

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_

Classificação: ( \_\_ \_\_ , \_\_ ) valores.

Prof. \_\_\_\_\_  
(Ana Velosa)

### Grupo I

Nas respostas aos itens deste grupo, seleccione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

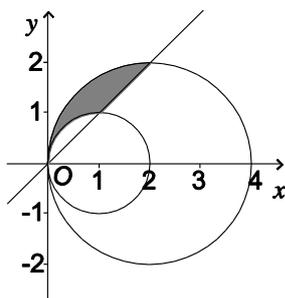
1. No plano, em relação a um referencial o.n.  $Oxy$ , considere os seguintes semiplanos fechados definidos pelas inequações:  $x \geq -2$  e  $y \leq 3$   
 Seja  $P$  um ponto do plano que pertence a um e a um só dos semiplanos.

As coordenadas do ponto  $P$  podem ser:

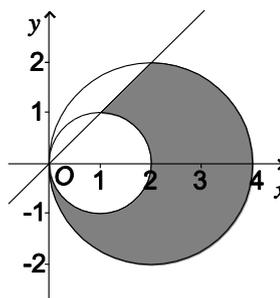
- (A)  $(-1, \frac{5}{2})$       (B)  $(\frac{7}{2}, 2)$       (C)  $(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$       (D)  $(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$

2. Qual dos seguintes conjuntos de pontos do plano (indicados a sombreado) pode ser definido pela condição  $(x - 2)^2 + y^2 \leq 4 \wedge (x - 1)^2 + y^2 \geq 1 \wedge y \leq x$ ?

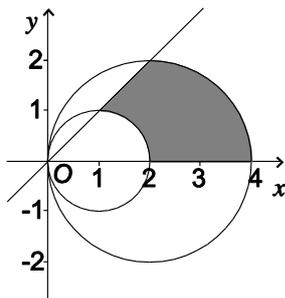
(A)



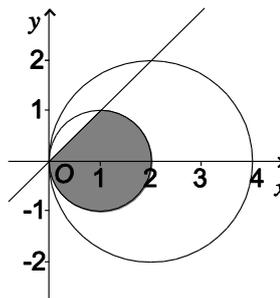
(B)



(C)



(D)



3. Em relação a um referencial o.n.  $Oxy$ , uma elipse é definida por uma equação do tipo

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1, \quad a > 2.$$

Sabe-se que a soma das distâncias de qualquer ponto da elipse aos focos é  $4\sqrt{3}$ .

Pode concluir que o valor de  $a$  é:

- (A)  $2\sqrt{3}$                       (B) 12                      (C)  $4\sqrt{3}$                       (D) 48

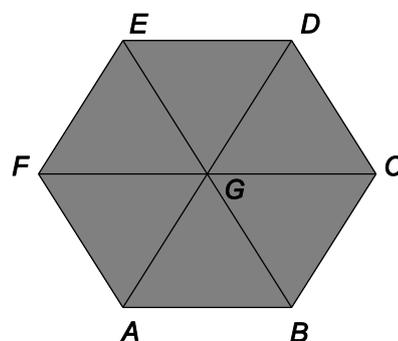
4. Na figura está representado um hexágono regular  $[ABCDEF]$ .

Considera as seguintes afirmações:

I.  $A + \overrightarrow{FE} = E$

II.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{FE}$

III.  $F - 2\overrightarrow{DE} = C$



Acerca destas afirmações, pode dizer-se que:

- (A) são todas verdadeiras.  
(B) apenas II e III são verdadeiras.  
(C) apenas I e II são verdadeiras.  
(D) apenas I e III são verdadeiras.

5. Considere a família de polinómios  $P(x) = x^3 - kx + k$ ,  $k \in \mathbb{R}$ .

Sabe-se que se  $P(x)$  é divisível por  $2x + 1$ , então o valor de  $k$  é igual a:

- (A)  $\frac{1}{12}$                       (B)  $-\frac{1}{2}$                       (C)  $\frac{1}{2}$                       (D)  $\frac{1}{6}$

## Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.  
Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere os polinómios:

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 7 \quad \text{e} \quad Q(x) = x^5 - 2x^4 + x^3$$

1.1. Sabendo que  $P(x)$  é divisível por  $x - 1$ , determine a(s) raíze(s) de  $P(x)$  e fatorize este polinómio.

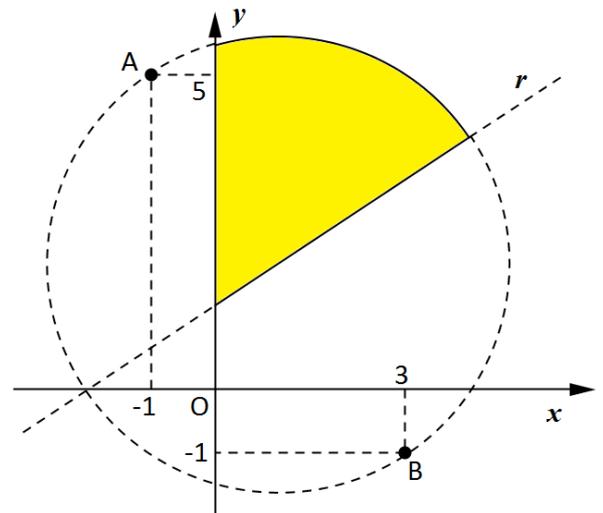
1.2. Fatorize o polinómio  $Q(x)$  e resolva a inequação  $Q(x) \leq 0$ .

Apresente o conjunto-solução usando a notação de intervalos de números reais.

2. Na figura em referencial o.n.  $Oxy$ , estão representadas uma circunferência de diâmetro  $[AB]$  e uma reta  $r$ .

Sabe-se que:

- os pontos  $A$  e  $B$  têm de coordenadas, respetivamente,  $(-1, 5)$  e  $(3, -1)$ ;
- a reta  $r$  é a mediatriz de  $[AB]$ .



2.1. Determine, na forma reduzida, uma equação da reta  $r$ .

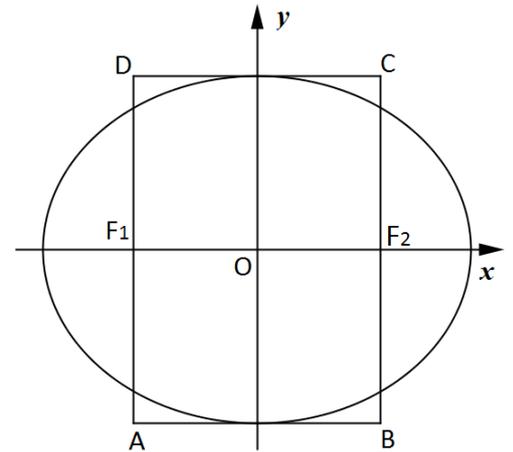
2.2. Verifique se o ponto  $P(0,2)$  pertence à reta  $r$ .

2.3. Determine o raio e as coordenadas do centro da circunferência.

2.4. Defina por uma condição o conjunto de pontos da região sombreada da figura.

3. Na figura, em referencial o.n.  $Oxy$ , está representada

a elipse definida pela equação  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$ .



Em relação ao retângulo  $[ABCD]$ , sabe-se que:

- os focos da elipse  $F_1$  e  $F_2$  são os pontos médios de  $[AD]$  e  $[BC]$ , respetivamente.
- $[AB] // Ox$
- $[BC] // Oy$
- os pontos médios dos lados  $[AB]$  e  $[CD]$  são vértices da elipse.

Determine a área do retângulo  $[ABCD]$ .

4. Na figura está representado um retângulo dividido em doze quadrados:

4.1. Determine  $P + \frac{1}{2} (\overrightarrow{AL} - \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{JC})$

4.2. Determine o número real  $k$ , sabendo que:

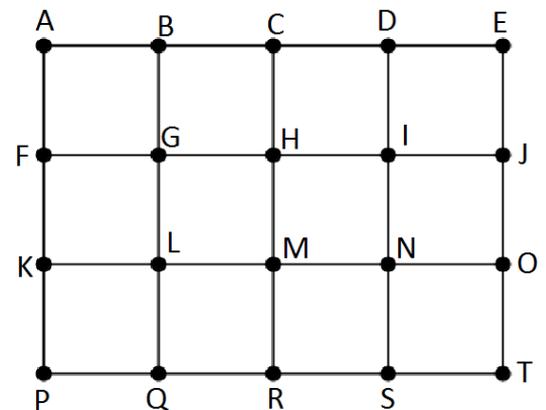
$$\overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{SR} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OE} = k \overrightarrow{AS}$$

4.3. Admita que  $\|\overrightarrow{AD}\| = \frac{1}{3}$ . Determine :

4.3.1.  $\|\overrightarrow{RD} + \overrightarrow{QP}\|$

4.3.2.  $\|\overrightarrow{OK}\|$

4.4. Sabendo que  $U$  é ponto médio de  $[CJ]$  e que  $G$  é ponto médio de  $[KC]$ , mostre que os vetores  $\overrightarrow{KJ}$  e  $\overrightarrow{GU}$  são colineares.



Fim

Questão	Grupo I	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4	3.	4.1	4.2	4.3	4.4	Total
Cotação	5*10=50	15	15	15	10	15	20	20	10	10	12	8	200