Proposta de teste de avaliação [fevereiro – 2020]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

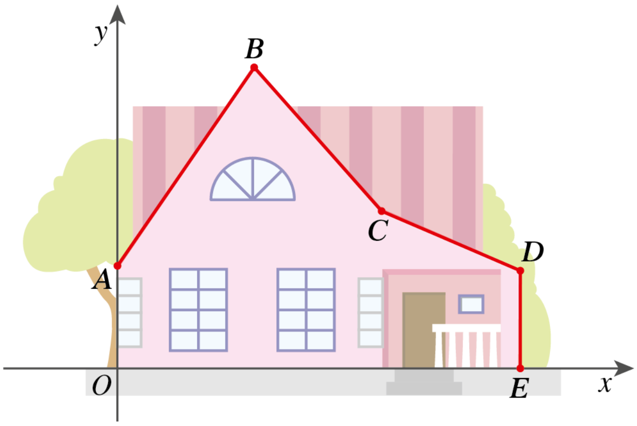
1. Num referencial o. n. $Oxyz$ estão representados os pontos $A(-1,1,0)$ e $B(3,-3,2)$.

Seja A' o simétrico de A em relação ao plano xOz e B' o simétrico de B em relação ao eixo Oy.

As coordenadas do vetor $\overrightarrow{A'B'}$ são:

(A) $(-2,-2,-2)$ **(B)** $(-4,-4,-2)$ **(C)** $(-2,4,-2)$ **(D)** $(2,-2,2)$

2. Na figura está representada a frente de uma casa num referencial o. n. Oxy, sendo o metro a unidade do referencial.



Sabe-se que:

. o ponto A pertence ao semieixo positivo Oy;

. a reta AB é definida pela equação $y=\frac{8}{5}x+2$;

. a reta BC é definida pela equação $(x,y)=(4,3)+k(3,-6), k\in\mathbb{R}$;

. o ponto D tem coordenadas $(8,2)$.

2.1. Escreve uma equação vetorial da reta s que passa em D e é paralela à reta AB.

2.2. Representa a reta BC através de uma equação na forma reduzida.

2.3. Determina a distância do ponto B ao solo (ao eixo Ox).

3. Num referencial o. n. *Oxy* estão representadas duas retas *r* e *s*, tais que:

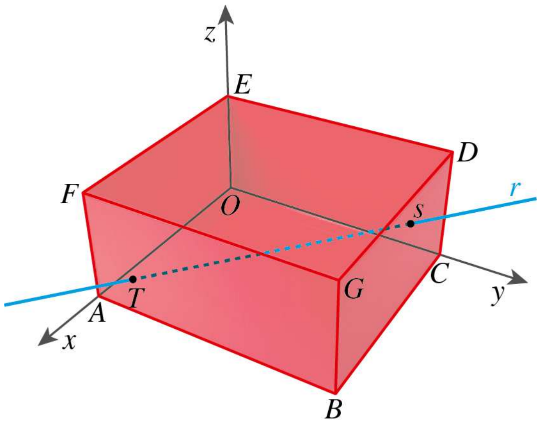
. a reta *r* é definida pela equação $(x, y) = (-3, \pi) + k(-2, 3)$, $k \in \mathbb{R}$

. a reta *s* é definida por uma equação do tipo $y - 2x = ax + 5$, com $a \in \mathbb{R}$.

Qual é o valor de *a* para que as retas *r* e *s* sejam paralelas?

(A) 2 **(B)** $-\frac{3}{2}$ **(C)** $-\frac{7}{2}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

4. Na figura está representada, num referencial o. n. *Oxyz*, uma caixa com a forma de um paralelepípedo.



Sabe-se que:

. a base [*OABC*] está contida no plano *xOy*;

. o ponto *A* pertence ao semieixo positivo *Ox*;

. o ponto *C* pertence ao semieixo positivo *Oy*;

. o ponto *G* tem coordenadas $(6, 8, 3)$;

. a reta *r* é definida pela equação vetorial

$(x, y, z) = (-2, 14, 3) + k(4, -6, -1)$, $k \in \mathbb{R}$

4.1. Escreve a equação da superfície esférica de centro *G* e tangente ao plano *xOy*.

4.2. A reta *r* interseta a face [*ABGF*] no ponto *T* e a face [*BCDG*] no ponto *S*.

Determina $\overline{TS}$. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

5. Considera o conjunto $A = \{-1, 2, 1\}$ e a função $f : A \to \mathbb{R}$.

Sabe-se que $G_f = \{(-1, -1), (2, 5), (1, -1)\}$.

Qual das seguintes expressões pode representar $f(x)$?

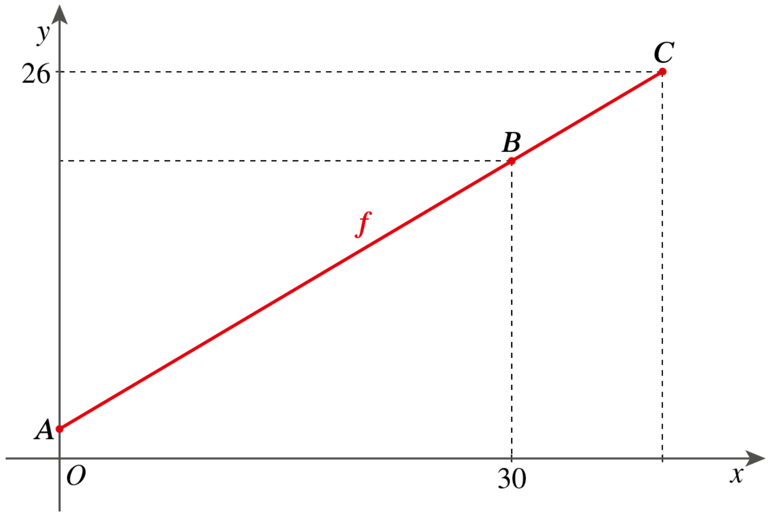
(A) $6x - 7$ **(B)** $2x + 1$ **(C)** $2x^2 - 3$ **(D)** $x^2 - 2$

6. A capacidade de um recipiente é 26 litros. Esse recipiente contém 2 litros de água e vai ser colocado debaixo de uma torneira que está a perder 0,6 litro de água por minuto.

6.1. Que quantidade de água, em litros, existirá no recipiente após 12 minutos de ter sido colocado debaixo da torneira?

6.2. Na figura abaixo está representada a função f, sendo $f(x) = 2 + 0,6x$ a quantidade de água, em litros, que existe no recipiente x minutos após ter sido colocado debaixo da torneira.

Os pontos A, B e C pertencem ao gráfico de f.



No contexto apresentado, determina e indica o significado da:

a) ordenada do ponto A;

b) ordenada do ponto B;

c) abcissa do ponto C.

FIM

	Cotações												
Questões	**1.**	**2.1.**	**2.2.**	**2.3.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.**	**6.1.**	**6.2. a)**	**6.2. b)**	**6.2. c)**	**Total**
Pontos	12	18	18	24	12	20	25	12	20	12	12	15	**200**

1. $A'(-1,-1,0)$ e $B'(-3,-3,-2)$

$\overrightarrow{A'B'} = B' - A' = (-2,-2,-2)$

Resposta: Opção **(A)**

2.

2.1. Duas retas paralelas têm igual declive.

O declive da reta AB é $\frac{8}{5}$. Um vetor diretor é $\vec{u}(5,8)$.

Uma equação vetorial da reta s é, por exemplo: $(x, y) = (8,2) + k(5,8)$, $k \in \mathbb{R}$

2.2. Reta BC: $(x,\ y) = (4,\ 3) + k(3,-6)$, $k \in \mathbb{R}$

Assim, o declive da reta BC é $m = \frac{-6}{3} = -2$.

$y = -2x + b$

O ponto $(4,3)$ pertence à reta BC. Então, $3 = -2 \times 4 + b$, ou seja, $b = 11$.

Resposta: A equação reduzida da reta BC é $y = -2x + 11$.

2.3. O ponto B é a interseção das retas AB e BC.

Reta AB: $y = \frac{8}{5}x + 2$

Reta BC: $(x, y) = (4,3) + k(3,-6), k \in \mathbb{R}$

O ponto B é do tipo $(4+3k, 3-6k)$ $, k \in \mathbb{R}$.

As coordenadas do ponto B são solução da equação $y = \frac{8}{5}x + 2$.

$3 - 6k = \frac{8}{5}(4+3k) + 2$

$3 - 6k = \frac{8}{5}(4+3k) + 2 \Leftrightarrow 1 - 6k = \frac{8}{5}(4+3k) \Leftrightarrow 5 - 30k = 32 + 24k \Leftrightarrow k = -\frac{1}{2}$

Sendo $k = -\frac{1}{2}$, tem-se $B\left(4 + 3\times\left(-\frac{1}{2}\right), 3 - 6\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$, ou seja, $B\left(\frac{5}{2}, 6\right)$.

A ordenada de B, ou seja, 6 é a distância de B a Ox.

Resposta: A distância de B ao solo é 6 metros.

3. O declive da reta *r* é: $m=\frac{3}{-2}=-\frac{3}{2}$

Equação da reta *s*: $y-2x=ax+5 \Leftrightarrow y=2x+ax+5 \Leftrightarrow y=(2+a)x+5$

O declive da reta *s* é: $m'=2+a$

$m'=m \Leftrightarrow 2+a=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow a=-\frac{7}{2}$

Resposta: Opção **(C)** $-\frac{7}{2}$

4.

4.1. Centro $G(6,8,3)$ e raio 3

Equação: $(x-6)^2+(y-8)^2+(z-3)^2=9$

4.2. Equação da reta *r*: $(x,y,z)=(-2,14,3)+k(4,-6,-1)$, $k\in\mathbb{R}$

O ponto T é do tipo $(-2+4k,14-6k,3-k)$,$k\in\mathbb{R}$ e pertence ao plano *BAF*, que é definido pela equação $x=6$.

Se $x=6$, então $-2+4k=6$, ou seja, $k=2$.

Sendo $k=2$, tem-se $T(6,2,1)$.

O ponto S é do tipo $(-2+4k,14-6k,3-k)$,$k\in\mathbb{R}$ e pertence ao plano *BCD* que é definido pela equação $y=8$.

Se $y=8$, então $14-6k=8$, ou seja, $k=1$.

Sendo $k=1$, tem-se $S(2,8,2)$.

$\overline{TS}=\sqrt{(6-2)^2+(2-8)^2+(1-2)^2}=\sqrt{53}$

$\overline{TS}\approx 7,28$

Resposta: $\overline{TS}\approx 7,28$

5. Se $f(x)=2x^2-3$:

$f(-1)=2-3=-1$; $f(2)=8-3=5$ e $f(1)=2-3=-1$

Resposta: Opção **(C)** $2x^2-3$

6.

6.1. Após 12 minutos, a quantidade de água, em litros, é igual a $2+0,6\times 12=9,2$.

Resposta: Passados 12 minutos, o recipiente terá 9,2 litros de água.

6.2. $f\left(x\right)=2+0,6x$

a) $f\left(0\right)=2+0,6\times 0=2$

A ordenada do ponto A é 2 e representa a quantidade de água, em litros, existente no recipiente no momento em que foi colocado debaixo da torneira.

b) $f\left(30\right)=2+0,6\times 30=20$

A ordenada do ponto B é 20 e representa a quantidade de água, em litros, existente no recipiente 30 minutos após ter sido colocado debaixo da torneira.

c) $f\left(x\right)=26$

$2+0,6x=26 \Leftrightarrow 0,6x=24 \Leftrightarrow x=40$

A abcissa do ponto C é 40 e representa o tempo decorrido, em minutos, até o recipiente ficar cheio.