

Teste de Avaliação de Matemática

10º Ano de Escolaridade

2015 - 16

(Este teste é constituído por 4 páginas e termina com a palavra FIM)

Nome: _____

Número: _____ Turma: 10

Duração: 90 minutos

Data: 24 de novembro de 2015



Classificação: , (_____) Valores

O Professor: _____

Grupo I

Para cada uma das 5 questões deste grupo, seleciona a **resposta correta** de entre as alternativas que te são apresentadas e escreve na tua folha de resposta a letra que lhe corresponde. **Não apresentes cálculos.**

Atenção! Se apresentares mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo em caso de resposta ambígua.

1. Sejam $a(x)$ e $b(x)$ duas condições e sejam P e Q os conjuntos definidos respetivamente, por:

$$P = \{x: \sim a(x) \wedge b(x)\} \text{ e } Q = \{x: a(x) \Rightarrow b(x)\}.$$

Seleciona a afirmação que é **necessariamente verdadeira**.

(A) $P \subset Q$

(B) $P \subset \overline{Q}$

(C) $Q \subset P$

(D) $P = Q$

2. Seja U o conjunto dos triângulos de um dado plano.

Considera em U as seguintes condições:

$$a(x): x \text{ é retângulo e } b(x): x \text{ é equilátero}$$

Seleciona a opção que traduz em **linguagem corrente** a proposição

$$\langle \forall x \in U, a(x) \Rightarrow \sim b(x) \rangle.$$

(A) Se um triângulo é retângulo então é equilátero.

(B) Se um triângulo é retângulo então não é equilátero.

(C) Todos os triângulos retângulos são equiláteros.

(D) Todos os triângulos não equiláteros são retângulos.

3. Considera em \mathbb{R} as condições $a(x): x + 2 > 0$ e $b(x): x^2 - x - 2 \neq 0$.

Seleciona a proposição que é o **contrarrecíproco** da proposição

« $\forall x \in \mathbb{R}, a(x) \Rightarrow b(x)$ ».

(A) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x + 2 \leq 0$

(B) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 2 \neq 0 \Rightarrow x + 2 > 0$

(C) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x + 2 \leq 0$

(D) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 2 \neq 0 \Rightarrow x + 2 > 0$

4. Sejam a e b números reais positivos e c um número real. Qual das seguintes afirmações é **necessariamente verdadeira**?

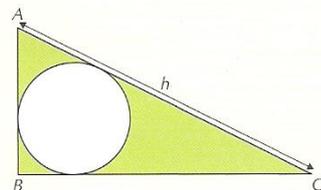
(A) $\sqrt{a-b} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

(B) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

(C) $(\sqrt{a})^2 = a$

(D) $\sqrt{c^2} = c$

5. Observe a figura, em que uma circunferência de diâmetro $\sqrt{2}$ está inscrita num triângulo retângulo de hipotenusa h e $\overline{BC} = \sqrt{7}$. Qual das seguintes expressões representa a **área** da zona **sombreada**?



(A) $\frac{\sqrt{7h^2 - 49} - \pi}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{7}(h - \sqrt{7}) - \pi}{2}$

(C) $\frac{\sqrt{7}(\sqrt{h^2 + 7})}{2} - \frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\sqrt{7}(h - 7)}{2} - \frac{\pi}{2}$

Grupo II

Nas questões deste grupo apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Prove, utilizando as operações lógicas, para quaisquer proposições a e b , a proposição $(\sim((a \Rightarrow b) \vee a) \Rightarrow b)$ é uma tautologia, ou seja, tem sempre valor lógico verdade. Identifique cada uma das propriedades usadas.

2. Considere:

$$A = \sqrt[5]{32} + \frac{4\sqrt{5\sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{5}} \times \sqrt[4]{10}}{\sqrt{\sqrt{162}}}, \quad B = 3^{\frac{3}{2}} \times \left[\frac{2^{\frac{7}{5}}}{5^{\frac{7}{5}}} \times 0,4^{\frac{3}{5}} : \left(\frac{5}{4}\right)^{-2} \right] \times \left(\frac{9}{16}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{e} \quad C = \sqrt[3]{3}.$$

2.1 Mostre que $A = 2 + \sqrt{5}$ e $B = \sqrt{3}$

- 2.2 Efetue os cálculos necessários, apresentando o resultado o mais simplificado possível e com os denominadores racionalizados.

2.2.1 $\frac{A}{B}$

2.2.2 $\frac{A}{C}$

2.2.3 $\frac{B}{A}$

2.2.4 $A^2 - B^4 + C^6$

3. Sejam A , B e C os seguintes subconjuntos de \mathbb{R} :

$$A = \{x : 4(x+3)^2 - 3x = 10\}$$

$$B = \{x : x+4 > 2(x+3)\}$$

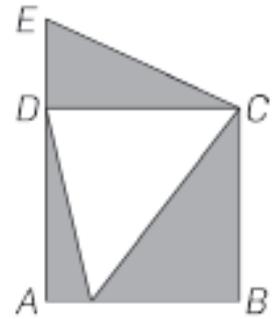
$$C =]-6,5]$$

Defina, sob a forma de intervalo, ou de união de intervalos disjuntos, os seguintes conjuntos.

3.1 \overline{C}

3.2 $C \setminus (A \cup B)$

4. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ e um triângulo retângulo $[CDE]$.



Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 6\sqrt{3}$
- $\overline{AE} = 10\sqrt{3}$

Calcule o valor exato da área da figura sombreada.

5. Sejam a e b números reais positivos tais que é verdadeira a proposição

$$\forall x \in \{a, b\}, 3x^2 - 10x + a = 0.$$

Determine o valor de a e b .

FIM

Bom Aproveitamento!

O Prof. Humberto Ornelas

COTAÇÕES:

Questões	Grupo I	1	2.1	2.2.1	2.2.2	2.2.3	2.2.4	3.1	3.2	4	5	Total
Pontos	5x10	15	20	15	15	15	15	10	15	15	15	200