www.esffranco.edu.pt
(2022/2023)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 3

1.º Período | 27/10/2022 | Duração: 100 minutos

Nome: ______________________________ N.º:

Classificação: ___ , ___ O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere os subconjuntos A, B e C num universo U, onde $A \subset B$.

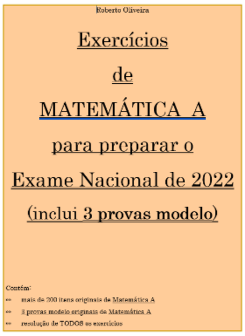
Pode concluir-se que $\bar{A} \setminus \left(B \cap \bar{C}\right)$ é igual a:

(A) $\varnothing$ **(B)** U **(C)** $(C \setminus A) \cup \bar{B}$ **(D)** $(A \setminus C) \cup B$

2. Numa certa linha do triângulo de Pascal, o terceiro elemento é sete vezes superior ao segundo.

Qual é o maior elemento dessa linha?

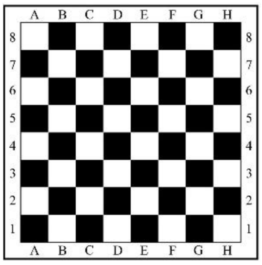
(A) 3432 **(B)** 6435 **(C)** 3003 **(D)** 5005



3. Considere o desenvolvimento de $\left(\sqrt{x}+3\right)^{12}$, com $x \geq 0$.

Determine, justificando, o termo em x^5.

4. Na figura ao lado, está representado um tabuleiro de xadrez.



Pretende-se colocar no tabuleiro vinte discos, quinze vermelhos e cinco amarelos, não mais do que um em cada quadrado.

De quantas maneiras diferentes podem ser colocados os vinte discos, se os vermelhos ficarem em apenas três filas horizontais do tabuleiro?

Uma resposta para este problema é ${}^{8}C_3 \times {}^{24}C_{15} \times {}^{49}C_5$.

Elabore uma pequena composição na qual explique o raciocínio que conduziu a essa resposta.

5. Vão ser arrumados, ao acaso, 8 livros diferentes numa prateleira, lado a lado.
Desses 8 livros, 3 são biografias e 5 são romances.

5.1. De quantas maneiras se consegue arrumar os livros de modo que os romances fiquem juntos?

5.2. Qual é a probabilidade de não haver biografias juntas?

(A) $\frac{5}{7}$ **(B)** $\frac{3}{7}$ **(C)** $\frac{3}{14}$ **(D)** $\frac{5}{14}$

6. Considere os algarismos de 0 a 9.

6.1. Quantos números de três algarismos existem de modo que sejam superiores a 550?

(A) 671 **(B)** 625 **(C)** 480 **(D)** 449

6.2. Considere todos os números de quatro algarismos.
Determine quantos desses números têm, pelo menos, um algarismo 9.

6.3. De todos os números de cinco algarismos, escolhe-se um, ao acaso.
Determine a probabilidade desse número ser par e ter todos os algarismos diferentes.
Apresente o resultado na forma de dízima, com três casas decimais.

7. Numa certa escola, vão ser distinguidos 36 alunos, 20 raparigas e 16 rapazes.
Nesse grupo de alunos, há dois rapazes que são irmãos.

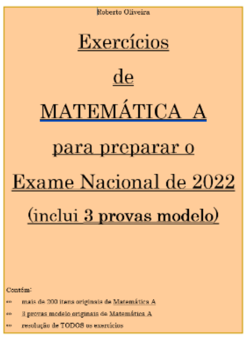
7.1. Daqueles alunos, há 6 nomes que vão ser colocados no Quadro de Excelência.
De quantas maneiras podem ser escolhidos os nomes desses alunos se houver de ambos os sexos, mas mais rapazes do que raparigas?

7.2. Vão ser escolhidos 10 alunos, de entre os 36, para uma conferência de divulgação da escola.

7.2.1. Na conferência, 3 dos 10 alunos escolhidos vão fazer, cada um, um discurso.
De quantas maneiras podem ser escolhidos esses 10 alunos?
Apresente o resultado na forma $a \times 10^n$, com a arredondado às centésimas e $n \in \mathbb{N}$.

7.2.2. Determine a probabilidade de, nos 10 alunos escolhidos, haver exatamente dois rapazes e, no máximo, um dos irmãos.
Apresente o resultado na forma de dízima, com duas casas decimais.

7.3. Os 36 alunos vão receber a distinção no ginásio da escola, entrando um de cada vez.
Determine a probabilidade de tanto o primeiro como o último aluno serem rapazes.
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.



8. Num saco existem várias bolas, indistinguíveis ao tato. Algumas delas são azuis e as restantes são verdes, mas todas são numeradas.

Sabe-se que existem apenas 5 bolas azuis com um número ímpar.

Ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, tem-se que a probabilidade de essa bola:

- ser azul é 40% ;
- ter um número ímpar é $22{,}5\%$;
- ser azul ou ter um número ímpar é 50%.

Determine, justificando, quantas bolas azuis estão no saco.

9. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma dada experiência aleatória.

Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$.

Sabe-se que:

- $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 0,2$;
- $P(A \cup B) = 3P(A)$.

9.1. Suponha, nesta alínea, que $P(A) + P(B) = 1$.

Qual é o valor de $P\left(\overline{A} \cup \overline{B}\right)$?

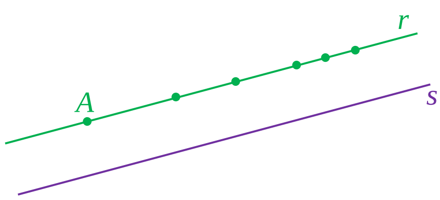
(A) $0{,}5$ **(B)** $0{,}6$ **(C)** $0{,}7$ **(D)** $0{,}8$

9.2. Calcule $P\left(\overline{A} \cap B\right)$.

Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

10. Resolva, em $\mathbb{N} \setminus \{1\}$, a equação $\dfrac{{}^{n+3}C_5}{{}^{n+1}A_3} = 5$.

11. Considere, num dado plano, as retas paralelas r e s.



Assinalam-se, na reta r, seis pontos distintos, sendo um deles o ponto A, e, na reta s, um certo número n de pontos, igualmente distintos.

Escolhe-se, ao acaso, um triângulo que é possível definir com esses pontos.

Mostre que a probabilidade de um desses triângulos conter o ponto A e apenas um ponto da reta s é dada por

$$\frac{5}{3n+12}$$

FIM

COTAÇÕES

Item																	
Cotação (em pontos)																	
1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.1.**	**6.2.**	**6.3.**	**7.1.**	**7.2.1.**	**7.2.2.**	**7.3.**	**8.**	**9.1.**	**9.2.**	**10.**	**11.**	
8	8	13	13	10	8	8	10	13	10	10	13	13	13	8	13	13	16	**200**