

## Proposta de teste de avaliação

Matemática A

12.º ANO DE ESCOLARIDADE

---

Duração: 90 minutos | Data:

---

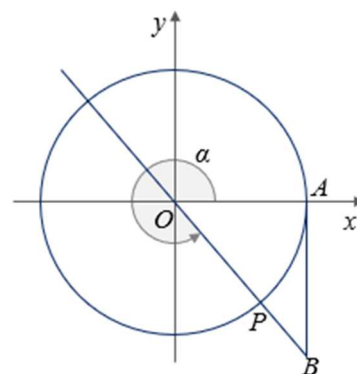
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura, está representado, num referencial o.n.  $Oxy$ , a circunferência trigonométrica e o triângulo  $[OAB]$ , retângulo no ponto  $A$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(1, 0)$ ;
- o segmento de reta  $[OB]$  intersesta a circunferência no ponto  $P$ .



Seja  $\alpha \left( \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \right)$  a amplitude do ângulo com orientação

positiva que tem lado origem no semieixo positivo  $Ox$  e lado extremidade  $\dot{O}P$ .

1.1. Mostre que  $\overline{OB} = \frac{1}{\cos \alpha}$ .

- 1.2. Escreva a equação reduzida da reta  $OB$ , sabendo que, para um determinado valor de  $\alpha$ ,

$$\overline{OB} = \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi + \alpha)$$

2. Numa progressão aritmética  $(a_n)$ , o quinto termo é 7 e o décimo primeiro termo é 16.

2.1. Determine a expressão do termo geral de  $(a_n)$ .

2.2. A soma de  $k$  termos consecutivos de  $(a_n)$ , a partir do oitavo (inclusive), é igual a 237.

Qual é o valor de  $k$ ?

- (A) 19                      (B) 18                      (C) 12                      (D) 11

3. O valor de  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - n + 1} - 3n}{7 - 2n}$  é:

- (A)  $-\frac{3}{2}$                       (B)  $\frac{1}{2}$                       (C) 0                      (D) 1

4. Um navio vai atracar num porto para descarregar mercadorias. Durante um determinado dia, a profundidade mínima no porto varia com a maré e é dada, em metros, por  $h(t) = 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ , em que  $t \in [0, 24[$  é o tempo em horas.

- 4.1. Qual foi a profundidade mínima das águas no porto na maré baixa nesse dia?  
Na resolução deste exercício não utilize a calculadora.
- 4.2. Um navio só pode atracar se a profundidade no porto for igual ou superior a 8 metros. Quanto tempo tem para efetuar a manobra de atracagem nesse dia?  
Determine, recorrendo à calculadora, o valor pedido em horas e minutos, com arredondamento às unidades.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- represente, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinale o(s) ponto(s) relevante(s), que lhe permitem resolver a equação (apresente as abcissas dos pontos com três casas decimais).

5. Considere, num referencial o.n.  $Oxyz$  :

- a superfície esférica de centro  $C$ , definida pela equação  $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 14$  ;
- o ponto  $B$ , da superfície esférica, com coordenadas  $(4, 2, -1)$ ;
- o ponto  $A$ , tal que,  $[AB]$  é um diâmetro da superfície esférica;
- o plano  $\pi$ , tangente à superfície esférica no ponto  $A$ ;

Determine uma equação do plano  $\pi$ .

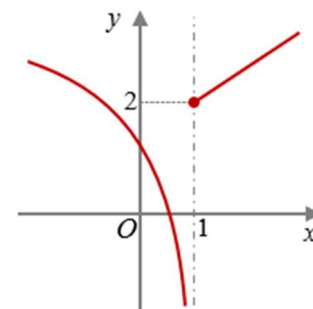
Apresente essa equação na forma  $ax + by + cz + d = 0$ , sendo  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  e  $a > 0$ .

6. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ . A reta de equação  $x = 1$  é assíntota vertical ao gráfico da função  $f$ .

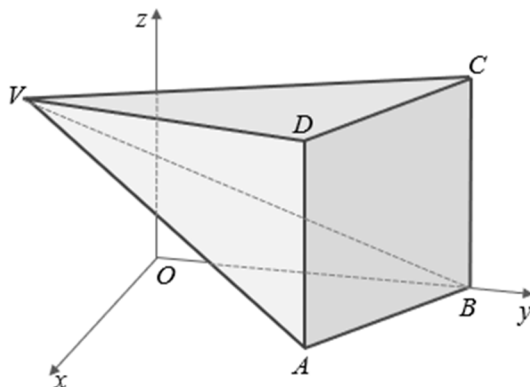
Seja  $(u_n)$  a sucessão de termo geral  $u_n = 1 - \frac{1}{n}$ .

A que é igual  $\lim f(u_n)$ ?

- (A) 1                      (B) 2                      (C)  $-\infty$                       (D)  $+\infty$



7. Na figura, encontra-se representada, num referencial o.n.  $Oxyz$  a pirâmide de base retangular,  $[ABCDV]$ .



Sabe-se que:

- o ponto  $B$  pertence ao eixo  $Oy$  e tem ordenada 3;
- o ponto  $D$  tem coordenadas  $(2, 2, 2)$ ;
- o ponto  $A$  é a projeção ortogonal do ponto  $D$  no plano  $xOy$ ;
- a projeção ortogonal do vértice  $V$  no plano  $ABC$  é o centro da base da pirâmide;
- o plano  $ADV$  está definido pela equação  $7x - 6y - 2 = 0$ .

7.1. Mostre que o ponto  $V$  tem coordenadas  $\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$ .

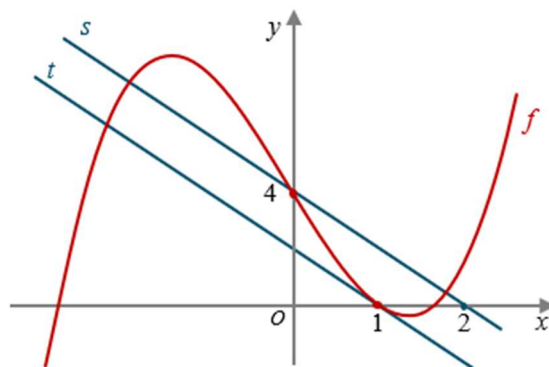
7.2. Qual é o valor, em graus, arredondado às décimas, da amplitude do ângulo determinado pelas semirretas  $\vec{VB}$  e  $\vec{VD}$ ?

- (A)  $27,4^\circ$       (B)  $27,5^\circ$       (C)  $37,0^\circ$       (D)  $37,1^\circ$

8. Na figura, estão representados, num referencial ortonormado:

- parte do gráfico de uma função  $f$ ;
- a reta  $t$ , tangente ao gráfico de  $f$  no ponto  $T(1, 0)$ ;
- a reta  $s$ , paralela à reta  $t$ , secante ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissas 0 e que intersesta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa 2.

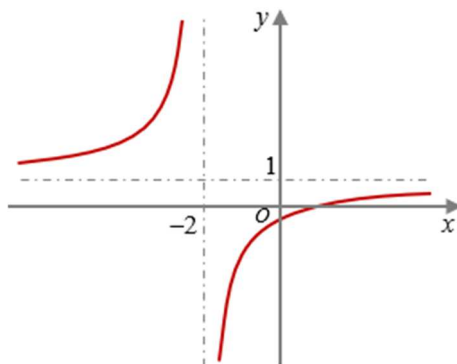
Sabe-se que a função  $f$  está definida e é diferenciável em  $\mathbb{R}$  e que  $f(0) = 4$ .



8.1. Mostre que  $f'(1) = -2$  e determine uma equação da reta  $t$ .

8.2. Calcule  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1}$ .

9. Na figura, está representada, num referencial o.n., parte do gráfico de uma função  $f$  que pode ser definida por uma expressão do tipo  $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$ .



As retas de equações  $x = -2$  e  $y = 1$  são as assíntotas ao gráfico da função  $f$ .

O gráfico de  $f$  passa no ponto de coordenadas  $(-1, -2)$ .

- 9.1. Mostre que  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ .
- 9.2. Resolva, em  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ , a inequação  $f(x) \geq 1-x$ .
- 9.3. Seja  $g$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$ , tal que,  $f+g$  admite inversa e  $(f+g)^{-1}(1) = 2$ .
- a) Mostre que  $g(2) = \frac{3}{4}$ .
- b) Qual é o valor de  $(f \circ g)(2)$ ?
- (A)  $-11$       (B)  $-\frac{1}{11}$       (C)  $4$       (D)  $\frac{1}{4}$

10. O movimento de um objeto ao longo de uma reta é descrito pela função  $s$ , definida em  $\mathbb{R}_0^+$  por  $s(t) = 2t^2 + 3t$ , onde  $s(t)$  representa a posição (em metros) no instante  $t$  (em segundos) relativamente à origem.

10.1. Determine a velocidade média do objeto no intervalo  $[1, 3]$ .

10.2. Determine a velocidade instantânea do objeto no instante  $t = 2$ , calculando o

valor de  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(2+h) - s(2)}{h}$ .

11. Na tabela seguinte, apresentam-se os dados relativos à relação entre o número de horas de estudo semanal ( $x$ ) e as classificações obtidas num teste ( $y$ ) por seis alunos de uma turma do 11.º ano.

|                                       |   |    |    |    |    |    |
|---------------------------------------|---|----|----|----|----|----|
| Número de horas de estudo ( $x$ )     | 2 | 4  | 6  | 8  | 10 | 12 |
| Classificação obtida no teste ( $y$ ) | 6 | 12 | 15 | 18 | 19 | 20 |

Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com os dados apresentados na tabela anterior.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III**, **IV**, **V** seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**.

A cada espaço corresponde uma só opção.

A mediana do número de horas de estudo semanal é **I** horas.

A média das classificações obtidas no teste é **II** valores.

A dispersão relativamente à média do número de horas de estudo é **III** à dispersão relativamente à média das classificações obtidas nos testes.

O coeficiente de correlação linear entre o número de horas de estudo e as classificações obtidas no teste, com arredondamento às centésimas, é **IV**.

A equação da reta de regressão que relaciona o número de horas de estudo ( $x$ ) com as classificações obtidas nos testes ( $y$ ), com o valor do declive arredondado às décimas, é **V**.

| <b>I</b>    | <b>II</b>    | <b>III</b>         | <b>IV</b>      | <b>V</b>                   |
|-------------|--------------|--------------------|----------------|----------------------------|
| <b>a)</b> 5 | <b>a)</b> 14 | <b>a)</b> inferior | <b>a)</b> 0,75 | <b>a)</b> $y = 1,3x + 5,6$ |
| <b>b)</b> 6 | <b>b)</b> 15 | <b>b)</b> igual    | <b>b)</b> 0,85 | <b>b)</b> $y = 1,4x + 5,6$ |
| <b>c)</b> 7 | <b>c)</b> 16 | <b>c)</b> superior | <b>c)</b> 0,95 | <b>c)</b> $y = 1,5x + 5,6$ |

**FIM**

**Cotações**

| Item                |             |             |             |           |             |             |           |           |             |             |             |             |             |             |               |               |              |              |            |              |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-----------|-------------|-------------|-----------|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|---------------|---------------|--------------|--------------|------------|--------------|
| Cotação (em pontos) |             |             |             |           |             |             |           |           |             |             |             |             |             |             |               |               |              |              |            |              |
| <b>1.1.</b>         | <b>1.2.</b> | <b>2.1.</b> | <b>2.2.</b> | <b>3.</b> | <b>4.1.</b> | <b>4.2.</b> | <b>5.</b> | <b>6.</b> | <b>7.1.</b> | <b>7.2.</b> | <b>8.1.</b> | <b>8.2.</b> | <b>9.1.</b> | <b>9.2.</b> | <b>9.3.a)</b> | <b>9.3.b)</b> | <b>10.1.</b> | <b>10.2.</b> | <b>11.</b> | <b>Total</b> |
| 10                  | 10          | 10          | 10          | 10        | 10          | 10          | 10        | 10        | 10          | 10          | 10          | 10          | 10          | 10          | 10            | 10            | 10           | 10           | 10         | <b>200</b>   |

Proposta de resolução

1.

1.1.  $\overline{OB}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AB}^2$

$$\overline{OB}^2 = 1^2 + (-\tan \alpha)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 1 + \tan^2 \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 1 + \tan^2 \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{OB}^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Como  $\alpha \in \left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$ , onde  $\cos \alpha > 0$ , então  $\sqrt{\cos^2 \alpha} = \cos \alpha$  e, portanto,  $\overline{OB} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\cos \alpha}$ .

1.2. Como a reta  $OB$  passa na origem do referencial, tem como equação  $y = mx$ ,

sendo  $m = \tan(\alpha - \pi) = \tan \alpha$ .

$$\overline{OB} = \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi + \alpha) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi + \alpha) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-2\pi - \frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 4\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = \sin\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 4\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = -\cos \alpha + 4\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos \alpha} = 3\cos \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha = \pm\sqrt{2}$$

Como  $\alpha \in \left] \frac{3\pi}{2}, 2\pi \right[$ , onde  $\tan \alpha < 0$ , então  $\tan \alpha = -\sqrt{2}$ , pelo que  $y = -\sqrt{2}x$  é a equação

reduzida da reta  $OB$ .

2.

2.1.  $a_5 = 7$

$$a_{11} = 16$$

$$a_{11} = a_5 + 6r \Leftrightarrow 16 = 7 + 6r \Leftrightarrow 9 = 6r \Leftrightarrow \frac{9}{6} = r \Leftrightarrow \frac{3}{2} = r$$

$$a_n = a_5 + (n-5)r = 7 + (n-5) \times \frac{3}{2} = 7 + \frac{3}{2}n - \frac{15}{2} = \frac{3}{2}n - \frac{1}{2}$$

A expressão do termo geral de  $(a_n)$  é  $a_n = \frac{3}{2}n - \frac{1}{2}$ .

2.2.  $S = S_N - S_7 = 237$

$$\frac{a_1 + a_N}{2} \times N - \frac{a_1 + a_7}{2} \times 7 = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 + \frac{3}{2}N - \frac{1}{2}}{2} \times N - \frac{1 + 10}{2} \times 7 = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3N + 1}{4} \times N - \frac{77}{2} = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{3N^2 + N - 154}{4} = 237 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3N^2 + N - 154 = 948 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3N^2 + N - 1102 = 0$$

Como  $N$  é natural,  $N = 19$ .

Logo,  $k = N - 7 = 19 - 7 = 12$ .

Opção correta: (C)

3. 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - n + 1} - 3n}{7 - 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}\right)} - 3n}{7 - 2n} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 3n}{7 - 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} - 3}{\frac{7}{n} - 2} =$$

$$= \frac{\sqrt{1 - 0 + 0} - 3}{0 - 2} = \frac{1 - 3}{-2} = 1$$

Opção correta: (D)



4.

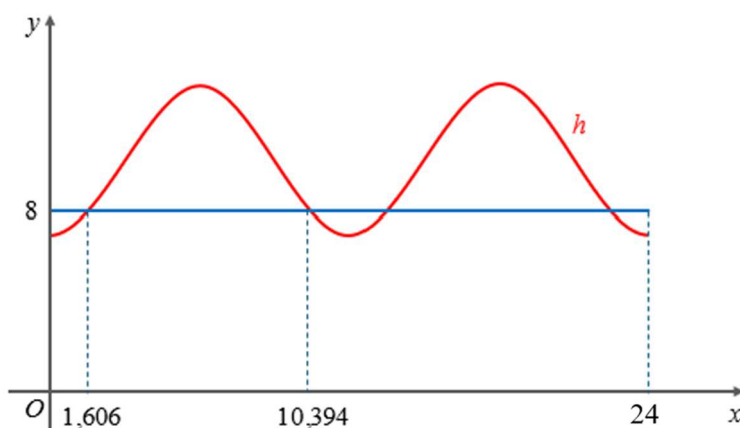
4.1.  $h(t) = 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$

No domínio da função  $h$ , tem-se:

$$\begin{aligned} -1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \leq 1 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -3 \times (-1) \geq -3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \geq -3 \times 1 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -3 \leq -3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \leq 3 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 10 - 3 \leq 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) \leq 10 + 3 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 7 \leq h(t) \leq 13 & \end{aligned}$$

Na maré baixa, a profundidade mínima das águas no porto foi igual a 7 metros.

4.2.  $h(t) = 8 \Leftrightarrow 10 - 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right) = 8$



No domínio de  $h$ , a profundidade foi igual ou superior a 8 metros em dois períodos do dia. Como a função é periódica esses dois períodos têm a mesma duração.

Calculando as abscissas dos dois primeiros pontos de interseção dos gráficos das funções

$Y_1 = h(x)$  e  $Y_2 = 8$ , obtiveram-se os valores  $t_0 \approx 1,606$  e  $t_1 \approx 10,394$ .

$t_1 - t_0 \approx 10,394 - 1,606 \approx 8,788$

$8,788 \text{ h} \approx 8 \text{ h } 47 \text{ min}$  ( $0,788 \times 60 \approx 47$ )

Logo, o navio tem dois períodos de aproximadamente 8 horas e 47 minutos para efetuar a manobra de atracagem.

5. O plano  $\pi$  passa no ponto  $A$  e tem como vetor normal  $\overline{BC}$ , por exemplo.

$$B(4, 2, -1)$$

$$C(1, 4, -2)$$

$$A = C + \overline{BC}$$

$$\overline{BC} = C - B = (1, 4, -2) - (4, 2, -1) = (-3, 2, -1)$$

$$\text{Logo, } A = (1, 4, -2) + (-3, 2, -1) = (-2, 6, -3).$$

O plano  $\pi$  é da forma  $-3x + 2y - z + d = 0$ , sendo  $d$ , tal que,

$$-3 \times (-2) + 2 \times 6 - (-3) + d = 0 \Leftrightarrow d = -21$$

$$-3x + 2y - z - 21 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + z + 21 = 0$$

Logo, uma equação do plano pedida é  $3x - 2y + z + 21 = 0$ .

6.  $\lim u_n = \lim \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1^-$

$$\text{Logo, } \lim f(u_n) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty.$$

Opção correta: (C)

7.

- 7.1. O ponto  $V$  é o ponto de interseção do plano  $ADV$  com a reta que passa no ponto médio do segmento de reta  $[BD]$  e no ponto  $V$ .

$$A(2, 2, 0)$$

$$B(0, 3, 0)$$

$$D(2, 2, 2)$$

$$M_{[BD]} = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{3+2}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = \left(1, \frac{5}{2}, 1\right)$$

Um vetor diretor da reta  $VM$  é vetor normal ao plano  $ABD$ .

Seja  $\vec{n}(a, b, c)$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

$$\overline{AB} = B - A = (-2, 1, 0)$$

$$\overline{AD} = D - A = (0, 0, 2)$$

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overline{AB} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overline{AD} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a, b, c) \cdot (-2, 1, 0) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (0, 0, 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \\ 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ c = 0 \end{cases}$$

Por exemplo, para  $a = 1$ ,  $\vec{n} = (1, 2, 0)$ .

Uma equação vetorial da reta  $VM$  é  $(x, y, z) = \left(1, \frac{5}{2}, 1\right) + k(1, 2, 0)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ .

### Determinação das coordenadas do ponto $V$

Qualquer ponto da reta  $VM$  é da forma  $(x, y, z) = \left(1 + k, \frac{5}{2} + 2k, 1\right)$ ,  $k \in \mathbb{R}$

Substituindo as coordenadas do ponto genérico na equação do plano  $ADV$ :  $7x - 6y - 2 = 0$ , vem

$$\begin{aligned} 7(1+k) - 6\left(\frac{5}{2} + 2k\right) - 2 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 7 + 7k - 15 - 12k - 2 &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -5k &= 10 \Leftrightarrow k = -2 \end{aligned}$$

O ponto de  $VM$  para  $k = -2$  é  $(x, y, z) = \left(1 - 2, \frac{5}{2} + 2 \times (-2), 1\right) = \left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$ .

Logo, o ponto  $V$  tem coordenadas  $\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$ .

7.2.  $V\left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right)$

$B(0, 3, 0)$ ;  $D(2, 2, 2)$

$$\overrightarrow{VB} = B - V = (0, 3, 0) - \left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right) = \left(1, \frac{9}{2}, -1\right)$$

$$\overrightarrow{VD} = D - V = (2, 2, 2) - \left(-1, -\frac{3}{2}, 1\right) = \left(3, \frac{7}{2}, 1\right)$$

$$\cos(\widehat{VB, VD}) = \frac{\left(1, \frac{9}{2}, -1\right) \cdot \left(3, \frac{7}{2}, 1\right)}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 + (-1)^2} \times \sqrt{3^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{3 + \frac{63}{4} - 1}{\sqrt{\frac{89}{4}} \times \sqrt{\frac{89}{4}}} = \frac{\frac{71}{4}}{\frac{89}{4}} = \frac{71}{89}$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{71}{89}\right) \approx 37,1^\circ$$

A amplitude do ângulo é aproximadamente igual a  $37,1^\circ$ .

Opção correta: **(D)**

8.

8.1.  $f'(1)$  é igual ao declive da reta  $t$ , cujo declive é igual ao da reta  $s$ , pois as retas  $s$  e  $t$  são paralelas.

A reta  $s$  passa nos pontos de coordenadas  $(0, 4)$  e  $(2, 0)$ .

$$f'(1) = m_t = m_s = \frac{0 - 4}{2 - 0} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$t: y = mx + b; m = f'(1) = -2 \text{ e } T(1, 0) \in t$$

$$0 = -2 \times 1 + b \Leftrightarrow 2 = b$$

Logo,  $t: y = -2x + 2$

$$\begin{aligned}
 8.2. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x) - f(1)}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} \right] = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times (\sqrt{x} + 1) \right] = \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \right] \times \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1) = \\
 &= f'(1) \times \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x} + 1) = \\
 &= -2 \times (\sqrt{1} + 1) = -4
 \end{aligned}$$

9.

9.1. Como a função  $f$  é definida por  $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$  e as retas de equações  $x = -2$  e  $y = 1$  são as assíntotas ao gráfico da função, podemos concluir que  $a = 1$  e  $c = -2$ . Assim, tem-se:

$$f(x) = 1 + \frac{b}{x+2} \text{ com } f(-1) = -2.$$

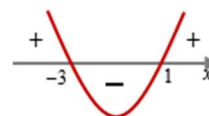
$$f(-1) = -2 \Leftrightarrow 1 + \frac{b}{-1+2} = -2 \Leftrightarrow b = -3$$

$$\text{Logo, } f(x) = 1 + \frac{-3}{x - (-2)} = \frac{x+2-3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}.$$

$$\begin{aligned}
 9.2. \quad f(x) \geq 1 - x &\Leftrightarrow \frac{x-1}{x+2} \leq 1 - x \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-2} + x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \frac{x-1+x^2-x+2x-2}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{x+2} \geq 0
 \end{aligned}$$

Sinal do numerador

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1$$



Sinal do denominador

$$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

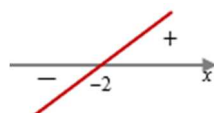


Tabela de sinais

|                              |           |      |   |      |   |     |           |
|------------------------------|-----------|------|---|------|---|-----|-----------|
|                              | $-\infty$ | $-3$ |   | $-2$ |   | $1$ | $+\infty$ |
| $x^2 + 2x - 3$               | +         | 0    | - | -    | - | 0   | +         |
| $x + 2$                      | -         | -    | - | 0    | + | +   | +         |
| $\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 2}$ | -         | 0    | + | N.D. | - | 0   | +         |

$$S = [-3, -2[ \cup [1, +\infty[$$

9.3. a)  $(f + g)^{-1}(1) = 2 \Leftrightarrow (f + g)(2) = 1 \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow f(2) + g(2) = 1 \Leftrightarrow g(2) = 1 - f(2) \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow g(2) = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow g(2) = \frac{3}{4}$

$$f(2) = \frac{2-1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

b)  $(f \circ g)(2) = f[g(2)] = f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{\frac{3}{4}-1}{\frac{3}{4}+2} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{11}{4}} = -\frac{1}{11}$

Opção correta: (B)

10.

10.1.  $v_{[1,3]} = \frac{s(3) - s(1)}{3 - 1} = \frac{27 - 5}{3 - 1} = \frac{22}{2} = 11$

$$s(1) = 2 \times 1^2 + 3 \times 1 = 2 + 3 = 5$$

$$s(3) = 2 \times 3^2 + 3 \times 3 = 18 + 9 = 27$$

No intervalo  $[1, 3]$ , o objeto deslocou-se a uma velocidade média de 11 metros por segundo.

10.2.  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(2+h) - s(2)}{h} \stackrel{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + 3(2+h) - 14}{h} =$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(4 + 4h + h^2) + 6 + 3h - 14}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8 + 8h + 2h^2 + 6 + 3h - 14}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 11h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2h + 11)}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (2h + 11) = 2 \times 0 + 11 = 11$$

$$s(2) = 2 \times 2^2 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$$

No instante  $t = 2$ , o objeto deslocou-se a uma velocidade de 11 metros por segundo.

11.

|   |    |     |    |   |
|---|----|-----|----|---|
| I | II | III | IV | V |
| c | b  | a   | c  | a |