Teste de Matemática A

2025 / 2026

Teste N.º 1

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: __ Turma: ___

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.
É permitido o uso de calculadora.
Apresente apenas uma resposta para cada item.
As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.
Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Domínio 12 | Daniela Raposo e Luzia Gomes
Com a colaboração de Daniela Breda

Formulário

Geometria

Comprimento de um arco de circunferência:

αr (α − amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r − raio)

Área de um polígono regular: Semiperímetro × Apótema

Área de um setor circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$ (α − amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r − raio)

Área lateral de um cone: $\pi\, r\, g$ (r − raio da base; g − geratriz)

Área de uma superfície esférica: $4\,\pi\, r^2$ (r − raio)

Volume de uma pirâmide: $\frac{1}{3}$ × Área da base × Altura

Volume de um cone: $\frac{1}{3}$ × Área da base × Altura

Volume de uma esfera: $\frac{4}{3}\,\pi\, r^3$ (r − raio)

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1+u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

Trigonometria

$\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen} a\ \cos b + \operatorname{sen} b\ \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\ \cos b - \operatorname{sen} a\ \operatorname{sen} b$

Complexos

$(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$

$\sqrt[n]{\rho\, e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta+2k\pi}{n}} \quad (k \in \{0, \ldots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$

Regras de derivação

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' (n \in \mathbb{R})$

$(\operatorname{sen} u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \operatorname{sen} u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

Limites notáveis

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$

Domínio 12 | Daniela Raposo e Luzia Gomes
Com a colaboração de Daniela Breda

1. Numa escola, vai ser organizada uma sessão fotográfica para os membros do clube de ciência. Dez destes membros, dos quais cinco são alunos de robótica, dois de astronomia e três de matemática, vão sentar-se nas duas primeiras filas de um auditório. Cada fila tem cinco lugares, numerados de 1 a 5. Pretende-se que os três alunos de matemática fiquem juntos na mesma fila. De quantas maneiras diferentes se podem, deste modo, dispor os dez alunos?

(A) $3\,628\,800$ **(B)** $604\,800$ **(C)** $302\,400$ **(D)** $181\,440$

2. Dispõe-se de catorze carateres (os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais *a, e, i, o, u*) para formar códigos de cinco carateres.

Pretende-se formar um código que satisfaça as seguintes condições:

- os cinco carateres serem todos diferentes;
- o primeiro caráter ser uma vogal;
- o código conter exatamente duas vogais.

Quantos códigos que obedeçam a estas condições é possível formar?

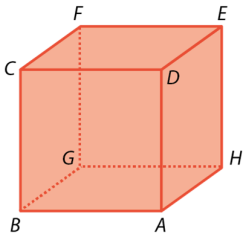
3. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas entre quatro naipes (espadas, copas, paus e ouros). Em cada naipe há 13 cartas: um ás, três figuras (dama, valete e rei) e nove cartas (do 2 ao 10).

Extraem-se, sucessivamente e sem reposição, quatro cartas, dispondo-as numa mesa, lado a lado. Qual das expressões seguintes representa o número de extrações diferentes que é possível realizar, de modo que a primeira carta seja um ás e a última carta seja de paus?

(A) $12 \times {}^{50}A_2 + 3 \times 13 \times {}^{50}A_2$ **(B)** $12 \times {}^{50}C_2 + 3 \times 13 \times {}^{50}C_2$

(C) $4 \times {}^{50}A_2 \times 13$ **(D)** $4 \times {}^{50}C_2 \times 13$

4. Na figura está representado o cubo $[ABCDEFGH]$.



Pretende-se pintar as seis faces do cubo $[ABCDEFGH]$, dispondo-se, para o efeito, de oito cores distintas. Todas as condições seguintes deverão ser respeitadas:

- cada face é pintada com uma só cor;
- são utilizadas, no mínimo, cinco das oito cores disponíveis;
- duas faces que tenham uma aresta em comum são pintadas com cores diferentes.

A expressão seguinte representa o número total de formas possíveis de pintar as seis faces do cubo respeitando as condições enunciadas:

$$3 \times 8 \times {}^{7}C_4 \times 4! + {}^{8}A_6$$

Explique, no contexto descrito, cada parcela desta expressão.

5. Um saco contém apenas bolas azuis e bolas brancas, todas indistinguíveis ao tato. Sabe-se que 40% das bolas são brancas. Extraem-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas do saco.

Sabe-se que a probabilidade de serem extraídas duas bolas da mesma cor é $\frac{33}{65}$.

Seja n o número total de bolas contidas inicialmente no saco. Determine o valor de n.

Na sua resposta deve:

- equacionar o problema;
- resolver a equação, sem utilizar a calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos.

6. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos possíveis, ($A \subset E$ e $B \subset E$). Sabe-se que:

- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0{,}85$
- $P(\bar{A} \cap B) = 0{,}55$

Qual é o valor de $P(\bar{B})$?

(A) $0{,}25$ **(B)** $0{,}3$ **(C)** $0{,}7$ **(D)** $0{,}75$

7. Numa escola, relativamente aos alunos do 12.º ano, sabe-se que:

- o número de alunos que frequentam a disciplina de Física é o triplo do número de alunos que frequentam a disciplina de Química;
- o número de alunos que frequentam, pelo menos, uma dessas disciplinas é o quádruplo do número de alunos que frequentam ambas as disciplinas.

Seleciona-se, ao acaso, um aluno do 12.º ano dessa escola.

Determine a probabilidade de esse aluno não frequentar a disciplina de Física, sabendo que frequenta a disciplina de Química. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

8. Numa *meetup* de tecnologia estão presentes participantes de várias empresas. Dos presentes, 36 são da empresa X e, destes, 12 são engenheiros de *back-end*.

8.1 Seleciona-se, ao acaso, um participante presente nesta *meetup*.

Sabe-se que a probabilidade de esse participante não ser da empresa X ou não ser engenheiro de *back-end* é igual a $\frac{7}{8}$.

Determine o número total de participantes presentes nesta *meetup*.

8.2 Dos participantes da empresa X, vão ser selecionados, ao acaso, três para apresentarem um projeto.

Qual é a probabilidade de, pelo menos, um desses três participantes ser engenheiro de *back-end*? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às décimas.

9. A soma de todos os elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é $131\,072$. Quantos elementos dessa linha são superiores a 5000?

(A) 7 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 11

10. Sejam n e p dois números naturais.

Determine, para quaisquer que sejam os valores de n e p tais que $n > 3$ e $n + 1 > p$, o valor da expressão:

$$\frac{{}^{n+2}C_{n-p} + {}^{n+2}C_{p+1}}{{}^{n+3}C_{n-p+1}} - \frac{{}^{n+3}A_{n-3} \times 6!}{(n+3)!}$$

11. O produto do segundo elemento pelo penúltimo elemento de uma dada linha do triângulo de Pascal é 729.

Qual é o sexto elemento da linha seguinte?

(A) 376 740 **(B)** 296 010 **(C)** 98 280 **(D)** 80 730

12. Considere o desenvolvimento de $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{5}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$, com $x > 0$, ordenado segundo as potências decrescentes da primeira parcela.

Sabe-se que o sexto termo é o termo independente de x.

Determine-o, recorrendo a processos analíticos.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.1**	**8.2**	**9.**	**10.**	**11.**	**12.**	**TOTAL**
10	18	10	18	20	10	18	20	18	10	20	10	18	**200**