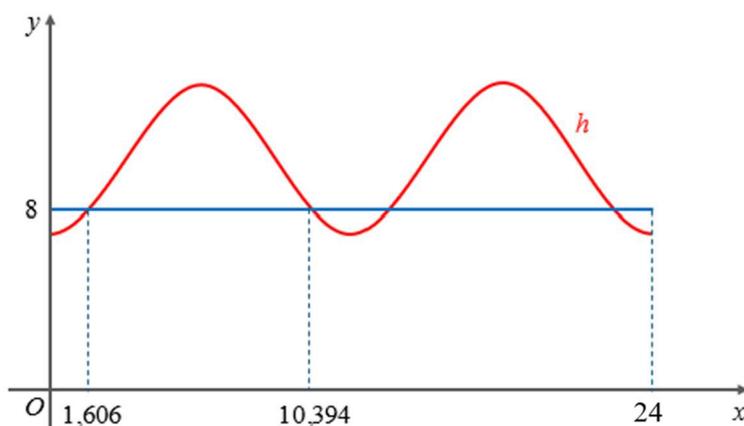
4.1. $h(t) = 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

No domínio da função h , tem-se:

$$\begin{aligned} -1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \leq 1 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -3 \times (-1) \geq -3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \geq -3 \times 1 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -3 \leq -3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \leq 3 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 10 - 3 \leq 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \leq 10 + 3 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 7 \leq h(t) \leq 13 & \end{aligned}$$

Na maré baixa, a profundidade mínima das águas no porto foi igual a 7 metros.

4.2. $h(t) = 8 \Leftrightarrow 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 8$



No domínio de h , a profundidade foi igual ou superior a 8 metros em dois períodos do dia. Como a função é periódica esses dois períodos têm a mesma duração.

Calculando as abscissas dos dois primeiros pontos de interseção dos gráficos das funções

$Y_1 = h(x)$ e $Y_2 = 8$, obtiveram-se os valores $t_0 \approx 1,606$ e $t_1 \approx 10,394$.

$t_1 - t_0 \approx 10,394 - 1,606 \approx 8,788$

$8,788 \text{ h} \approx 8 \text{ h } 47 \text{ min}$ ($0,788 \times 60 \approx 47$)

Logo, o navio tem dois períodos de aproximadamente 8 horas e 47 minutos para efetuar a manobra de atracagem.

5. O plano π passa no ponto A e tem como vetor normal \overline{BC} , por exemplo.

$$B(4, 2, -1)$$

$$C(1, 4, -2)$$

$$A = C + \overline{BC}$$

$$\overline{BC} = C - B = (1, 4, -2) - (4, 2, -1) = (-3, 2, -1)$$

$$\text{Logo, } A = (1, 4, -2) + (-3, 2, -1) = (-2, 6, -3).$$

O plano π é da forma $-3x + 2y - z + d = 0$, sendo d , tal que,

$$-3 \times (-2) + 2 \times 6 - (-3) + d = 0 \Leftrightarrow d = -21$$

$$-3x + 2y - z - 21 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z + 21 = 0$$

Logo, uma equação do plano pedida é $3x - 2y + z + 21 = 0$.

6. $\lim u_n = \lim \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1^-$

$$\text{Logo, } \lim f(u_n) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty.$$

Opção correta: (C)

7.

- 7.1. O ponto V é o ponto de interseção do plano ADV com a reta que passa no ponto médio do segmento de reta $[BD]$ e no ponto V .

$$A(2, 2, 0)$$

$$B(0, 3, 0)$$

$$D(2, 2, 2)$$

$$M_{[BD]} = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{3+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = \left(1, \frac{5}{2}, 1\right)$$

Um vetor diretor da reta VM é vetor normal ao plano ABD .

Seja $\vec{n}(a, b, c)$, $a, b, c \in \mathbb{R}$.

$$\overline{AB} = B - A = (-2, 1, 0)$$

$$\overline{AD} = D - A = (0, 0, 2)$$

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overline{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overline{AD} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a, b, c) \cdot (-2, 1, 0) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (0, 0, 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \\ 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ c = 0 \end{cases}$$

Por exemplo, para $a = 1$, $\vec{n} = (1, 2, 0)$.

Uma equação vetorial da reta VM é $(x, y, z) = \left(1, \frac{5}{2}, 1\right) + k(1, 2, 0)$, $k \in \mathbb{R}$.

Determinação das coordenadas do ponto V

Qualquer ponto da reta VM é da forma $(x, y, z) = \left(1 + k, \frac{5}{2} + 2k, 1\right)$, $k \in \mathbb{R}$

Substituindo as coordenadas do ponto genérico na equação do plano ADV : $7x - 6y - 2 = 0$, vem

$$\begin{aligned} 7(1+k) - 6\left(\frac{5}{2} + 2k\right) - 2 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 7 + 7k - 15 - 12k - 2 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -5k &= 10 \Leftrightarrow k = -2 \end{aligned}$$

O ponto de VM para $k = -2$ é $(x, y, z) = \left(1 - 2, \frac{5}{2} + 2 \times (-2), 1\right) = \left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$.

Logo, o ponto V tem coordenadas $\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$.

7.2. $V\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$

$B(0, 3, 0)$; $D(2, 2, 2)$

$$\overrightarrow{VB} = B - V = (0, 3, 0) - \left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right) = \left(1, \frac{9}{2}, -1\right)$$

$$\overrightarrow{VD} = D - V = (2, 2, 2) - \left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right) = \left(3, \frac{7}{2}, 1\right)$$

$$\cos(\widehat{VB, VD}) = \frac{\left(1, \frac{9}{2}, -1\right) \cdot \left(3, \frac{7}{2}, 1\right)}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 + (-1)^2} \times \sqrt{3^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{3 + \frac{63}{4} - 1}{\sqrt{\frac{89}{4}} \times \sqrt{\frac{89}{4}}} = \frac{\frac{71}{4}}{\frac{89}{4}} = \frac{71}{89}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{71}{89}\right) \approx 37,1^\circ$$

A amplitude do ângulo é aproximadamente igual a $37,1^\circ$.

Opção correta: **(D)**

8.

8.1. $f'(1)$ é igual ao declive da reta t , cujo declive é igual ao da reta s , pois as retas s e t são paralelas.

A reta s passa nos pontos de coordenadas $(0, 4)$ e $(2, 0)$.

$$f'(1) = m_t = m_s = \frac{0 - 4}{2 - 0} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$t: y = mx + b; m = f'(1) = -2 \text{ e } T(1, 0) \in t$$

$$0 = -2 \times 1 + b \Leftrightarrow 2 = b$$

Logo, $t: y = -2x + 2$

$$\begin{aligned}
 8.2. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \right] = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times (\sqrt{x} + 1) \right] = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \right] \times \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1) = \\
 &= f'(1) \times \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1) = \\
 &= -2 \times (\sqrt{1} + 1) = -4
 \end{aligned}$$

9.

9.1. Como a função f é definida por $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ e as retas de equações $x = -2$ e $y = 1$ são as assíntotas ao gráfico da função, podemos concluir que $a = 1$ e $c = -2$. Assim, tem-se:

$$f(x) = 1 + \frac{b}{x+2} \text{ com } f(-1) = -2.$$

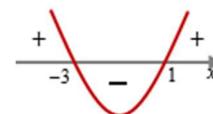
$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow 1 + \frac{b}{-1+2} = -2 \Leftrightarrow b = -3$$

$$\text{Logo, } f(x) = 1 + \frac{-3}{x - (-2)} = \frac{x+2-3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}.$$

$$\begin{aligned}
 9.2. \quad f(x) \geq 1 - x &\Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} \leq 1 - x \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-2} + x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \frac{x-1+x^2-x+2x-2}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{x+2} \geq 0
 \end{aligned}$$

Sinal do numerador

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1$$



Sinal do denominador

$$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

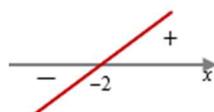


Tabela de sinais

	$-\infty$	-3		-2		1	$+\infty$
$x^2 + 2x - 3$	+	0	-	-	-	0	+
$x + 2$	-	-	-	0	+	+	+
$\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$	-	0	+	N.D.	-	0	+

$$S = [-3, -2[\cup [1, +\infty[$$

9.3. a) $(f + g)^{-1}(1) = 2 \Leftrightarrow (f + g)(2) = 1 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow f(2) + g(2) = 1 \Leftrightarrow g(2) = 1 - f(2) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow g(2) = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow g(2) = \frac{3}{4}$

$$f(2) = \frac{2-1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

b) $(f \circ g)(2) = f[g(2)] = f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{\frac{3}{4}-1}{\frac{3}{4}+2} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{11}{4}} = -\frac{1}{11}$

Opção correta: (B)

10.

10.1. $v_{[1,3]} = \frac{s(3) - s(1)}{3 - 1} = \frac{27 - 5}{3 - 1} = \frac{22}{2} = 11$

$$s(1) = 2 \times 1^2 + 3 \times 1 = 2 + 3 = 5$$

$$s(3) = 2 \times 3^2 + 3 \times 3 = 18 + 9 = 27$$

No intervalo $[1, 3]$, o objeto deslocou-se a uma velocidade média de 11 metros por segundo.

10.2. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(2+h) - s(2)}{h} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + 3(2+h) - 14}{h} =$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(4 + 4h + h^2) + 6 + 3h - 14}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8 + 8h + 2h^2 + 6 + 3h - 14}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 11h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2h + 11)}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2h + 11) = 2 \times 0 + 11 = 11$$

$$s(2) = 2 \times 2^2 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$$

No instante $t = 2$, o objeto deslocou-se a uma velocidade de 11 metros por segundo.

11.

I	II	III	IV	V
c	b	a	c	a