

Nome do aluno: _____ Turma: _____ Nº: _____

Classificação: (__ __ , __) valores.

Prof. _____
(Ana Velosa)

Grupo I

Nas respostas aos itens deste grupo, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. No plano, em referencial o.n. Oxy , uma reta r é definida pela equação $y = -2x + 3$.

Um sistema de equações paramétricas que define a reta r pode ser:

- (A) $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = 2 - 2k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$ (B) $\begin{cases} x = -1 - k \\ y = 5 + 2k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$
- (C) $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 1 + k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$ (D) $\begin{cases} x = -1 - 2k \\ y = 5 - k \end{cases}, k \in \mathbb{R}$

2. Na figura ao lado está representada, num plano em que está fixado um referencial o.n. xOy , a elipse

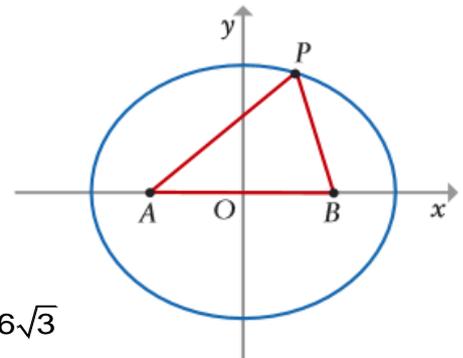
definida pela equação $\frac{x^2}{75} + \frac{y^2}{48} = 1$. O centro da elipse é a origem

do referencial e os seus vértices pertencem aos eixos coordenados.

Os pontos A e B são os focos da elipse.

O ponto P pertence à elipse.

Qual é o perímetro do triângulo [ABP]?



- (A) $4\sqrt{3}$ (B) $8\sqrt{3}$ (C) $12\sqrt{3}$ (D) $16\sqrt{3}$

3. Considere, fixado um referencial cartesiano do espaço, os pontos $A(-1, 2, -3)$, $B(2, -1, -3)$ e $C(-2, 0, -3)$.

O plano que contém os pontos A, B e C é:

- (A) paralelo ao plano xOz , (B) perpendicular ao eixo Ox ;
- (C) perpendicular ao eixo Oz , (D) paralelo ao plano de equação $y = 0$.

4. Considere, fixado um referencial cartesiano do espaço, a esfera definida por:

$$x^2 - 4x + y^2 - 2y + z^2 + 2z + 4 \leq 0$$

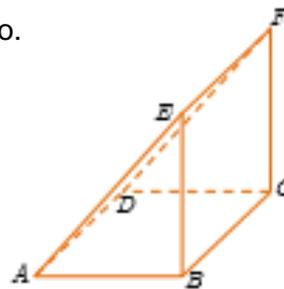
A área da secção obtida na esfera por um plano α que passa pelo seu centro é igual a:

- (A) 2π (B) $\sqrt{2}\pi$ (C) 3π (D) $\sqrt{3}\pi$

5. Considere o prisma triangular reto de bases [ABE] e [DCF] na figura ao lado.

Qual é a proposição verdadeira?

- (A) $\overline{AE} = \overline{BC}$ (B) $\overline{AC} = \overline{BD}$
 (C) $\overline{AB} - \overline{EF} = \overline{DB}$ (D) $\overline{EF} + \overline{EB} = -\overline{EC}$



Grupo II

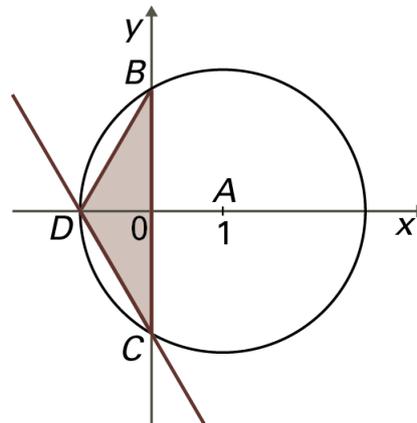
Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, num plano munido de um referencial cartesiano, um ponto A , a circunferência de centro A definida pela equação $(x-1)^2 + y^2 = 5$, os pontos B e C de interseção da circunferência com o eixo Oy e o ponto D de interseção da circunferência com o eixo Ox e de abscissa negativa.

1.1. Determine as coordenadas dos pontos B , C e D .

1.2. Defina, por meio de uma condição, o triângulo $[OCD]$.

1.3. Calcule a área do triângulo $[BCD]$.



2. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, o ponto $A(2, -3, 1)$ e o vetor $\vec{u}(1, -1, 4)$.

2.1. Determine as coordenadas do ponto P , sabendo que $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{2}\vec{u}$.

2.2. Determine as coordenadas do vetor colinear a \vec{u} , com o mesmo sentido e de norma $5\sqrt{2}$.

2.3. Os pontos A e $D = A + 2\vec{u}$ são as extremidades de um diâmetro de uma superfície esférica de centro C . Determine as coordenadas de C e o raio dessa esfera.

3. Considere, fixado um referencial ortonormado do espaço, o segmento de reta definido por:

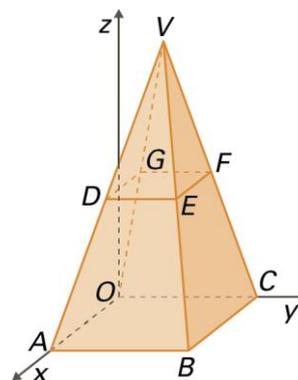
$$(x, y, z) = (-3, -2, 1) + k(2, -1, 1), \quad k \in [-1, 0]$$

Determine o comprimento deste segmento de reta.

4. Na figura, em referencial o.n. $Oxyz$, está representada uma pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a base está contida no plano xOy ;
- os vértices A e V têm coordenadas, respetivamente, $(4, 0, 0)$ e $(2, 2, 9)$.
- o plano EFG é definido pela equação $z = 6$.



4.1. Escreva uma equação vetorial da reta AV .

4.2. Determine as coordenadas de D .

4.3. Defina:

4.3.1. por um sistema de equações cartesianas a reta r , paralela a OA e que passa por V ;

4.3.2. o plano mediador do segmento de reta $[AV]$;

4.3.3. por uma inequação a esfera de centro V e tangente ao plano EFG ;

4.3.4. analiticamente a linha descrita pelo ponto V quando a pirâmide $[VOABC]$ dá uma volta completa em torno da aresta $[OC]$.

Fim

Questão	Grupo I	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.	4.1	4.2	4.3.1	4.3.2	4.3.3	4.3.4	Total
Cotação	5*10=50	15	15	5	10	15	15	12	10	10	10	15	10	8	200