

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Nº: \_\_\_\_\_

Classificação: \_\_ \_\_ , \_\_ ( \_\_\_\_\_ ) valores.

Prof. \_\_\_\_\_  
(Ana Velosa)

### Grupo I

Nas respostas aos itens deste grupo, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Considere a proposição  $p \wedge (\sim p \vee q)$ .

Qual das seguintes proposições é equivalente à proposição dada?

- (A)  $p \vee q$                       (B)  $\sim p \vee q$                       (C)  $F$                       (D)  $p \wedge q$

2. Considere as proposições:

$a$ : Está a chover

$b$ : O Pedro vai jogar ténis

Qual das seguintes afirmações representa, em linguagem corrente, a proposição  $\sim a \Rightarrow b$ ?

- (A) Se o Pedro jogar ténis, então, não está a chover.  
(B) Se não está a chover, o Pedro vai jogar ténis.  
(C) Não está a chover e o Pedro vai jogar ténis.  
(D) O Pedro joga ténis se chover.

3. Indique quais são os valores lógicos das proposições  $p$  e  $q$  que tornam verdadeira a proposição:

$$\sim [\sim (p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)]$$

- (A)  $p$  é verdadeira e  $q$  é verdadeira                      (B)  $p$  é falsa e  $q$  é verdadeira  
(C)  $p$  é verdadeira e  $q$  é falsa                      (D)  $p$  é falsa e  $q$  é falsa

4. Em  $\mathbb{R}_0^+$ ,  $\sqrt{x} > 0$  é uma condição:

- (A) possível universal                      (B) possível não universal  
(C) impossível                                (D) impossível e universal

5. A negação da proposição  $\exists x \in \mathbb{Z} : x < 0 \wedge x^2 \geq 0$

- (A)  $\exists x \in \mathbb{Z} : x \geq 0 \vee x^2 \leq 0$                       (B)  $\forall x \in \mathbb{Z}, x \geq 0 \vee x^2 < 0$   
(C)  $\forall x \in \mathbb{Z}, x \geq 0 \vee x^2 \leq 0$                       (D)  $\forall x \in \mathbb{Z}, x > 0 \wedge x^2 < 0$

### Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.  
Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere as proposições  $p$ ,  $q$  e  $r$  :

$p$  : A Margarida leu o “Memorial do Convento”;

$q$  : A Margarida leu a “Mensagem”;

$r$  : A Margarida leu “Os Lusíadas”.

1.1. Traduza, em linguagem simbólica, a seguinte proposição:

Se a Margarida leu a “Mensagem”, então leu “Os Lusíadas” ou o “Memorial do Convento”.

1.2. Traduza em linguagem corrente a negação de  $p \vee q$ .

1.3 Determine quais são os livros que a Margarida leu, sabendo que é verdadeira a proposição

$$\sim (p \Rightarrow q) \wedge (\sim (\sim r)).$$

2. Prove, utilizando uma tabela de verdade que, para quaisquer proposições  $p$  e  $q$ , a proposição

$$p \Rightarrow p \wedge (p \vee q) \text{ é uma tautologia.}$$

3. Sejam  $a, b, c$  e  $d$  proposições elementares.

3.1. Admita que  $a$  e  $b$  são proposições verdadeiras e  $c$  e  $d$  são proposições falsas.

Indique o valor lógico de:  $\sim (\sim a) \Rightarrow \sim [(c \wedge d) \vee (a \wedge b)]$

3.2. Mostre que  $a \wedge [(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow \sim a)]$  é uma contradição, utilizando as propriedades das operações lógicas e simplificando a expressão.

4. Sejam  $p, q$  e  $r$  proposições elementares.

Considere a proposição:  $[(p \wedge q) \Rightarrow r] \Rightarrow \sim q$

4.1. Mostre que a proposição dada é equivalente a  $\sim q \vee (p \wedge \sim r)$ .

4.2. Determine o valor lógico da proposição dada, sabendo que a proposição  $q$  é falsa.

5. Considere a proposição  $s: \forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 25 \Rightarrow x > 5$

5.1. Justifique que a proposição  $s$  é falsa indicando um contraexemplo;

5.2. Escreva, em linguagem simbólica, a sua negação (sem utilizar o símbolo  $\sim$ ).

6. Classifique cada uma das condições definidas em  $\mathbb{R}$ .

6.1.  $3x + 6 > 0 \wedge |x + 1| = -1$

6.2.  $x^2 - 64 = 0 \wedge 2x + 16 = 0$

Fim

Questão	Grupo I	1.1	1.2	1.3	2.	3.1.	3.2.	4.1	4.2	5.1	5.2	6.	Total
Cotação	5*10=50	10	10	15	20	10	20	15	15	10	10	15	200

## Propriedades das operações lógicas

Considere as proposições  $p$ ,  $q$  e  $r$ .

<b>Princípio de não contradição</b>	p. 13	$p \wedge \sim p \Leftrightarrow F$
<b>Dupla negação</b>	p. 18	$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$
<b>Princípio do terceiro excluído</b>	p. 21	$p \vee \sim p \Leftrightarrow V$
<b>Comutatividade</b>	p. 25	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ <math>p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p</math></li><li>▪ <math>p \vee q \Leftrightarrow q \vee p</math></li></ul>
<b>Associatividade</b>	p. 25	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ <math>(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)</math></li><li>▪ <math>(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)</math></li></ul>
<b>Elemento neutro</b>	p. 26	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ <math>p \wedge V \Leftrightarrow p</math></li><li>▪ <math>p \vee F \Leftrightarrow p</math></li></ul>
<b>Elemento absorvente</b>	p. 26	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ <math>p \wedge F \Leftrightarrow F</math></li><li>▪ <math>p \vee V \Leftrightarrow V</math></li></ul>
<b>Distributividade</b>	p. 27	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ <math>p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)</math></li><li>▪ <math>p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)</math></li></ul>
<b>Leis de De Morgan</b>	p. 28	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ <math>\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q</math></li><li>▪ <math>\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q</math></li></ul>
<b>Implicação e disjunção</b>	p. 28	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim p \vee q$
<b>Implicação contrarrecíproca</b>	p. 29	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$
<b>Transitividade da implicação</b>	p. 29	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
<b>Negação da implicação</b>	p. 29	$\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$
<b>Dupla implicação</b>	p. 30	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

