Escola Secundária de Francisco Franco
Matemática – 12.º ano

Probabilidades e Combinatória – alguns exercícios saídos em exames e em testes intermédios

(*Exames Nacionais 2001*)

54. Admita que, numa certa escola, a variável "*altura das alunas do 12º ano de escolaridade*" segue uma distribuição aproximadamente normal, de média 170 cm. Escolhe-se, ao acaso, uma aluna do 12º ano dessa escola. Relativamente a essa rapariga, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?
(A) A sua altura é superior a 180 cm
(B) A sua altura é inferior a 180 cm
(C) A sua altura é superior a 155 cm
(D) A sua altura é inferior a 155 cm

(Prova Modelo)

56. O AUTO-HEXÁGONO é um *stand* de venda de automóveis.

a) Efectuou-se um estudo sobre as vendas de automóveis nesse *stand*, o qual revelou que:

-15% dos clientes compram automóvel com alarme e com rádio;

-20% dos clientes compram automóvel sem alarme e sem rádio;

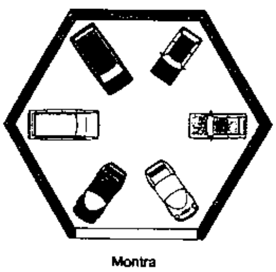
-45% dos clientes compram automóvel com alarme (com ou sem rádio).

Um cliente acaba de comprar um automóvel.

a_1) A Marina, empregada do *stand*, que nada sabia das preferências desse cliente e não tomou conhecimento do equipamento do automóvel que ele tinha comprado, apostou que esse automóvel estava equipado com rádio, mas não tinha alarme. Qual é a probabilidade de a Marina acertar? Apresente o resultado na forma de percentagem.

a_2) Alguém informou depois a Marina de que o referido automóvel vinha equipado com alarme. Ela apostou, então, que o automóvel também tinha rádio. Qual é a probabilidade de a Marina ganhar esta nova aposta? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) O *stand*, de forma hexagonal, tem uma montra que se situa num dos lados do hexágono. Pretende-se arrumar 6 automóveis diferentes (2 utilitários, 2 desportivos e 2 comerciais), de tal forma que cada automóvel fique junto do vértice do hexágono.



Supondo que se arrumam os 6 automóveis ao acaso, qual é a probabilidade de os 2 desportivos ficarem junto dos vértices que se encontram nas extremidades da montra? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Prova Modelo)

58. Uma caixa tem 5 bombons, dos quais apenas 2 têm licor. Tira-se da caixa, ao acaso, uma amostra de 3 bombons. Considere que X designa a variável "*nº de bombons com licor existentes nessa amostra*". Qual das seguintes distribuições de probabilidades pode ser a da variável X?

(A)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$1/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$3/{}^5C_3$

(B)

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$3/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$1/{}^5C_3$

(C)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$1/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$3/{}^5C_3$

(D)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$3/{}^5C_3$	$6/{}^5C_3$	$1/{}^5C_3$

(1ª chamada)

59. Num saco existem 15 bolas, indistinguíveis ao tacto. Cinco bolas são amarelas, 5 são verdes e 5 são brancas. Por cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.

a) Retirando todas as bolas do saco e dispondo-as, ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem todas juntas? Apresente o resultado na forma de dízima, com 7 casas decimais.

b) Suponha agora que, no saco, estão apenas algumas das 15 bolas. Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:

- a probabilidade de essa bola ser amarela é 50%
- a probabilidade de essa bola ter o nº 1 é 25%
- a probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o nº 1 é 62,5%

Prove que a bola amarela nº 1 está no saco.

(1ª chamada)

60. Num curso superior existem 10 disciplinas de índole literária, das quais 3 são de literatura contemporânea. Um estudante pretende inscrever-se em 6 disciplinas desse curso. Quantas escolhas pode ele fazer se tiver de se inscrever em, pelo menos, 2 disciplinas de literatura contemporânea?

(A) ${}^3C_2+{}^7C_4\times{}^7C_3$ (B) ${}^3C_2+{}^7C_4+{}^7C_3$
(C) ${}^3C_2\times{}^7C_4\times{}^7C_3$ (D) ${}^3C_2\times{}^7C_4+{}^7C_3$

(2ª chamada)

62. Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos, vão ao cinema.

a) Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso de entre as 3 mulheres, paga 3 bilhetes, e que 1 homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os 3 homens, paga outros 3 bilhetes. Qual é a probabilidade de o casal Nunes pagar os 6 bilhetes? Apresente o resultado na forma de fracção.

b) Considere o seguinte problema:
Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as 6 pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual é a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?

Numa pequena composição, com cerca de 15 linhas, explique por que razão $2^4/6!$ é uma resposta correcta a este problema. Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do nº de casos possíveis;
- explicação do nº de casos favoráveis.

(2ª chamada)

(*Exames Nacionais 2002*)

67. A tabela de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória X é:

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	a	$2a$	a

Qual é o valor de a?
(A) 1/5 (B) ¼ (C) 1/3 (D) ½

(1ª chamada)

68. 1. Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos possíveis ($A\subset S$ e $B\subset S$). Prove que:

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})-P(B)+P(A|B)\times P(B)$$

2. Das raparigas que moram em Vale do Rei, sabe-se que: a quarta parte tem olhos verdes; a terça parte tem cabelo louro; das que têm cabelo louro, metade tem olhos verdes.

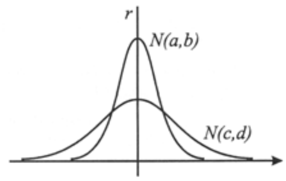
a) Escolhendo aleatoriamente uma rapariga de Vale do Rei, qual é a probabilidade de ela não ser loura nem ter olhos verdes?

Sugestão: se lhe for útil, pode utilizar a igualdade enunciada na alínea 68.1 para resolver o problema.

b) Admita agora que em Vale do Rei moram 120 raparigas. Pretende-se formar uma comissão de 5 raparigas, para organizar um baile. Quantas comissões diferentes se podem formar com exactamente 2 raparigas louras?

(1ª chamada)

69. Na figura estão representados os gráficos de 2 distribuições normais. Uma das distribuições tem valor médio a e desvio padrão b. A outra distribuição tem valor médio c e desvio padrão d. Os gráficos são simétricos em relação à mesma recta r.



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
(A) $a=c$ e $b>d$ (B) $a=c$ e $b<d$
(C) $a>c$ e $b=d$ (D) $a<c$ e $b=d$

(2ª chamada)

74. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas por 4 naipes de 13 cartas cada: Espadas, Copas, Ouros e Paus. Cada naipe tem 3 figuras: Rei, Dama e Valete.

a) Retirando, ao acaso, 6 cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Rei? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

b) De um baralho completo extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, 2 cartas. Sejam E_1, C_2 e F_2 os acontecimentos:
E_1: *sair Espadas na 1ª extracção;*
C_2: *sair Copas na 2ª extracção;*
F_2: *sair uma figura na 2ª extracção;*
Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P((F_2\cap C_2)|E_1)$. Numa pequena composição, com cerca de 10 linhas, explicite o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar apenas da interpretação do significado de $P((F_2\cap C_2)|E_1)$, no contexto da situação descrita.

(2ª fase)

(Exames Nacionais 2003)

76. Numa caixa estão três cartões, numerados de 1 a 3. Extraem-se ao acaso, e em simultâneo, dois cartões da caixa. Seja X o maior dos números saídos. Qual é a distribuição de probabilidades da variável aleatória X?

(A)

x_i	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

(B)

x_i	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(C)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

(D)

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

(1ª chamada)

77. No balcão de uma geladaria existe um recipiente com dez compartimentos, cinco à frente e cinco atrás, para colocar gelado. Em cada compartimento só é colocado um sabor, e nunca existem dois compartimentos com o mesmo sabor. Num certo dia, a geladaria tem sete sabores disponíveis: cinco são de fruta (morango, ananás, pêssego, manga e framboesa) e os outros dois são baunilha e chocolate.

a) De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente?

b) De quantas maneiras distintas se podem colocar os sete sabores no recipiente, de tal forma que os cinco de fruta preencham a fila da frente?

(1ª chamada)

82. Considere o seguinte problema:

Vinte e cinco jovens (doze rapazes e treze raparigas) pretendem ir ao cinema. Chegados lá, verificam que existem apenas vinte bilhetes (para duas filas com dez lugares consecutivos em cada uma delas). Comprados os vinte bilhetes, distribuem-nos ao acaso. Como é evidente, cinco jovens irão ficar sem bilhete. Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com rapazes e a outra só com raparigas?

Uma resposta correcta para este problema é:

$$\frac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10! \times 10!}{{}^{25}C_{20} \times 20!}$$

Numa pequena composição, com cerca de vinte linhas, explique esta resposta.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do número de casos possíveis;
- explicação do número de casos favoráveis.

(2ª chamada)

83. Considere a linha do Triângulo de Pascal em que o 2º elemento é 35. Escolhem-se, ao acaso, 2 elementos dessa linha. Qual é a probabilidade de esses 2 elementos serem iguais?

(A) $\frac{19}{{}^{35}C_2}$ (B) $\frac{35}{{}^{36}C_2}$ (C) $\frac{1}{{}^{35}C_2}$ (D) $\frac{18}{{}^{36}C_2}$

(2ª fase)

86. Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos possíveis ($A\subset S$ e $B\subset S$). Sabe-se que: $P(A\cap B)=0{,}1$; $P(A\cup B)=0{,}8$; $P(A|B)=0{,}25$.

Prove que A e $\overline{A}$ são acontecimentos equiprováveis.

(2ª fase)

(Exames Nacionais 2004)

89. O João tem, no bolso, seis moedas: duas moedas de 1 euro e quatro moedas de 50 cêntimos. O João retira, simultaneamente e ao acaso, duas moedas do bolso.

a) Seja X a quantia, em euros, correspondente às moedas retiradas pelo João. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X, apresentando as probabilidades na forma de fracção irredutível.

b) Depois de ter retirado as duas moedas do bolso, o João informou a sua irmã Inês de que elas eram iguais. Ela apostou, então, que a quantia retirada era de 2 euros. Qual é a probabilidade de a Inês ganhar a aposta? Apresente o resultado sob a forma de fracção irredutível.

(1ª fase)

92. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.

a) Considere os acontecimentos A e B: A- «sai face par»; B-«sai um número menor do que 4». Indique o valor da probabilidade condicionada P(B|A). Justifique a sua resposta.

b) Considere agora que o dado é lançado três vezes. Qual é a probabilidade de a face 6 sair, pela primeira vez, precisamente no terceiro lançamento? Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às décimas.

(2ª fase)

93. Considere o seguinte problema:

Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tacto: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?

Uma resposta correcta para este problema é

$$\frac{{}^{3}C_2 \times 4 + {}^{5}C_2 \times 3}{{}^{12}C_3}$$

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

* referência à Regra de Laplace;
* explicação do número de casos possíveis;
* explicação do número de casos favoráveis.

(2ª fase)

(*Exames Nacionais 2005*)

94. Seja Ω o espaço de resultados (com um número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam X e Y dois acontecimentos ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$). Apenas uma das afirmações seguintes não é equivalente à igualdade $P(X \cap Y)=0$. Qual?
(A) X e Y são acontecimentos incompatíveis.
(B) X e Y não podem ocorrer simultaneamente.
(C) Se X ocorreu, Y não pode ocorrer.
(D) X e Y são ambos impossíveis.

(1ª fase)

95. A distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é dada pela tabela

x_i	0	2	4
$P(X=x_i)$	a	b	b

(a e b designam números reais). A média da variável aleatória X é igual a 1. Qual é o valor de a e qual é o valor de b?
(A) $a = ½$ $b = ¼$ (B) $a = 3/5$ $b = 1/5$
(C) $a = 2/3$ $b = 1/6$ (D) $a = ½$ $b = 1/6$

(1ª fase)

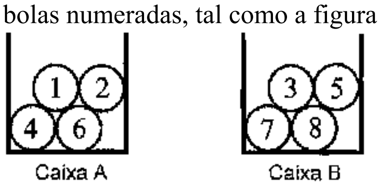
96. Num saco, estão três bolas pretas e nove bolas brancas, indistinguíveis ao tacto. Extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, as doze bolas do saco. Determine:
a) A probabilidade de as duas primeiras bolas extraídas não serem da mesma cor. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível. b) A probabilidade de as três bolas pretas serem extraídas consecutivamente (umas a seguir às outras). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(1ª fase)

97. Considere um prisma regular em que cada base tem n lados. Numa pequena composição, justifique que o número total de diagonais de todas as faces do prisma (incluindo as bases) é dado por $2({}^nC_2 - n) + 2n$

(1ª fase)

98. Considere 2 caixas, A e B, cada uma delas contendo 4 bolas numeradas, tal como a figura abaixo ilustra.

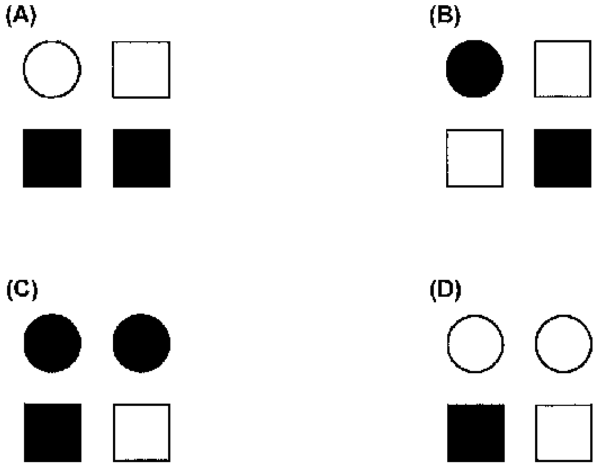


Extraem-se, ao acaso, duas bolas da caixa A e uma bola da caixa B. Multiplicam-se os nºs das 3 bolas retiradas.
Qual é a probabilidade de o produto obtido ser um nº par?

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{2 \times 1}{{}^4C_2 \times {}^4C_1}$ (D) $\frac{{}^3C_2 \times {}^1C_1}{{}^4C_2 \times {}^4C_1}$

(2ª fase)

99. Em cada uma das opções seguintes (A, B, C e D) estão representadas 4 figuras (as figuras são círculos ou quadrados e estão pintadas de branco ou de preto). Para cada opção, considere:
» a experiência que consiste na escolha aleatória de uma das 4 figuras; » os acontecimentos:
X: «a figura escolhida é um quadrado»;
Y: «a figura escolhida está pintada de preto».
Em qual das opções se tem $P(X|Y)=1/2$?



(2ª fase)

100. O João tem 14 discos de música ligeira: 6 são portugueses; 4 são espanhóis; 3 são franceses; 1 é italiano.
a) O João pretende seleccionar 4 desses 14 discos.
a_1) Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os 4 discos seleccionados sejam de 4 países diferentes, ou seja, um de cada país?
a_2) Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os 4 discos seleccionados sejam todos do mesmo país?
b) Considere agora a seguinte experiência: o João selecciona, ao acaso, 4 dos 14 discos. Seja X a variável aleatória: «*nº de discos italianos seleccionados*». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

E1. Um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, é lançado 2 vezes. Seja X a variável aleatória que designa o «nº de vezes que, nesses dois lançamentos, sai face par». A distribuição de probabilidades da variável X é

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	1/4	a	b

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
(A) $a = ¼$ e $b = ½$ (B) $a = ¼$ e $b = ¼$
(C) $a = ½$ e $b = ¼$ (B) $a = ½$ e $b = ½$

(Época especial)

E2. Escolhe-se, ao acaso, um aluno de uma turma de uma escola secundária. Considere os acontecimentos:
A: «O aluno é uma rapariga»
B: «O aluno não usa óculos»
Qual é o acontecimento contrário de $A \cup B$?
(A) O aluno é um rapaz e usa óculos
(B) O aluno é um rapaz e não usa óculos
(C) O aluno é um rapaz ou usa óculos
(D) O aluno é um rapaz ou não usa óculos

(Época especial)

E3. Seis amigos, a Ana, o Bruno, a Catarina, o Diogo, a Elsa e o Filipe, vão jantar a um restaurante. Sentam-se, ao acaso, numa mesa redonda, com 6 lugares (pode considerar que os lugares estão numerados, de 1 a 6).

a) Sejam os acontecimentos:

A: «O Diogo, a Elsa e o Filipe sentam-se em lugares consecutivos, ficando a Elsa no meio.»

B: «A Catarina e o Filipe sentam-se ao lado um do outro.»

a_1) Determine a probabilidade do acontecimento A. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

a_2) Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de P(B|A). Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita.

b) Depois de sentados, os 6 amigos resolvem escolher a refeição. Sabe-se que:

- na ementa, existem 3 pratos de peixe e 4 de carne;
- cada um dos 6 amigos vai escolher um único prato, de peixe ou de carne;
- só o Filipe está indeciso se vai escolher peixe ou carne;
- os restantes 5 vão escolher peixe.

De quantas maneiras diferentes podem os 6 amigos escolher os seus pratos?

(Época especial)

(*Testes intermédios e exames 2005/2006*)

101. Três raparigas e os respectivos namorados posam para uma fotografia.
De quantas maneiras se podem dispor, lado a lado, de modo que cada par de
namorados fique junto na fotografia?
(A) 12 (B) 24 (C) 36 (D) 48

(Intermédio 1)

102. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em 4 naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).
A Joana pretende fazer uma sequência com seis cartas do naipe de Espadas. Ela quer iniciar a sequência com o Ás, quer que as três cartas seguintes sejam figuras e quer concluir a sequência com duas das nove restantes cartas desse naipe.
Quantas sequências diferentes pode a Joana fazer?
(A) 416 (B) 432 (C) 528 (D) 562

(Intermédio 1)

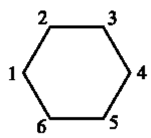
103. De uma certa linha do Triângulo de Pascal, sabe-se que a soma dos dois primeiros é 21. Qual é o maior termo dessa linha?
(A) 169247 (B) 175324 (C) 184756 (D) 193628

(Intermédio 1)

104. Considere a função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=x^2-9$. No gráfico desta função, considere os pontos cujas abcissas são −4, −2, 0, 2 e 4. Escolhem-se, ao acaso, dois desses cinco pontos e desenha-se o segmento de recta que tem por extremidades esses dois pontos. Qual é a probabilidade de esse segmento intersectar o eixo das abcissas?
(A) 0,4 (B) 0,5 (C) 0,6 (D) 0,7

(Intermédio 1)

105. Na figura está representado um hexágono regular com os vértices numerados de 1 a 6.



Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Em cada lançamento, selecciona-se o vértice do hexágono que corresponde ao número saído nesse lançamento. Note que, no final da experiência, podemos ter um, dois ou três pontos seleccionados (por exemplo: se sair o mesmo número três vezes, só é seleccionado um ponto).
Qual é a probabilidade de se seleccionarem três pontos que sejam os vértices de um triângulo equilátero?
(A) 1/18 (B) 1/16 (C) 1/14 (D) 1/12

(Intermédio 1)

106. O João vai lançar seis mil vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e vai adicionar os números saídos. De qual dos seguintes valores é de esperar que a soma obtida pelo João esteja mais próxima?
(A) 20000 (B) 21000 (C) 22000 (D) 23000

(Intermédio 1)

107. Admita que a variável peso, em quilogramas, das raparigas de 15 anos, de uma certa escola, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 40. Sabe-se ainda que, nessa escola, 20% das raparigas de 15 anos pesam mais de 45 Kg. Escolhida, ao acaso, uma rapariga de 15 anos dessa escola, qual é a probabilidade de o seu peso estar compreendido entre 35 Kg e 40 Kg ?
(A) 0,2 (B) 0,25 (C) 0,3 (D) 0,35

(Intermédio 1)

108. Seja C o conjunto de todos os números naturais com três algarismos (ou seja, de todos os nºs naturais de 100 a 999)

a) Quantos elementos do conjunto C são múltiplos de 5?

b) Quantos elementos do conjunto C têm os algarismos todos diferentes?

(Intermédio 1)

109.

a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), com $P(A)>0$. Sejam $\overline{A}$ e $\overline{B}$ os acontecimentos contrários de A e de B, respectivamente. Seja P(B|A) a probabilidade de B, se A. Mostre que:

$$\frac{P(\overline{B})-P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(A)} = 1 - P(B \mid A)$$

b) Próximo de uma praia portuguesa, realiza-se um acampamento internacional de juventude, no qual participam jovens de ambos os sexos. Sabe-se que: a quarta parte dos jovens são portugueses, sendo os restantes estrangeiros; 52% dos jovens participantes no acampamento são do sexo feminino; considerando apenas os participantes portugueses, 3 em cada 5 são rapazes.
No último dia, a organização vai sortear um prémio, entre todos os jovens participantes no acampamento. Qual é a probabilidade de o prémio sair a uma rapariga estrangeira? Apresente o resultado na forma de percentagem.
Nota: se o desejar, pode utilizar a igualdade da alínea anterior (nesse caso, comece por identificar claramente, no contexto do problema, os acontecimentos A e B); no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo (como, por exemplo, através de uma tabela de dupla entrada ou de um diagrama em árvore).

(Intermédio 1)

110. Uma caixa, que designamos por caixa 1, contém duas bolas pretas e três bolas verdes. Uma segunda caixa, que designamos por caixa 2, contém duas bolas pretas e uma bola verde.

a) Considere a seguinte experiência: retirar, ao acaso, uma bola de cada caixa. Seja X a variável aleatória «número de bolas verdes que existem no conjunto das duas bolas retiradas».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X, apresentando as probabilidades na forma de fracção irredutível.

b) Considere agora que, tendo as duas caixas a sua constituição inicial, se realiza a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente três bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2; em seguida, novamente ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2. Sejam os acontecimentos: A: «as três bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»; B: «as duas bolas retiradas da caixa 2 são de cores diferentes». Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, determine o valor de P(B|A), apresentando o seu valor na forma de fracção irredutível. Numa pequena composição, explique o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar da interpretação do significado de P(B|A), no contexto do problema, significado esse que deverá começar por explicar.

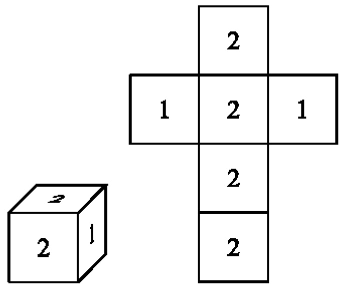
c) Considere agora que, na caixa 2, tomando como ponto de partida a sua constituição inicial, se colocam mais *n* bolas, todas amarelas. Esta caixa fica, assim, com duas bolas pretas, uma bola verde e *n* bolas amarelas. Considere a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas dessa caixa. Sabendo que a probabilidade de uma delas ser amarela e a outra ser verde é 5/39, determine o valor de *n*.

(Intermédio 1)

111. Todos os alunos de uma turma de uma escola secundária praticam pelo menos um dos dois desportos seguintes: andebol e basquetebol. Sabe-se que: metade dos alunos da turma pratica andebol; 70% dos alunos da turma pratica basquetebol. Escolhe-se ao acaso um aluno dessa turma e constata-se que ele é praticante de andebol. Qual é a probabilidade de ele praticar basquetebol?
(A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

(Intermédio 2)

112. Na figura está representado um dado equilibrado, bem como a respectiva planificação.



Lança-se este dado duas vezes. Seja X a variável aleatória: *soma dos números saídos nos dois lançamentos*. Indique o valor de *k* tal que P(X=*k*)=1/9
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(Intermédio 2)

113. Considere, num referencial o.n. , um octaedro regular em que cada um dos seus vértices pertence a um dos eixos coordenados (dois vértices em cada eixo). Escolhendo, ao acaso, três vértices desse octaedro, qual é a probabilidade de eles definirem um plano perpendicular ao eixo Oy?
(A) 1/3 (B) 2/3 (C) 1/5 (D) 2/5

(Intermédio 2)

115. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{^{2005}C_{99}}{^{2006}C_{100}}$	$\frac{a}{^{2006}C_{100}}$

Indique o valor de *a*.
(A) $^{2005}C_{99}$ (B) $^{2005}C_{100}$ (C) $^{2006}C_{99}$ (D) $^{2006}C_{100}$

(1ª fase)

116. a) Uma coluna com a forma de um prisma hexagonal regular está assente no chão de um jardim. Dispomos de seis cores (amarelo, branco, castanho, dourado, encarnado e verde) para pintar as sete faces visíveis (as seis faces laterais e a base superior) desse prisma. Admita que se pintam de verde duas faces laterais opostas. Determine de quantas maneiras diferentes podem ficar pintadas as restantes cinco faces, de tal modo
• que duas faces que tenham uma aresta comum fiquem pintadas com cores diferentes
• e que duas faces laterais que sejam opostas fiquem pintadas com a mesma cor.

b) Considere um prisma hexagonal regular num referencial o.n. *Oxyz*, de tal forma que uma das suas bases está contida no plano de equação *z* = 2. Escolhendo ao acaso dois vértices do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem uma recta paralela ao eixo *Oz*? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(1ª fase)

117. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao acaso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda. Considere os acontecimentos:

A: «a primeira bola extraída é preta»;
B: «a segunda bola extraída é branca».
Sabe-se que P(B|A)=1/2. Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a
sua resposta, começando por explicar o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita.

(1ª fase)

118. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	a	a	0,4

(a designa um número real). Qual é o valor médio desta variável aleatória?
(A) 1,1 (B) 1,2 (C) 1,3 (D) 1,4

(2ª fase)

120. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

a) Escolhem-se dois alunos ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma das suas idades ser igual a 12? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
b) Escolhe-se um aluno ao acaso. Sejam A e B os acontecimentos: A: « o aluno tem 7 anos»; B: «o aluno é rapaz». Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada P(B|A). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicite os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula.

(2ª fase)

121. Uma turma de 12.º ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos. Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1. Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno. Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y, associados a esta experiência aleatória.
Opção 1: X: «O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos»
Y: «O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos»
Opção 2: X: «O número do aluno escolhido é par»
Y: «O número do aluno escolhido é múltiplo de 4»
Opção 3: X: «O aluno escolhido tem 18 anos»
Y: «O aluno escolhido é rapariga»
Opção 4: X: «O aluno escolhido é rapaz»
Y: «O aluno escolhido tem 17 anos»
Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos X e Y são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes:
$P(X\cup Y) > P(X)$, $P(X\cup Y) < 1$ e $P(X\cap Y) > 0$
Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, justificando, qual é a afirmação falsa).

(2ª fase)

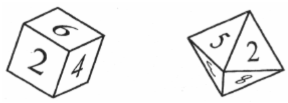
E4. Quantos nºs naturais, escritos com algarismos todos diferentes, existem entre os nºs 1000 e 3000?
(A) 992 (B) 998 (C) 1002 (D) 1008

(Época especial)

E5. Um dos termos do desenvolvimento de $(x+2)^5$ é um monómio da forma kx^3, sendo k um nº natural. Qual é o valor de k?
(A) 20 (B) 30 (C) 40 (D) 50

(Época especial)

E6. A Sofia tem 2 dados equilibrados. Um dos dados é um cubo com as faces numeradas de 1 a 6. O outro dado é um octaedro com as faces numeradas de 1 a 8.

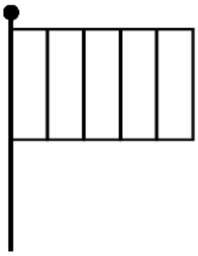


A Sofia lança os 2 dados e observa os nºs saídos (nas faces que ficam voltadas para cima).
a) No âmbito desta experiência, dê um exemplo de 2 acontecimentos, A e B, nem impossíveis nem certos, e tais que A≠B e P(A∩B)=P(A).
b) Seja X a variável aleatória: *soma dos nºs saídos*. Determine P(X=5). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
c) Considere os acontecimentos:
C: o produto dos nºs saídos é 16.
D: os nºs saídos são iguais.
Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de P(C|D) e de P(D|C). Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado das probabilidades pedidas, no contexto da situação descrita.

(Época especial)

(*Testes intermédios e exames 2006/2007*)

122. Pretende-se fazer uma bandeira com cinco tiras verticais, respeitando as seguintes condições: • duas tiras vizinhas não podem ser pintadas com a mesma cor; • cada uma das três tiras centrais pode ser pintada de vermelho ou de amarelo; • cada uma das duas tiras das extremidades pode ser pintada de branco, de azul ou de verde. De acordo com estas condições, quantas bandeiras diferentes se podem fazer?



(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 32

(Intermédio 1)

124. No Triângulo de Pascal, considere a linha que contém os elementos da forma ${}^{2006}C_k$. Quantos elementos desta linha são menores do que ${}^{2006}C_4$?
(A) 8 (B) 6 (C) 5 (D) 3

(Intermédio 1)

125. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$) tais que $0<P(A)<1$ e $0<P(B)<1$. Sabe-se que $A\subset B$. Qual é o valor de $P[(A\cup B)\cap \overline{B}]$?
(A) 0 (B) P(A) (C) P(B) (D) 1

(Intermédio 1)

127. Uma variável aleatória X tem a seguinte distribuição de probabilidades:

x_i	0	a	$2a$
$P(X=x_i)$	0,2	0,4	b

(*a* e *b* designam números reais positivos). Sabe-se que o valor médio da variável aleatória X é 2,4. Qual é o valor de *a* ?
(A) 3 (B) 2,5 (C) 2 (D) 1,5

(Intermédio 1)

128. Admita que a variável *altura*, em centímetros, dos rapazes de 13 anos de um certo país, é bem modelada por uma distribuição normal, de valor médio 140. Escolhido, ao acaso, um rapaz de 13 anos desse país, sabe-se que a probabilidade de a sua altura pertencer a um determinado intervalo [*a*,*b*] é igual a 60%. Quais dos seguintes podem ser os valores de *a* e de *b* ?

(A) $a=140$ e $b=170$ **(B)** $a=120$ e $b=140$

(C) $a=130$ e $b=150$ **(D)** $a=150$ e $b=180$

(Intermédio 1)

130. Um saco contém dez bolas. Quatro bolas estão numeradas com o número 1, cinco com o número 2 e uma com o número 3.

a) Extrai-se, ao acaso, uma bola do saco. Seja X o número da bola extraída. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X, apresentando as probabilidades na forma de dízima.

b) Do saco novamente completo, tiram-se simultaneamente, ao acaso, duas bolas. Determine a probabilidade de essas duas bolas terem o mesmo número. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

c) Considere, uma vez mais, o saco com a sua constituição inicial. Tira-se, ao acaso, uma bola do saco, observa-se o número e repõe-se a bola no saco juntamente com mais dez bolas com o mesmo número. Seguidamente, tira-se, ao acaso, uma segunda bola do saco. Sejam A e B os acontecimentos :
A: «sair bola com o número 1 na primeira extracção»
B: «sair bola com o número 1 na segunda extracção»
Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique, na forma de fracção, o valor de P(B|A). Numa pequena composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita.

(Intermédio 1)

132. Um saco contém vinte bolas, numeradas de 1 a 20. Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de o maior desses três números ser 10?

(A) $\frac{24}{{}^{20}C_3}$ **(B)** $\frac{28}{{}^{20}C_3}$ **(C)** $\frac{32}{{}^{20}C_3}$ **(D)** $\frac{36}{{}^{20}C_3}$

(Intermédio 2)

133. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), ambos com probabilidade não nula. Sabe-se que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. Qual é o valor da probabilidade condicionada P(A|B)?
(A) 0 (B) 1 (C) P(A) (D) $\frac{P(A)}{P(B)}$

(Intermédio 2)

135. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices diferentes de um paralelepípedo rectângulo. Qual é a probabilidade de que esses dois vértices sejam extremos de uma aresta?

(A) $\frac{12}{{}^{8}C_2}$ **(B)** $\frac{12}{8^2}$ **(C)** $\frac{8}{{}^{8}C_2}$ **(D)** $\frac{8}{{}^{8}A_2}$

(1ª fase)

134. O Jorge tem seis moedas no bolso. Ele retira, simultaneamente e ao acaso, duas dessas seis moedas. Seja X a quantia, em cêntimos, correspondente às duas moedas retiradas. Sabe-se que a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X é

x_i	20	30	40	60	70
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{{}^{6}C_2}$	$\frac{6}{{}^{6}C_2}$	$\frac{1}{{}^{6}C_2}$	$\frac{3}{{}^{6}C_2}$	$\frac{2}{{}^{6}C_2}$

Quais poderiam ser as seis moedas que o Jorge tinha inicialmente no bolso?

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(Intermédio 2)

136. As cinco letras da palavra TIMOR foram pintadas, cada uma em sua bola. As cinco bolas, indistinguíveis ao tacto, foram introduzidas num saco. Extraem-se, aleatoriamente, as bolas do saco, sem reposição, e colocam-se em fila, da esquerda para a direita. Qual é a probabilidade de que, no final do processo, fique formada a palavra TIMOR, sabendo-se que, ao fim da terceira extracção, estava formada a sucessão de letras TIM?

(A) 0 **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** 1

(1ª fase)

137. Considere todos os números de três algarismos que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

a) Escolhe-se, ao acaso, um desses números. Sejam os acontecimentos:

A: «O número escolhido é múltiplo de 5»;

B: «O número escolhido tem os algarismos todos diferentes».

Averigúe se A e B são, ou não, acontecimentos independentes.

b) Considere o seguinte problema: *De entre todos os números de três algarismos diferentes que se podem formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, em quantos deles o produto dos seus algarismos é um número par?*

Uma resposta correcta a este problema é: ${}^{9}A_3 - {}^{5}A_3$. Numa pequena composição explique porquê.

(1ª fase)

138. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A, B e C três acontecimentos ($A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $C \subset \Omega$) tais que $(A \cup B) \cap C = \varnothing$. Sabe-se que $P(A)=0,21$ e que $P(C)=0,47$. Calcule $P(A \cup C)$, utilizando as propriedades das operações com conjuntos e a axiomática das probabilidades.

(1ª fase)

139. Dois cientistas, que vão participar num congresso no estrangeiro, mandam reservar hotel na mesma cidade, cada um sem conhecimento da marcação feita pelo outro. Sabendo que nessa cidade existem sete hotéis, todos com igual probabilidade de serem escolhidos, qual é a probabilidade de os dois cientistas ficarem no mesmo hotel?

(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{6}{7}$

(2ª fase)

140. Lançaram-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro. Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(2ª fase)

141. De um baralho de cartas, seleccionaram-se 16 cartas (4 ases, 4 reis, 4 damas e 4 valetes). Dividiram-se as 16 cartas em dois grupos: um com os ases e os reis e outro com as damas e os valetes. Retiraram-se, ao acaso, duas cartas de cada grupo (sem reposição). Qual é a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

142. Considere um espaço de resultados finito, Ω, associado a uma certa experiência aleatória. A propósito de dois acontecimentos X e Y ($X \subset \Omega$ e $Y \subset \Omega$), sabe-se que $P(X)=a$, $P(Y)=b$ e X e Y são independentes.

a) Mostre que a probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a $1-a-b+a \times b$

b) Num frigorífico, há um certo número de iogurtes e um certo número de sumos. Tiram-se do frigorífico, ao acaso, um iogurte e um sumo. Sabe-se que a probabilidade de o iogurte ser de pêssego é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de o sumo ser de laranja é $\frac{1}{3}$ .Admita que os acontecimentos «tirar um iogurte de pêssego» e «tirar um sumo de laranja» são independentes. Utilizando a expressão mencionada em a), determine a probabilidade de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssego e o sumo não ser de laranja. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

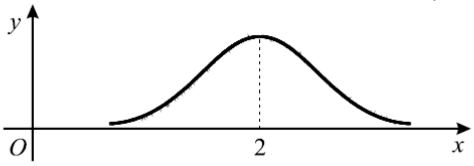
(*Testes intermédios e exames 2007/2008*)

145. A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 31. Qual é o quinto elemento da linha anterior?

(A) 23751 (B) 28416 (C) 31465 (D) 36534

(Intermédio 1)

146. A Curva de Gauss representada na figura está associada a uma variável aleatória X, com distribuição Normal.

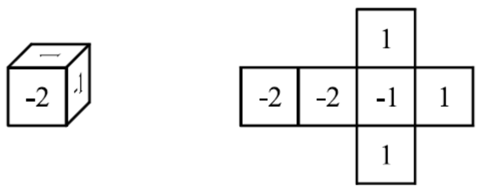


Tal como a figura sugere, a curva é simétrica relativamente à recta de equação $x = 2$. Para um certo valor de a, tem-se que $P(X>a)=15\%$. Qual dos seguintes pode ser o valor de a?

(A) 1 (B) 1,5 (C) 2 (D) 2,5

(Intermédio 1)

147. Na figura está representado um dado equilibrado e a respectiva planificação.



Lança-se este dado uma única vez. Seja X o número escrito na face que fica voltada para cima. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X e, seguidamente, determine, sem recorrer à calculadora, o valor médio desta variável. Apresente o valor médio na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

148. Doze amigos vão passear, deslocando-se num automóvel e numa carrinha, ambos alugados. O automóvel dispõe de cinco lugares: o do condutor e mais quatro. A carrinha dispõe de sete lugares: o do condutor e mais seis. Apenas dois elementos do grupo, a Filipa e o Gonçalo, têm carta de condução, podendo qualquer um deles conduzir, quer o automóvel, quer a carrinha.

a) Os doze amigos têm de se separar em dois grupos, de modo a que um grupo viaje no automóvel e o outro na carrinha. De quantas maneiras diferentes podem ficar constituídos os dois grupos de amigos?

b) Admita agora que os doze amigos já se encontram devidamente instalados nos dois veículos. O Gonçalo vai a conduzir a carrinha. Numa operação STOP, a Brigada de Trânsito mandou parar cinco viaturas, entre as quais a carrinha conduzida pelo Gonçalo. Se a Brigada de Trânsito escolher, ao acaso, dois dos cinco condutores para fazer o teste de alcoolémia, qual é a probabilidade de o Gonçalo ter de fazer o teste? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

149. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e B⊂Ω), ambos com probabilidade não nula. Utilizando a fórmula da probabilidade condicionada e as propriedades das operações com conjuntos, prove que

$$P((\overline{\overline{A} \cap B}) \mid B) = P(A \mid B)$$

(Intermédio 1)

150. Lança-se cinco vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Seja *p* a probabilidade de, nos cinco lançamentos, sair face 6 exactamente duas vezes. Qual é o valor de *p* arredondado às centésimas?

(A) 0,12 (B) 0,16 (C) 0,23 (D) 0,27

(Intermédio 2)

151. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. De dois acontecimentos A e B (A⊂Ω e B⊂Ω), de probabilidade não nula, sabe-se que:

- $P(A) = P(B)$
- $P(A \cup B) = 5P(A \cap B)$

Determine a probabilidade de acontecer A, sabendo que B aconteceu. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 2)

152. Considere o seguinte problema: *Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e multiplicam-se os números saídos. Qual é a probabilidade de o produto obtido ser igual a 6?*

Uma resposta correcta a este problema é $\frac{3!+3}{6^3}$

Numa pequena composição, explique porquê. A sua composição deve incluir:

- uma referência à Regra de Laplace;
- uma explicação do número de casos possíveis;
- uma explicação do número de casos favoráveis.

(Intermédio 2)

153. O João e a Maria convidaram três amigos para irem, com eles, ao cinema. Compraram cinco bilhetes com numeração seguida, numa determinada fila, e distribuíram-nos ao acaso. Qual é a probabilidade de o João e a Maria ficarem sentados um ao lado do outro?

(A) 1/5 (B) 2/5 (C) 3/5 (D) 4/5

(1ª fase)

161. a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis (A⊂Ω e B⊂Ω)). Prove que:

$$P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A}) - P(B) + P(A \cup B)$$

b) Numa determinada cidade, das 160 raparigas que fizeram o exame nacional de Matemática, 65% tiveram classificação positiva, e, dos 120 rapazes que fizeram o mesmo exame, 60% também tiveram classificação positiva. Escolhendo, ao acaso, um dos estudantes que realizaram o exame, qual é a probabilidade de o estudante escolhido não ser rapaz ou não ter tido classificação positiva? Apresente o resultado em forma de dízima, com aproximação às centésimas.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em a). Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B, no contexto da situação apresentada; no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo.

(2ª fase)

162. Numa caixa temos três fichas com o número 1 e quatro fichas com o número 2, indistinguíveis ao tacto. Retiram-se, ao acaso e de uma só vez, duas fichas. Seja X a variável aleatória: «*a soma dos números inscritos nas duas fichas*». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Indique, justificando, o valor mais provável da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fracção irredutível.

(2ª fase)

E9 Em cada semana, a chave do Totoloto é formada por seis números inteiros distintos, escolhidos aleatoriamente entre 1 e 49. Qual é a probabilidade de, na próxima semana, a chave do totoloto incluir os números 1, 2 e 3?

(A) $\frac{^{46}C_3}{^{46}C_6}$ (B) $\frac{^{46}C_3}{^{49}C_6}$ (C) $\frac{^{46}C_6}{^{49}C_6}$ (D) $\frac{^{49}C_3}{^{49}C_6}$

(Especial)

E11 Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos possíveis (A⊂Ω e B⊂Ω). Mostre que:

$$1 - P(\overline{A \cup B}) + P(A \mid B) \times P(B) = P(A) + P(B)$$

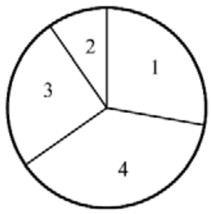
(Especial)

(*Testes intermédios e exames 2008/2009*)

163. A soma dos dois primeiros elementos de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 13. Quantos elementos dessa linha são menores do que 70?
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

(Intermédio 1)

164. Na figura está representado um círculo dividido em quatro sectores circulares diferentes, numerados de 1 a 4. Estão disponíveis <u>cinco</u> cores para pintar este círculo. Pretende-se que sejam respeitadas as seguintes condições:



- todos os sectores devem ser pintados;
- cada sector é pintado com uma única cor;
- sectores com um raio em comum não podem ficar pintados com a mesma cor;
- o círculo deve ficar pintado com <u>duas</u> ou com <u>quatro</u> cores.

De quantas maneiras diferentes pode o círculo ficar pintado?
(A) 140 (B) 230 (C) 310 (D) 390

(Intermédio 1)

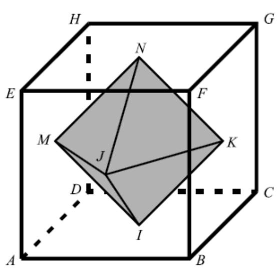
165. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos. Sabe--se que P(A)=0,5 e que P(B)=0,7. Podemos então garantir que ...
(A) A e B são acontecimentos contrários
(B) A e B são acontecimentos compatíveis
(C) A está contido em B
(D) o acontecimento A ∪ B é certo

(Intermédio 1)

167. O diâmetro, em milímetros, dos parafusos produzidos por uma certa máquina é uma variável aleatória X com distribuição normal, de valor médio 9. Qualquer parafuso produzido por essa máquina passa por um controle de qualidade. Ao passar por esse controle, o parafuso é aprovado se o seu diâmetro estiver compreendido entre 8,7 e 9,3 milímetros. Caso contrário, é rejeitado. Sabe-se que 99,73% dos parafusos são aprovados. Qual é o desvio padrão da variável aleatória X?
(A) 0,1 (B) 0,3 (C) 0,6 (D) 0,9

(Intermédio 1)

168. Na figura estão representados dois poliedros, o cubo [ABCDEFGH] e o octaedro [IJKLMN] (o vértice L do octaedro não está visível). Cada vértice do octaedro pertence a uma face do cubo.



a) Considere todos os conjuntos que são constituídos por cinco dos catorze vértices dos dois poliedros (como, por exemplo, {A,B,C,K,L}).

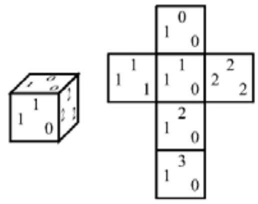
a_1) Quantos desses conjuntos são constituídos por três vértices do cubo e dois vértices do octaedro?

a_2) Quantos desses conjuntos são constituídos por cinco vértices do mesmo poliedro?

b) Escolhem-se ao acaso cinco dos catorze vértices dos dois poliedros. Qual é a probabilidade de os cinco vértices escolhidos pertencerem todos à mesma face do cubo? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

169. Na figura está representado um dado equilibrado, bem como a respectiva planificação. Conforme se pode observar na figura, existem três números em cada face. Lança-se este dado <u>uma só vez</u> e observam-se os números da face que fica voltada para cima. Diz-se então que saíram esses três números.



a) Seja X a variável aleatória «*<u>produto</u> dos três números saídos*». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X. Apresente as probabilidades na forma de fracção.

b) Seja R o acontecimento «*os números saídos são todos iguais*». Seja S o acontecimento «*a <u>soma</u> dos números saídos é igual a 3*». Os acontecimentos V e W são independentes? Justifique.

(Intermédio 1)

170.a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos de probabilidade não nula. Considere que $\overline{B}$ designa o acontecimento contrário de B e que P(A|B) e P(B|A) designam probabilidades condicionadas. Mostre que

$$P(A \mid B) - P(\overline{B}) \times P(A \mid B) = P(A) \times P(B \mid A)$$

b) Relativamente a uma turma do 12.º ano, sabe-se que:
- 60% dos alunos da turma praticam desporto;
- 40% dos alunos da turma são raparigas;
- metade dos praticantes de desporto são raparigas.

Escolhendo ao acaso um aluno da turma, qual é a probabilidade de ser praticante de desporto, sabendo que é uma rapariga? Apresente o resultado na forma de percentagem.

<u>Nota</u>: Se desejar, pode utilizar a fórmula da alínea anterior na resolução deste problema. Nesse caso, comece por explicitar o significado dos acontecimentos A e B, no contexto do problema. Também pode resolver o problema através de um diagrama, de uma tabela, ou utilizando qualquer outro processo.

(Intermédio 1)

171. Um saco contém bolas brancas e bolas pretas, pelo menos uma de cada cor, num total de cinco. Tiram-se, simultaneamente e ao acaso, três bolas do saco. Seja X a variável aleatória «número de bolas brancas retiradas». Sabendo que a variável X toma exclusivamente os valores 2 e 3, indique o número de bolas brancas e o número de bolas pretas que estão inicialmente no saco. Numa pequena composição, explique o seu raciocínio.

(Intermédio 1)

173. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{n}$	$\frac{4}{n}$	$\frac{5}{n}$

Qual é o valor de *n*?
(A) 4 (B) 5 (C) 12 (D) 15

(Intermédio 2)

174. Um saco contém onze bolas, numeradas de 1 a 11.
a) Ao acaso, tiram-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco. Sejam A e B os acontecimentos:
A: «o número da primeira bola retirada é par»
B: «o número da segunda bola retirada é par»
Indique o valor de $P(B \mid \overline{A})$, na forma de fracção irredutível, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada. Justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B \mid \overline{A})$ no contexto da situação descrita.
b) Considere novamente o saco com a sua constituição inicial. Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de o produto desses números ser ímpar? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

(Intermédio 2)

176. Efectua-se um único lançamento de um dado tetraédrico, com as faces numeradas de 1 a 4. Considere que o «número que sai» é o número que está na face que fica voltada para baixo. O dado não é equilibrado, pelo que os quatro números não têm a mesma probabilidade de sair. Sejam A e B os acontecimentos seguintes:
A: «sair número par»;
B: «sair número menor do que 3».
Sabe-se que:• P(A∩B)=0,1
• P(A)= $P(\overline{A})$
• P(A∪B)=0,7
Seja X a variável aleatória «número saído no lançamento efectuado». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X.
Nota: apresente todas as justificações e todos os cálculos que efectuar na determinação dos valores das probabilidades.

(Intermédio 2)

178. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A ⊂ Ω e B ⊂ Ω). Sabe-se que:
• P(A) = 0,3
• P(B) = 0,4
• P(A ∪ B) = 0,5
Qual é a probabilidade de se realizar A, sabendo que B se realiza?
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(1ª fase)

179. Considere uma variável aleatória X, cuja distribuição de probabilidades é dada pela tabela seguinte.

x_i	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{k}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{k}{4}$

Qual é o valor de k ?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(1ª fase)

181. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tacto, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.
a) Determine a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
b) Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:A: «A 1.ª bola retirada é verde.»
B: «A 2.ª bola retirada é amarela.»
C: «O número da 2.ª bola retirada é par.»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B \cap C) \mid A)$?
A resposta correcta a esta questão é $P((B \cap C) \mid A) = \frac{5}{19}$.
Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de , no contexto da situação descrita e fazendo referência:
• à Regra de Laplace;
• ao número de casos possíveis;
• ao número de casos favoráveis.

(1ª fase)

183. Admita que um estudante tem de realizar dois testes no mesmo dia. A probabilidade de ter classificação positiva no primeiro teste é 0,7, a de ter classificação positiva no segundo teste é 0,8 e a de ter classificação negativa em ambos os testes é 0,1. Qual é a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste?
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(2ª fase)

185. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que A ⊂ Ω, B ⊂ Ω e P(B) ≠ 0 . Mostre que
$1 - P(A|B) \times P(B) - P(A \cap \overline{B}) = P(\overline{A})$

(2ª fase)

186. Considere um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus). Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).
a) Retiram-se cinco cartas do baralho, que são colocadas lado a lado, em cima de uma mesa, segundo a ordem pela qual vão sendo retiradas. Quantas sequências se podem formar com as cinco cartas retiradas, caso a primeira carta e a última carta sejam ases, e as restantes sejam figuras?

b) Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem. Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exactamente dois ases?

Uma resposta correcta a esta questão é $\dfrac{{}^{4}C_{2} \times 48}{{}^{52}C_{3}}$.

Numa pequena composição, justifique esta resposta, fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

(2ª fase)

E14 Seja X a variável peso, expressa em quilogramas (kg), dos bebés de uma creche. Admita que a variável X é bem modelada por uma distribuição normal de valor médio 5. Escolhido um dos bebés ao acaso, sabe-se que a probabilidade de o seu peso estar entre 5kg e 6kg é 0,4. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $P(X \geq 6) = 0{,}2$ (B) $P(4 \leq X \leq 5) = 0{,}4$

(C) $P(4 \leq X \leq 6) < 0{,}5$ (D) $P(X \leq 4) > 0{,}1$

(especial)

E15 Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Mostre que

$$P(B) + P(\overline{A}) + P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 2P(\overline{A}) + P(A \cup B)$$

(especial)

E16 Considere o conjunto A = {1, 3, 5, 6, 8}.

a) Com os elementos do conjunto A, quantos números pares de quatro algarismos se podem formar, que tenham dois e só dois algarismos iguais a 5?

b) De entre os elementos do conjunto A, escolhe-se um deles, ao acaso. Considere a variável aleatória X: «número de divisores do elemento escolhido». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X e determine o seu valor médio. Apresente o resultado na forma de dízima.

Nota: Apresente o valor das probabilidades na forma de fracção irredutível.

(especial)

(*Testes intermédios e exames 2009/2010*)

188. Numa certa linha do Triângulo de Pascal, o segundo elemento é 2009. Quantos elementos dessa linha são maiores do que *um milhão*?

(A) 2004 (B) 2005 (C) 2006 (D) 2007

(Intermédio 1)

189. Uma variável aleatória *X* tem distribuição normal. Sabe-se que $P(X>50)$ é inferior a $P(X<40)$. Qual dos números seguintes pode ser o valor médio da variável aleatória *X* ?

(A) 42 (B) 45 (C) 48 (D) 51

(Intermédio 1)

190. Na figura 1 estão representados oito cartões, numerados de 1 a 8.

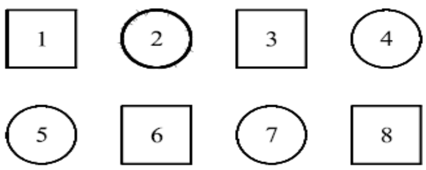


Figura 1

Escolhe-se, ao acaso, um destes oito cartões e observa-se a sua forma e o número nele inscrito. Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:

A: «O número do cartão escolhido é maior do que $\sqrt{30}$»

B: «O cartão escolhido é um círculo»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A \mid B)$?

$\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(Intermédio 1)

191. A estatística revela que o basquetebolista *Zé Mão Quente* falha 10% dos lances livres que executa. Num treino, o Zé Mão Quente vai executar uma série de oito lances livres. Indique qual dos acontecimentos seguintes tem probabilidade igual a $1 - 0{,}9^8 - {}^{8}C_7 \times 0{,}9^7 \times 0{,}1$

(A) O *Zé Mão Quente* concretiza pelo menos seis lances livres.

(B) O *Zé Mão Quente* concretiza pelo menos sete lances livres.

(C) O *Zé Mão Quente* concretiza no máximo seis lances livres.

(D) O *Zé Mão Quente* concretiza no máximo sete lances livres.

(Intermédio 1)

192. Na figura 2 está representado um prisma pentagonal regular. Quatro dos vértices desse prisma estão designados pelas letras A, B, E e O.

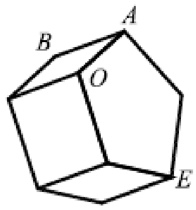


Figura 2

a) Pretende-se designar os restantes seis vértices do prisma, utilizando letras do alfabeto português (23 letras). De quantas maneiras diferentes podemos designar esses seis vértices, de tal modo que os cinco vértices de uma das bases sejam designados pelas cinco vogais?
Nota: não se pode utilizar a mesma letra para designar vértices diferentes.

b) Ao escolhermos três vértices do prisma, pode acontecer que eles pertençam todos a uma mesma face. Por exemplo, os vértices A, B e O pertencem todos a uma mesma face, o mesmo acontecendo com os vértices A, E e O. Escolhem-se aleatoriamente três dos dez vértices do prisma. Qual é a probabilidade de esses três vértices pertencerem todos a uma mesma face? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

c) Escolhe-se aleatoriamente um vértice em cada base do prisma. Qual é a probabilidade de o segmento de recta definido por esses dois vértices ser diagonal de uma face? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

193. Lança-se um dado não equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Seja X a variável aleatória «*número saído no lançamento efectuado*». Admita que, para certos números reais a e b, a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X é

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	0,2	a	0,2	b	0,1	0,15

a) Determine a e b, sabendo que o valor médio da variável aleatória X é 3,4.

b) Em relação ao lançamento deste dado não equilibrado, sejam C e D os acontecimentos:
C : «Sair um número ímpar»
D : «Sair um número maior do que 4»
Averigúe se os acontecimentos C e D são independentes.

(Intermédio 1)

194.a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) > 0$. Prove que

$$P(A) \times [P(B \mid A) - 1] + P(\overline{A} \cup \overline{B}) = P(\overline{A})$$

b) Num encontro desportivo, participam atletas de vários países, entre os quais Portugal. Metade dos atletas portugueses que participam no encontro são do sexo feminino. Escolhido ao acaso um atleta participante no encontro, a probabilidade de ele ser estrangeiro ou do sexo masculino é 90%. Participam no encontro duzentos atletas. Quantos são os atletas portugueses?
Nota: se desejar, pode utilizar a igualdade do item a) na resolução deste problema; nesse caso, comece por explicitar os acontecimentos A e B, no contexto do problema.

(Intermédio 1)

195. Um saco contém bolas azuis e bolas verdes, indistinguíveis ao tacto. Redija, no contexto desta situação, o enunciado de um problema de cálculo de probabilidade, inventado por si, que admita como resposta correcta

$$\frac{{}^{7}C_4 \times 3 + {}^{7}C_5}{{}^{10}C_5}$$

No enunciado que apresentar, deve explicitar claramente:
- o número total de bolas existentes no saco;
- o número de bolas de cada cor existentes no saco;
- a experiência aleatória;
- o acontecimento cuja probabilidade pretende que seja calculada (e cujo valor terá de ser dado pela expressão apresentada).

(Intermédio 1)

197. Uma caixa tem seis bolas: três bolas com o número 0 (zero), duas bolas com o número 1 (um) e uma bola com o número 2 (dois). Tiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa e observam-se os respectivos números.

a) Sejam A e B os acontecimentos:
A : «os números saídos são iguais»
B: «a soma dos números saídos é igual a 1»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A \mid B)$? Justifique a sua resposta.

b) Seja X a variável aleatória «produto dos números saídos».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X. Apresente cada uma das probabilidades na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 2)

198. Uma professora de Matemática propôs o seguinte problema aos seus alunos: *Uma turma tem 25 alunos, dos quais 15 são rapazes e 10 são raparigas. Pretende-se formar uma comissão com dois alunos do mesmo sexo. Quantas comissões diferentes se podem formar?*
Apresentam-se, em seguida, as respostas da Rita e do André a este problema.
Resposta da Rita: ${}^{15}C_2 \times {}^{10}C_2$
Resposta do André: ${}^{25}C_2 - 15 \times 10$
Apenas uma das respostas está correcta. Elabore uma composição na qual:
- identifique a resposta correcta;
- explique o raciocínio que conduz à resposta correcta;
- proponha uma alteração na expressão da resposta incorrecta, de modo a torná-la correcta;
- explique, no contexto do problema, a razão da alteração.

(Intermédio 2)

199. Quantos números naturais de três algarismos diferentes se podem escrever, não utilizando o algarismo 2 nem o algarismo 5 ?
(A) 256 (B) 278 (C) 286 (D) 294

(Intermédio 3)

200. Um teste é constituído por oito perguntas de escolha múltipla. A sequência das oito respostas correctas às oito perguntas desse teste é AABDADAA. O Pedro, que não se preparou para o teste, respondeu ao acaso às oito perguntas. Qual é a probabilidade de o Pedro ter respondido correctamente a todas as perguntas, sabendo que escolheu cinco opções A, uma opção B e duas opções D?

(A) $\frac{1}{56}$ (B) $\frac{1}{112}$ (C) $\frac{1}{168}$ (D) $\frac{1}{224}$

(Intermédio 3)

202. Num grupo de dez trabalhadores de uma fábrica, vão ser escolhidos três, ao acaso, para frequentarem uma acção de formação. Nesse grupo de dez trabalhadores, há três amigos, o João, o António e o Manuel, que gostariam de frequentar essa acção. Qual é a probabilidade de serem escolhidos, exactamente, os três amigos?

(A) $\frac{1}{^{10}A_3}$ (B) $\frac{3}{^{10}A_3}$ (C) $\frac{1}{^{10}C_3}$ (D) $\frac{3}{^{10}C_3}$

(1ª fase)

203. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	2a	a

Qual das igualdades seguintes é verdadeira, considerando os valores da tabela?

(A) P(X = 0) = P(X > 1)
(B) P(X = 0) = P(X = 2)
(C) P(X = 0) = P(X = 3)
(D) P(X < 2) = P(X = 3)

(1ª fase)

204. Dos alunos de uma escola, sabe-se que:
• a quinta parte dos alunos tem computador portátil;
• metade dos alunos não sabe o nome do director;
• a terça parte dos alunos que não sabe o nome do director tem computador portátil.

a) Determine a probabilidade de um aluno dessa escola, escolhido ao acaso, não ter computador portátil e saber o nome do director. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) Admita que essa escola tem 150 alunos. Pretende-se formar uma comissão de seis alunos para organizar a viagem de finalistas. Determine de quantas maneiras diferentes se pode formar uma comissão com, exactamente, quatro dos alunos que têm computador portátil.

(1ª fase)

207. Considere todos os números de cinco algarismos que se podem formar com os algarismos 5, 6, 7, 8 e 9. De entre estes números, quantos têm, exactamente, três algarismos 5 ?

(A) $^5C_3 \times {}^4A_2$ (B) $^5C_3 \times 4^2$ (C) $^5A_3 \times 4^2$ (D) $^5A_3 \times {}^4C_2$

(2ª fase)

208. Na sequência seguinte, reproduzem-se os três primeiros elementos e os três últimos elementos de uma linha do Triângulo de Pascal: 1 15 105 ... 105 15 1

São escolhidos, ao acaso, dois elementos dessa linha. Qual é a probabilidade de a soma desses dois elementos ser igual a 105?

(A) 1 (B) $\frac{1}{60}$ (C) $\frac{1}{120}$ (D) 0

(2ª fase)

209. A Figura 4 e a Figura 5 representam, respectivamente, as planificações de dois dados cúbicos equilibrados, A e B .

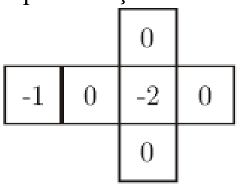


Figura 4

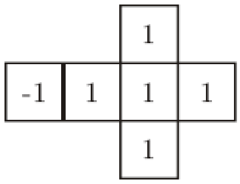


Figura 5

Lançam-se, simultaneamente, os dois dados.

a) Seja X a variável aleatória «soma dos números saídos nas faces voltadas para cima, em cada um dos dados». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fracção.

b) Considere que o número da face voltada para cima no dado A (Figura 4) é a abcissa de um ponto Q do referencial o.n. xOy, e que o número da face voltada para cima no dado B (Figura 5) é a ordenada desse ponto Q. Considere agora os acontecimentos:

J : «o número saído no dado A é negativo»;
L: «o ponto Q pertence ao terceiro quadrante».

Indique o valor de P(L | J), sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Apresente o resultado na forma de fracção. Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(L | J) no contexto da situação descrita.

(2ª fase)

E19 Numa prateleira de uma perfumaria existe um conjunto de dez perfumes diferentes, sendo três de homem e sete de senhora. A gerente pretende escolher, ao acaso, seis desses dez perfumes para colocar na montra. Seja X a variável aleatória «número de perfumes de homem que se colocam na montra». Qual é a distribuição de probabilidades da variável aleatória X ?

(A)

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{7}{^{10}C_6}$	$\frac{63}{^{10}C_6}$	$\frac{105}{^{10}C_6}$	$\frac{35}{^{10}C_6}$

(B)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{35}{^{10}C_6}$	$\frac{105}{^{10}C_6}$	$\frac{70}{^{10}C_6}$

(C)

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{70}{^{10}C_6}$	$\frac{105}{^{10}C_6}$	$\frac{35}{^{10}C_6}$

(D)

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{35}{^{10}C_6}$	$\frac{105}{^{10}C_6}$	$\frac{63}{^{10}C_6}$	$\frac{7}{^{10}C_6}$

(especial)

E20 Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A Maria e o Manuel são alunos dessa turma. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.

a) Determine quantos grupos diferentes se podem formar, sabendo que em cada grupo tem de estar, pelo menos, um aluno de cada sexo.

b) Considere os acontecimentos:

A: «a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do jogo»;

B: «dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes e três são raparigas».

Uma resposta correcta para a probabilidade condicionada

P(B |A) é $\frac{16 \times {}^{9}C_{2}}{{}^{25}C_{3}}$

Numa composição, explique porquê. A sua composição deve incluir:

• a interpretação do significado de P(B |A), no contexto da situação descrita;
• uma referência à regra de Laplace;
• uma explicação do número de casos possíveis;
• uma explicação do número de casos favoráveis.

(especial)

E21 A Ana e a Joana são amigas e vão acampar nas férias do Carnaval. A mãe da Ana e a mãe da Joana pediram às filhas que, quando chegassem ao acampamento, lhes telefonassem, pedido que é hábito fazerem sempre que as jovens se ausentam de casa por períodos de tempo alargados. Admita-se que o facto de uma delas telefonar é independente de a outra também o fazer. Sabe-se pela experiência que elas nem sempre satisfazem o pedido das mães. Considere os acontecimentos:

A: «a Ana telefona à mãe»;

B: «a Joana telefona à mãe».

Determine a probabilidade de, pelo menos, uma das amigas telefonar à sua mãe, sabendo que P(A) = 70% , que P(B) = 80% e que A e B são acontecimentos independentes. Apresente o resultado em percentagem.

(especial)

(*Testes intermédios e exames 2010/2011*)

213. A Filipa pratica atletismo. O tempo X, em segundos, que a Filipa demora a correr os 400 metros é uma variável aleatória bem modelada por uma distribuição normal de valor médio 80. Sabe-se que P(76 <X< 80)= 0,4. Para um certo valor de *a* , tem-se P(X >*a*)= 0,1. Qual é o valor de *a*?

(A) 78 (B) 82 (C) 84 (D) 88

(Intermédio 1)

214. Um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, é lançado quinze vezes. Indique qual dos acontecimentos seguintes tem probabilidade igual a

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{15} - {}^{15}C_{1} \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^{14}$$

(A) A face 4 sai pelo menos uma vez.
(B) A face 4 sai pelo menos duas vezes.
(C) A face 4 sai no máximo uma vez.
(D) A face 4 sai no máximo duas vezes.

(Intermédio 1)

215. A Ana dispõe de sete cartas todas diferentes: quatro cartas do naipe de espadas e três cartas do naipe de copas.

a) A Ana vai dispor essas sete cartas sobre uma mesa, lado a lado, da esquerda para a direita, de modo a formar uma sequência com as sete cartas. A Ana pretende que a primeira e a última cartas da sequência sejam ambas do naipe de espadas. Quantas sequências diferentes, nestas condições, pode a Ana fazer?

b) Admita que a Ana baralha essas sete cartas e, em seguida, tira três, ao acaso. Qual é a probabilidade de, nessas três cartas, haver pelo menos uma carta de copas? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

c) As cartas de que a Ana dispõe são:

• o ás, o rei, a dama e o valete do naipe de espadas;
• o rei, a dama e o valete do naipe de copas.

Depois de introduzir as sete cartas num saco, a Ana retira uma carta ao acaso. Sejam A e B os acontecimentos:

A: «A carta retirada é do naipe de espadas»

B: «A carta retirada é um rei»

Averigúe se os acontecimentos A e B são independentes.

(Intermédio 1)

216. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos. Sabe-se que:

• P(B) = 0,3
• P(A|B)= 0,2
• P($\overline{A} \mid \overline{B}$)= 0,4

Determine P(B|A). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Intermédio 1)

217. Uma caixa contém quatro bolas brancas e quatro bolas pretas. Considere a experiência seguinte. *Tira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Se a bola for branca, repõe-se na caixa; se a bola for preta, deixa−se ficar fora da caixa. Em seguida, tira-se, também ao acaso, uma segunda bola da caixa, e procede-se do mesmo modo: se a bola for branca, repõe-se na caixa; se a bola for preta, deixa-se ficar fora da caixa.*

Seja X o número de bolas que, no final da experiência, estão fora da caixa. Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X Apresente as probabilidades na forma de fracção.

(Intermédio 1)

220. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos, ambos com probabilidade diferente de zero. Prove que

$$P(A \cup B) < P(A \mid B) \times P(\overline{B}) \Leftrightarrow P(A) + P(B) < P(A \mid B)$$

(Intermédio 2)

221. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$) independentes, com $P(A) \neq 0$. Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) $P(A)+P(B) = 1$ (B) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

(C) $P(A)\neq P(B)$ (D) $P(B|A)=P(B)$

(1ª fase)

222. O código de um auto-rádio é constituído por uma sequência de quatro algarismos. Por exemplo, 0137. Quantos desses códigos têm dois e só dois algarismos iguais a 7 ?

(A) 486 (B) 810 (C) 432 (D) 600

(1ª fase)

223. Uma companhia aérea vende bilhetes a baixo custo exclusivamente para viagens cujos destinos sejam Berlim ou Paris.

a) Nove jovens decidem ir a Berlim e escolhem essa companhia aérea. Cada jovem paga o bilhete com cartão multibanco, ou não, independentemente da forma de pagamento utilizada pelos outros jovens. Considere que a probabilidade de um jovem utilizar cartão multibanco, para pagar o seu bilhete, é igual a 0,6. Determine a probabilidade de exactamente 6 desses jovens utilizarem cartão multibanco para pagarem o seu bilhete. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

b) A companhia aérea constatou que, quando o destino é Berlim, 5% dos seus passageiros perdem o voo e que, quando o destino é Paris, 92% dos passageiros seguem viagem. Sabe-se que 30% dos bilhetes a baixo custo que a companhia aérea vende têm por destino Berlim. Determine a probabilidade de um passageiro, que comprou um bilhete a baixo custo nessa companhia aérea, perder o voo. Apresente o resultado na forma de dízima.

(1ª fase)

224. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$) , com $P(A) \neq 0$. Mostre que

$$P(B \mid A) \geq 1 - \frac{1-P(B)}{P(A)}$$

(1ª fase)

226. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

x_i	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$2a$	a	b	b	b	$\frac{1}{10}$

Sabe-se que:

• a e b são números reais

• $P(X \leq 1) = 3P(X = 5)$

Qual é o valor de b ?

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{4}{15}$ (C) $\frac{7}{30}$ (D) $\frac{1}{5}$

(2ª fase)

227. Seja a um número real positivo e seja X uma variável aleatória com distribuição Normal N(0, 1). Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

(A) $P(X\leq a)+P(X\geq -a)= 0$ (B) $P(X\leq a)=P(X\geq -a)$

(C) $P(X\leq a)+P(X\geq -a)= 1$ (D) $P(X\leq a)=P(X>a)$

(2ª fase)

228. A MatFinance é uma empresa de consultoria financeira.

a)Dos funcionários da MatFinance, sabe-se que:

• 60% são licenciados;

• dos que são licenciados, 80% têm idade inferior a 40 anos;

• dos que não são licenciados, 10% têm idade inferior a 40 anos.

Determine a probabilidade de um desses funcionários, escolhido ao acaso, ser licenciado, sabendo que tem idade não inferior a 40 anos. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) Considere o problema seguinte. «*Foi pedido a 15 funcionários da MatFinance que se pronunciassem sobre um novo horário de trabalho. Desses 15 funcionários, 9 estão a favor do novo horário, 4 estão contra, e os restantes estão indecisos. Escolhe-se, ao acaso, 3 funcionários de entre os 15 funcionários considerados. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os 3 funcionários, de forma que pelo menos 2 dos funcionários escolhidos estejam a favor do novo horário de trabalho?*»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas.

Resposta I: ${}^{15}C_3 - {}^{6}C_3$ Resposta II: $6 \times {}^{9}C_2 + {}^{9}C_3$

Apenas uma das respostas está correcta. Elabore uma composição na qual:

• identifique a resposta correcta;

• explique um raciocínio que conduza à resposta correcta;

• proponha uma alteração na expressão correspondente à resposta incorrecta, de modo a torná-la correcta;

• explique, no contexto do problema, a razão da alteração proposta.

(2ª fase)

E24 O terceiro elemento de uma linha do triângulo de Pascal é 61 075. A soma dos três primeiros elementos dessa linha é 61 426. Qual é a soma dos três últimos elementos da linha seguinte?

(A) 61 425 (B) 61 426 (C) 61 777 (D) 122 501

(1ª fase especial)

E25 Na Figura 3, está representado um tetraedro com as faces numeradas de 1 a 4.

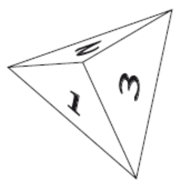


Figura 3

a) O João tem um catálogo de tintas com 12 cores diferentes, uma das quais é a sua preferida.

O João selecciona, ao acaso, 4 cores diferentes para pintar as quatro faces do tetraedro. Cada uma das faces é pintada com uma única cor. Determine a probabilidade de o tetraedro ter uma das faces pintadas com a cor preferida do João. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) Considere a experiência aleatória que consiste em lançar 3 vezes o tetraedro representado na Figura 3 e registar, em cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo. Seja X a variável aleatória «número de vezes que, nesses três lançamentos do tetraedro, se regista o número 1». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fracção.

c) Considere, agora, a experiência aleatória que consiste em lançar 4 vezes o tetraedro representado na Figura 3 e registar, em cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo. Sejam I e J os acontecimentos seguintes.

I : «o número registado nos três primeiros lançamentos do tetraedro é o número 2»;
J : «a soma dos números registados nos quatro lançamentos do tetraedro é menor do que 10».
Indique o valor de P(J|I) sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(J|I) no contexto da situação descrita.

(1ª fase especial)

$\boxed{\text{E26}}$ Num determinado clube desportivo praticam-se apenas dois desportos, futebol e andebol. Dos jovens inscritos nesse clube, 28 jogam apenas futebol, 12 jogam apenas andebol e 12 jogam futebol e andebol. Escolhe-se, ao acaso, um dos jovens inscritos. Qual é a probabilidade de o jovem escolhido jogar andebol sabendo que joga futebol?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{7}{10}$ (D) $\frac{3}{7}$

(especial normal)

$\boxed{\text{E29}}$ Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$, com $P(B) \neq 0$. Mostre que

$$P(\overline{A \cap B} \mid B) = P(\overline{A} \mid B)$$

(especial normal)

$\boxed{\text{E30}}$ Considere as 13 cartas do naipe de copas: ás, três figuras (rei, dama e valete) e mais nove cartas (do 2 ao 10).

a) As cartas vão ser dispostas, ao acaso, sobre uma mesa, lado a lado, de modo a formarem uma sequência de 13 cartas. Determine o número de sequências diferentes que é possível construir, de modo que as três figuras fiquem juntas.

b) Determine a probabilidade de, ao retirar, ao acaso, 4 das 13 cartas do naipe de copas, obter pelo menos duas figuras. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(especial normal)

(*Testes intermédios e exames 2011/2012*)

230. O comprimento, em centímetros, das peças produzidas por uma máquina é uma variável aleatória X com distribuição normal, de valor médio 6. Sabe-se que P(X > 7) = 0,1. Escolhe-se ao acaso uma peça produzida por essa máquina e mede-se o seu comprimento. Considere os acontecimentos:
A: «o comprimento da peça escolhida é inferior a 7cm»
B: «o comprimento da peça escolhida é superior a 6cm»
Qual é o valor da probabilidade condicionada P(A|B)?

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{7}{9}$ (D) $\frac{8}{9}$

(Intermédio 1)

232. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos em todos os anos de escolaridade. Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Sejam A e B os acontecimentos:
A: «O aluno é do sexo feminino»
B: «O aluno está no 12.º ano»
Qual das expressões seguintes designa o acontecimento «o aluno é do sexo masculino e não está no 12.º ano»?

(A) $A \cap B$ (B) $\overline{A \cap B}$ (C) $A \cup B$ (D) $\overline{A \cup B}$

(Intermédio 2)

233. Uma caixa, que designaremos por caixa 1, tem uma bola branca e duas bolas pretas.

a) Considere a experiência que consiste em tirar, ao acaso, uma bola da caixa 1, observar a sua cor e voltar a colocar a bola na caixa. Efetua-se esta experiência cinco vezes. Qual é a probabilidade de sair bola preta pelo menos quatro vezes?

b) Outra caixa, que designaremos por caixa 2, tem três bolas brancas e quatro bolas pretas. Realiza-se a seguinte experiência: ao acaso, tiram-se duas bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2; em seguida, tiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2. Sejam A e B os acontecimentos:
A: «As bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»
B: «As bolas retiradas da caixa 2 são da mesma cor»

Determine o valor de $P(\overline{B} \mid A)$, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada. Numa pequena composição, justifique a sua resposta. A sua composição deve contemplar:
- o significado de $P(\overline{B} \mid A)$, no contexto da situação descrita;
- a explicação do conteúdo da caixa 2 após a realização do acontecimento A
- a explicação do número de casos possíveis;
- a explicação do número de casos favoráveis;
- a apresentação do valor da probabilidade pedida.

(Intermédio 2)

236. Numa caixa com 12 compartimentos, pretende-se arrumar 10 copos, com tamanho e forma iguais: sete brancos, um verde, um azul e um roxo. Em cada compartimento pode ser arrumado apenas um copo. De quantas maneiras diferentes se podem arrumar os 10 copos nessa caixa?

(A) ${}^{12}A_7 \times 3!$ (B) ${}^{12}A_7 \times {}^5C_3$ (C) ${}^{12}C_7 \times {}^5A_3$ (D) ${}^{12}C_7 \times {}^{12}A_3$

(1.ª fase)

237. Numa escola, realizou-se um estudo sobre os hábitos alimentares dos alunos. No âmbito desse estudo, analisou-se o peso de todos os alunos. Sabe-se que:
- 55% dos alunos são raparigas;
- 30% das raparigas têm excesso de peso;
- 40% dos rapazes não têm excesso de peso.

a) Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz, sabendo que tem excesso de peso. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que a escola onde o estudo foi realizado tem 200 alunos. Pretende-se escolher, ao acaso, três alunos para representarem a escola num concurso. Determine a probabilidade de serem escolhidos duas raparigas e um rapaz. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

(1.ª fase)

238. Num saco estão cinco bolas, indistinguíveis ao tato, cada uma delas numerada com um número diferente: –2, –1, 0, 1 e 2. Extraem-se, ao acaso e em simultâneo, quatro bolas do saco. Seja X a variável aleatória «produto dos números inscritos nas bolas extraídas». A tabela de distribuição de probabilidades da variável X é a seguinte.

x_i	0	4
$P(X=x_i)$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$

Elabore uma composição na qual:
• explique os valores da variável X
• justifique cada uma das probabilidades.

(1.ª fase)

240. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	b^3	a	$2a$

Sabe-se que:
• a e b são números reais;
• o valor médio da variável aleatória X é $\frac{35}{24}$

Qual é o valor de b?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{5}$

(2.ª fase)

241. Numa certa linha do triângulo de Pascal, o penúltimo elemento é 111. Escolhe-se, ao acaso, um elemento dessa linha. Qual é a probabilidade de esse elemento ser maior do que 10^5 ?

(A) $\frac{3}{56}$ (B) $\frac{53}{56}$ (C) $\frac{2}{37}$ (D) $\frac{35}{37}$

(2.ª fase)

242. A empresa AP comercializa pacotes de açúcar.

a) Seja Y a variável aleatória «massa, em gramas, de um pacote de açúcar comercializado pela empresa AP». A variável aleatória Y segue uma distribuição normal de valor médio 6,5 gramas e desvio padrão 0,4 gramas. Um pacote de açúcar encontra-se em condições de ser comercializado se a sua massa estiver compreendida entre 5,7 gramas e 7,3 gramas. Determine o valor aproximado da probabilidade de, em 10 desses pacotes de açúcar, exatamente oito estarem em condições de serem comercializados. Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

b) Considere o problema seguinte. «A empresa AP pretende aplicar, junto dos seus funcionários, um programa de reeducação alimentar. De entre os 500 funcionários da empresa AP vão ser selecionados 30 para formarem um grupo para frequentar esse programa. A Joana e a Margarida são irmãs e são funcionárias da empresa AP.
Quantos grupos diferentes podem ser formados de modo que, pelo menos, uma das duas irmãs, a Joana ou a Margarida, não seja escolhida para esse grupo?» Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

I) ${}^{500}C_{30} - {}^{498}C_{28}$ II) $2 \times {}^{498}C_{29} + {}^{498}C_{30}$

Numa composição, apresente o raciocínio que conduz a cada uma dessas respostas.

(2.ª fase)

243. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e ⊂Ω), com P(B) ≠ 0. Mostre que

$$P(\overline{A \cap B} \mid B) + P(A \mid B) = 1$$

(2.ª fase)

E32. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

x_i	–1	0	1
$P(X=x_i)$	$1-3a$	$2a$	a

Sabe-se que P(X = 0 ∨ X = 1) = 0,81. Qual é o valor médio de X ?

(A) 0,46 (B) 0,27 (C) 0,08 (D) 0

(especial)

E34 Considere uma empresa em que:
• 80% dos funcionários apostam no euromilhões;
• dos funcionários que apostam no euromilhões, 25% apostam no totoloto;
• 5% dos funcionários não apostam no euromilhões nem no totoloto.

a) Determine a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, um funcionário dessa empresa, ele apostar no totoloto.

b) Considere agora que essa empresa tem 50 funcionários. Escolhem-se, ao acaso, oito funcionários dessa empresa. Determine a probabilidade de, pelo menos, sete desses funcionários serem apostadores no euromilhões. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

(especial)

E35. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e ⊂Ω). Mostre que, se A e B são dois acontecimentos independentes, então

$$P(\overline{A} \cap B) + P(\overline{A}) \times (1 - P(B)) = P(\overline{A})$$

(especial)

(*Testes intermédios e exames 2012/2013*)

245. Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de valor médio μ e desvio padrão σ ($X \sim N(\mu,\sigma)$). Sabe-se que:

- $\mu = 5$
- $P(4,7 < X < 5) < 0,3$

Qual dos números seguintes pode ser o valor de σ?
(A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

(Intermédio 1)

246. Relativamente a uma turma de 12.º ano, sabe-se que:

- o número de rapazes é igual ao número de raparigas;
- ¾ dos alunos pretendem frequentar um curso da área de saúde e os restantes alunos pretendem frequentar um curso da área de engenharia;
- dos alunos que pretendem frequentar um curso da área de engenharia, dois em cada sete são raparigas.

a) Escolhe-se, ao acaso, uma rapariga da turma. Qual é a probabilidade de essa rapariga pretender frequentar um curso da área de saúde? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Escolhem-se, ao acaso, dois alunos da turma para estarem presentes nas comemorações do aniversário da escola. Sabe-se que a probabilidade de esses dois alunos serem rapazes é $\frac{13}{54}$. Seja n o número de rapazes da turma.

Determine o valor de n. Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação, sem utilizar a calculadora.

(Intermédio 1)

247. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

- $P(A) = 0,3$
- $P(\bar{B}) = 0,6$
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,4$

Averigue se os acontecimentos A e B são independentes.

(Intermédio 1)

248. Considere todos os números que se podem obter alterando a ordem dos algarismos do número 12 345. Quantos desses números são ímpares e maiores do que 40 000 ?
(A) 18 (B) 30 (C) 120 (D) 240

(Intermédio 2)

249. Um saco contém quatro bolas com o número 0, uma bola com o número 2 e duas bolas com o número 3.

a) Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas do saco. Seja X a variável aleatória «produto dos números das duas bolas retiradas». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X. Apresente cada uma das probabilidades na forma de fração irredutível.

b) Considere agora a experiência que consiste em retirar, ao acaso, uma a uma, sucessivamente e sem reposição, todas as bolas do saco. Sejam A e B os acontecimentos seguintes.
A: «Não saem bolas com o número 0 em extrações consecutivas»
B: «A segunda bola retirada tem o número 2»
Determine P(B|A), sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada. Numa pequena composição, justifique a sua resposta. A sua composição deve contemplar:

- o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita;
- a explicação da ordem de saída das bolas com o número 0
- a explicação do número de casos possíveis;
- a explicação do número de casos favoráveis;
- a apresentação do valor da probabilidade na forma de fração.

(Intermédio 2)

251. A tabela de distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X é a seguinte.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	a	$2a$	b	b

Sabe-se que:

- a e b são números reais;
- $P(X > 1) = P(X < 2)$

Qual é o valor médio da variável aleatória X ?
(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{17}{9}$ (D) $\frac{19}{12}$

(1.ª fase)

252. Considere uma variável aleatória X com distribuição normal de valor médio 11 e desvio padrão σ. Sabe-se que σ é um número natural e que $P(X > 23) \approx 0,02275$. Qual é o valor de σ ?
(A) 12 (B) 11 (C) 6 (D) 4

(1.ª fase)

253. Uma caixa contém apenas bolas brancas e bolas pretas, indistinguíveis ao tato. Todas as bolas estão numeradas com um único número natural. Sabe-se que:

- duas bolas em cada cinco são pretas;
- 20% das bolas pretas têm um número par;
- 40% das bolas brancas têm um número ímpar.

a) Retira-se, ao acaso, uma bola dessa caixa. Determine a probabilidade de essa bola ser preta, sabendo que tem um número par. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Admita agora que a caixa tem n bolas. Extraem-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa.
Determine n, sabendo que a probabilidade de ambas as bolas serem brancas é igual a $\frac{7}{20}$

(1.ª fase)

254. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(B) = \frac{1}{4}$
- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \frac{15}{16}$
- $P(A \mid \bar{B}) = \frac{7}{12}$

Determine P(A).

(1.ª fase)

255. Na Figura 1, está representado um tabuleiro quadrado dividido em dezasseis quadrados iguais, cujas linhas são A, B, C e D e cujas colunas são 1, 2, 3 e 4. O João tem doze discos, nove brancos e três pretos, só distinguíveis pela cor, que pretende colocar no tabuleiro, não mais do que um em cada quadrado. De quantas maneiras diferentes pode o João colocar os doze discos nos dezasseis quadrados do tabuleiro?

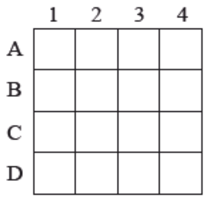


Figura 1

(A) ${}^{16}C_{12}$ (B) ${}^{16}C_9 \times {}^{7}C_3$ (C) ${}^{16}A_{12}$ (D) ${}^{16}A_9 \times {}^{7}A_3$

(2.ª fase)

256. Considere a linha do triângulo de Pascal em que o produto do segundo elemento pelo penúltimo elemento é 484. Qual é a probabilidade de escolher, ao acaso, um elemento dessa linha que seja superior a 1000 ?

(A) $\frac{15}{23}$ (B) $\frac{6}{11}$ 6 (C) $\frac{17}{23}$ (D) $\frac{8}{11}$

(2.ª fase)

257. Na Figura 3, está representado um dado cúbico, não equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 3, em que faces opostas têm o mesmo número. Lança-se o dado uma única vez e observa-se o número da face voltada para cima. Sejam A e B os acontecimentos seguintes.

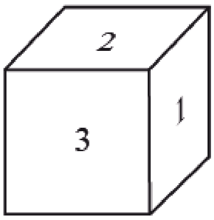


Figura 3

A: «sair número ímpar»
B: «sair número menor do que 3»
Sabe-se que:

- $P(\bar{A} \cup \bar{B}) - P(A \cap B) = \frac{5}{9}$
- $P(B \mid A) = \frac{2}{7}$

Determine a probabilidade de sair o número 3

(2.ª fase)

258. Numa conferência de imprensa, estiveram presentes 20 jornalistas.

a) Considere a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos 20 jornalistas presentes nessa conferência de imprensa. Seja X a variável aleatória «número de jornalistas do sexo feminino escolhidos». A tabela de distribuição de probabilidades da variável X é a seguinte.

x_i	0	1
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

Considere agora a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, dois dos 20 jornalistas presentes nessa conferência de imprensa. Seja Y a variável aleatória «número de jornalistas do sexo feminino escolhidos». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável Y. Apresente as probabilidades na forma de fração.

b) Considere o problema seguinte.

«*Admita que a conferência de imprensa se realiza numa sala, cujas cadeiras se encontram dispostas em cinco filas, cada uma com oito cadeiras. Todos os jornalistas se sentam, não mais do que um em cada cadeira, nas três primeiras filas. De quantas maneiras diferentes se podem sentar os 20 jornalistas, sabendo que as duas primeiras filas devem ficar totalmente ocupadas?*»

Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas.

Resposta I)) ${}^{20}C_{16} \times 16! \times {}^{8}A_4$

Resposta II) ${}^{20}A_8 \times {}^{12}A_8 \times {}^{8}A_4$

Numa composição, apresente os raciocínios que conduzem a cada uma dessas respostas.

(2.ª fase)

$\boxed{\text{E39}}$ Uma empresa produz apenas dois tipos de lâmpadas: lâmpadas fluorescentes e lâmpadas LED (Díodos Emissores de Luz). As lâmpadas de cada tipo podem ter a forma tubular ou ser compactas. Sabe-se que:

- 55% das lâmpadas produzidas nessa empresa são fluorescentes;
- das lâmpadas fluorescentes produzidas nessa empresa, 50% têm a forma tubular;
- das lâmpadas LED produzidas nessa empresa, 90% são compactas.

Determine a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, uma lâmpada produzida nessa empresa, ela ser fluorescente, sabendo que tem a forma tubular. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

(especial)

$\boxed{\text{E40}}$ Num saco estão doze bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 12.

a) O João retira três bolas do saco, ao acaso, de uma só vez. Seja X a variável aleatória «número de bolas retiradas com um número múltiplo de 5». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fração.

b) Considere agora o saco com a sua constituição inicial. O João retira, ao acaso, uma bola do saco, regista o número da bola retirada e repõe essa bola no saco. Em seguida, retira, ao acaso, uma segunda bola do saco, regista o número da bola retirada e repõe essa bola no saco, e assim sucessivamente, até registar uma série de 8 números. Considere a afirmação seguinte:

«*A probabilidade de o João registar exatamente 5 números que sejam múltiplos de 3 é dada por* $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times {}^{8}C_5$, *aplicando o modelo binomial.*»

Elabore uma composição na qual:

- apresente um raciocínio que justifique a veracidade da afirmação;
- refira as condições de aplicabilidade do modelo binomial.

(especial)

(*Testes intermédios e exames 2013/2014*)

260. A soma de todos os elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é igual a 256. Qual é o terceiro elemento dessa linha?
(A) 28 (B) 36 (C) 56 (D) 84

(Intermédio 1)

261. Do desenvolvimento de $(x^2 + 2)^6$ resulta um polinómio reduzido. Qual é o termo de grau 6 desse polinómio?
(A) $8x^6$ (B) $20x^6$ (C) $64\,x^6$ (D) $160\,x^6$

(Intermédio 1)

262. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$. Qual é o valor de $P(\bar{A} \cup (A \cap \bar{B}))$?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

(Intermédio 1)

263. Uma variável aleatória X tem distribuição normal. Sabe-se que $P(X > 40)$ é inferior a $P(X < 30)$. Qual dos números seguintes pode ser o valor médio da variável aleatória X ?
(A) 32 (B) 35 (C) 38 (D) 41

(Intermédio 1)

264. Numa caixa, estão cinco bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5.

a) De quantas maneiras diferentes se podem colocar, lado a lado, as cinco bolas, de modo que as bolas com os números 3 e 4 fiquem ao lado uma da outra?

b) Considere a experiência aleatória que consiste em retirar ao acaso e em simultâneo três bolas da caixa e observar os seus números. Sejam X e Y as variáveis aleatórias seguintes.
X : «número de bolas retiradas com número ímpar»
Y : «soma dos números das bolas retiradas»

b1) Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X. Apresente as probabilidades na forma de fração irredutível.

b2) Determine $P(Y < 10|\ X = 1)$, sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada. A sua resposta deve incluir:
- o significado de $P(Y < 10 \mid X = 1)$, no contexto da situação descrita;
- a apresentação dos casos possíveis que considerou;
- a apresentação dos casos favoráveis;
- o valor da probabilidade pedida.

(Intermédio 1)

267. Na Figura 1, está representado, num referencial o.n. Oxyz , um octaedro regular [ABCDEF], cujos vértices pertencem aos eixos coordenados.

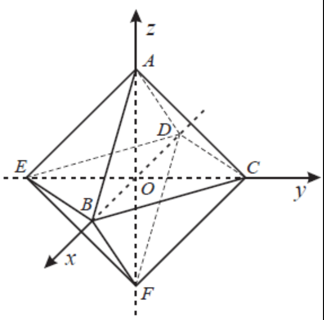


Figura 1

a) Escolhem-se ao acaso dois vértices distintos do octaedro. Qual é a probabilidade de a reta definida por esses dois vértices ser paralela à reta definida por $x = 1 \wedge y = 2$? Apresente o resultado na forma de fração.

b) Considere a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos vértices do octaedro. Sejam X e Y os acontecimentos seguintes.
X : «o vértice escolhido pertence ao plano definido por y= 0»
Y : «a soma das coordenadas do vértice escolhido é positiva»
Averigue se os acontecimentos X e Y são independentes. Justifique. Na sua justificação, deve indicar os vértices que pertencem a cada um dos acontecimentos X, Y e $X \cap Y$

c) Admita agora que a face [ABC] do octaedro está numerada com o número 1, como se observa na Figura 2. Pretende-se numerar as restantes faces do octaedro com os números de 2 a 8 (um número diferente em cada face). De quantas maneiras diferentes se podem numerar as restantes sete faces, de modo que, depois de o octaedro ter todas as faces numeradas, pelo menos três das faces concorrentes no vértice A fiquem numeradas com números ímpares?

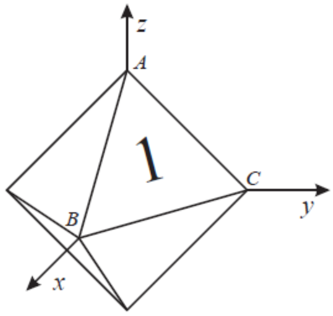


Figura 2

(Intermédio 1)

272. Na Figura 3, está representada uma planificação de um dado tetraédrico equilibrado, com as faces numeradas com os números −1, 1, 2 e 3. Considere a experiência aleatória que consiste em lançar esse dado duas vezes consecutivas e registar, após cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo. Sejam A e B os acontecimentos seguintes.

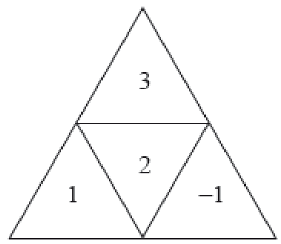


Figura 3

A: «o número registado no primeiro lançamento é negativo»
B: «o produto dos números registados nos dois lançamentos é positivo»
Elabore uma composição, na qual indique o valor de P(A|B), sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Na sua resposta, explique o significado de P(A|B) no contexto da situação descrita, explique o número de casos possíveis, explique o número de casos favoráveis e apresente o valor de P(A|B)

(1.ª fase)

274. Na Figura 1, está representado, num referencial o.n. Oxyz, um octaedro [ABCDEF], cujos vértices pertencem aos eixos coordenados. Escolhem-se, ao acaso, três vértices desse octaedro. Qual é a probabilidade de esses três vértices definirem um plano paralelo ao plano de equação $z = 5$?

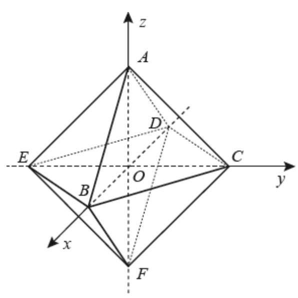


Figura 1

(A) $\frac{1}{^6C_3}$ (B) $\frac{4}{^6C_3}$ (C) $\frac{8}{^6C_3}$ (D) $\frac{12}{^6C_3}$

(2.ª fase)

275. Um dos termos do desenvolvimento de $\left(\frac{2}{x}+x\right)^{10}$, com $x\neq 0$, não depende da variável x. Qual é esse termo?
(A) 10 240 (B) 8064 (C) 1024 (D) 252

(2.ª fase)

276. Uma caixa tem seis bolas distinguíveis apenas pela cor: duas azuis e quatro pretas.
a) Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma a uma, sucessivamente e sem reposição, todas as bolas da caixa. À medida que são retiradas da caixa, as bolas são colocadas lado a lado, da esquerda para a direita. Determine a probabilidade de as duas bolas azuis ficarem uma ao lado da outra. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
b) Considere a caixa com a sua composição inicial. Considere agora a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa, simultaneamente e ao acaso, três bolas. Seja X a variável aleatória «número de bolas azuis que existem no conjunto das três bolas retiradas». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fração.

(2.ª fase)

E44 Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:
• A e $\overline{A}$ são acontecimentos equiprováveis;
• A e B são acontecimentos independentes.
Mostre que $2P(A\cup B) = 1 + P(B)$

(especial)

(*Exames Nacionais 2015*)

279. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:
• 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
• os restantes funcionários residem em Coimbra.
a) Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:
• o número de homens é igual ao número de mulheres;
• 30% dos homens residem fora de Coimbra.
Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa. Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
b) Considere agora que a empresa tem oitenta funcionários. Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa. A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a

$$\frac{^{80}C_3-{}^{32}C_3}{^{80}C_3}$$

Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada.
Na sua resposta:
• enuncie a regra de Laplace;
• explique o número de casos possíveis;
• explique o número de casos favoráveis.

(1.ª fase)

280. A tabela de distribuição de probabilidades de uma certa variável aleatória X é

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	a	$2a$	0,4

(a designa um número real)
Qual é o valor médio desta variável aleatória?
(A) 2,1 (B) 2,2 (C) 2,3 (D) 2,4

(2.ª fase)

283. Na Figura 3, está representado, num referencial o.n. Oxyz, o poliedro [NOPQRSTUV] que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.
Sabe-se que:
• o vértice P pertence ao eixo Ox
• o vértice N pertence ao eixo Oy
• o vértice T pertence ao eixo Oz
• o vértice R tem coordenadas (2, 2, 2)

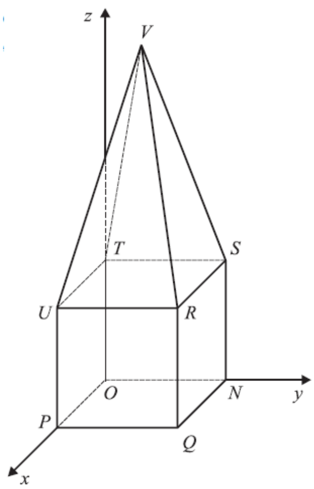


Figura 3

Dispõe-se de sete cores diferentes, das quais uma é branca e outra é azul, para colorir as nove faces do poliedro [NOPQRSTUV]. Cada face vai ser colorida com uma única cor. Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as nove faces do poliedro, podendo cada face ser colorida por qualquer uma das sete cores. Determine a probabilidade de, no final da experiência, o poliedro ficar com exatamente duas faces brancas, ambas triangulares, exatamente duas faces azuis, ambas quadradas, e as restantes faces coloridas com cores todas diferentes. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.

(2.ª fase)

E47 Um saco contém nove bolas numeradas de 1 a 9, indistinguíveis ao tato.
a) Retiram-se, sucessivamente e ao acaso, três bolas do saco. As bolas são retiradas com reposição, isto é, repõe-se a primeira bola antes de se retirar a segunda e repõe-se a segunda bola antes de se retirar a terceira.

Qual é a probabilidade de o produto dos números das três bolas retiradas ser igual a 2? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora a seguinte experiência aleatória: retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas do saco, adicionam-se os respetivos números e colocam-se novamente as bolas no saco. Considere que esta experiência é repetida dez vezes. Seja X o número de vezes em que a soma obtida é igual a 7. A variável aleatória X tem distribuição binomial, pelo que

$$P(X=n)={}^{10}C_n\left(\frac{1}{12}\right)^n\left(\frac{11}{12}\right)^{10-n}\quad \left(n\in\{0,1,\ldots,10\}\right)$$

Elabore uma composição em que explique:

• como se obtém o valor $\frac{1}{12}$ (probabilidade de sucesso);

• o significado de $\frac{11}{12}$, no contexto da situação descrita;

• o significado da expressão ${}^{10}C_n$, tendo em conta a sequência das dez repetições da experiência.

(especial)

(*Exames Nacionais 2016*)

285. Seja X uma variável aleatória com distribuição normal de valor médio 10. Sabe-se que P(7<X<10)=0,3. Qual é o valor de P(X>13)?

(A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

(1.ª fase)

286. Considere nove bolas, quatro numeradas com o número 1, quatro com o número 2 e uma com o número 4.

a) Colocam-se as nove bolas, que são indistinguíveis ao tato, num saco vazio. Em seguida, retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas desse saco. Seja X a variável aleatória: «produto dos números das duas bolas retiradas». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X. Apresente as probabilidades na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que se colocam as nove bolas lado a lado, de modo a formar um número com nove algarismos. Quantos números ímpares diferentes se podem obter?

(1.ª fase)

288. O Carlos joga basquetebol na equipa da sua escola. Admita que, em cada lance livre, a probabilidade de o Carlos encestar é 0,4. Num treino, o Carlos vai executar uma série de cinco lances livres. Qual é a probabilidade de o Carlos encestar exatamente quatro vezes?

(A) 0,01536 (B) 0,05184 (C) 0,0768 (D) 0,2592

(2.ª fase)

289. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9.

a) Considere duas caixas, U e V. Colocam-se as fichas numeradas de 1 a 5 na caixa U e as fichas numeradas de 6 a 9 na caixa V. Realiza-se a seguinte experiência.

Retira-se, ao acaso, uma ficha da caixa U e retira-se, também ao acaso, uma ficha da caixa V. Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A soma dos números das fichas retiradas é igual a 10»

B : «O produto dos números das fichas retiradas é ímpar»

Determine o valor de P(B|A), sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Na sua resposta:

– explique o significado de P(B|A) no contexto da situação descrita;

– indique os casos possíveis, apresentando cada um deles na forma (u,v), em que u designa o número da ficha retirada da caixa U e v designa o número da ficha retirada da caixa V

– indique os casos favoráveis;

– apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

b) Na Figura 2, está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro filas horizontais (A, B, C e D) e em quatro filas verticais (1, 2, 3 e 4). Pretende-se dispor as nove fichas (numeradas de 1 a 9) no tabuleiro, de modo que cada ficha ocupe uma única casa e que cada casa não seja ocupada por mais do que uma ficha. De quantas maneiras diferentes é possível dispor as nove fichas, de tal forma que as que têm número par ocupem uma única fila horizontal?

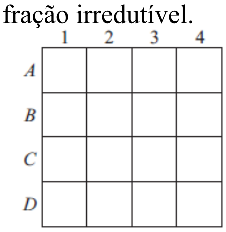


Figura 2

(2.ª fase)

E50 Um saco contém *n* bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n, sendo n um número par maior do que 3.

a) Retiram-se, em simultâneo e ao acaso, três bolas do saco. Escreva uma expressão, em função de *n*, que dê a probabilidade de, dessas três bolas, duas terem número par e uma ter número ímpar. Não simplifique a expressão que escrever.

b) Admita agora que *n* = 8. Ao acaso, extraem-se sucessivamente duas bolas do saco (primeiro uma e depois outra) e observa-se o número de cada uma delas. Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A primeira bola extraída tem número par.»

B : «A segunda bola extraída tem número par.»

Determine o valor de P(A∩B) no caso em que a extração é feita com reposição e no caso em que a extração é feita sem reposição. Justifique a sua resposta, tendo em conta que P(A∩B) = P(A) × P(B|A). Na sua resposta:

– interprete o significado de P(A∩B), no contexto da situação descrita;

– indique o valor de P(B|A), no caso de a extração ser feita com reposição;

– indique o valor de P(B|A), no caso de a extração ser feita sem reposição;

– apresente o valor de P(A∩B), em cada uma das situações (designe esse valor por *a* no caso de a extração ser feita com reposição e por *b* no caso de a extração ser feita sem reposição).

(especial)

Soluções: 1. D 2. 210; 6; 1/28 3. 60%; 25% 4. 2/9 5. 4,13x10^{-4} 6. B 7. 4845; 61/969 8. C 9. A
10. A 11. B 12. A 13. 1/5 14. A 15. C 16. 0,216% 17. D 18. B 19. 0,1(63)
20. 2/21 21. C 22. B 23. 75075; 0,114 24. B 25. 2916; 0,504 26. D 27. A 28. 3% 29. C 30. A
31. 1º 32. D 33. B 34. 120; 1/3 35. D 36. A 37. 70; 51% 38. C 39. C 40. 72; 2/9
41. A 42. C 43. 2/5 45. B 46. B 47. 3628800; 103680; 1/15 48.C 49. A 50. 0,134 51. A
52. A 53.16/17; 4% 54. C 55. D 56. 35%; 1/3; 1/15 57. C 58. A 59. 0,0000079
60. D 61.C 62. 1/9 63. C 64. B 65. 1656; 10350; 13/23. 66. D 67. B 68. 7/12; 64084800 69. B
70. D 71. 6%; 0,006 72. C 73. D 74. 0,336; 1/17 75. C 76. A 77. 604800; 2400 78. 6/7 79. A
80.C 81. 58%; 44% 83. D 84. A 85. 48; 480 87. C 88. A 89. 2/5, 8/15, 1/15; 1/7 90. C 91. D
92. 1/3; 11,6% 94. D 95. C 96. 9/22; 1/22 98. B 99. B 100. 72; 16; x_i: 0 e 1; p_i: 5/7 e 2/7 101. D 102. B
103. C 104. C 105. A 106. B 107. C 108. 180; 648 109. 0,42 110. x_i: 0, 1, 2 e p_i: 4/15, 8/15, 1/5; 8/15; 10
111. D 112. B 113. C 114. C 115. B 116. 60; 1/11 117. 11 118. A 119. D 120. 81/253; 2/9 121. 4
122. B 123. B 124. A 125. A 126. B 127. C 128. C 129. 1437004800; 0,34 130. x_i: 1, 2 e 3; 0,4, 0,5 e 0,1; 16/45; 7/10
131. 11/12 132. D 133. A 134. D 135. A 136. C 137. Sim 138. 0,68 139. A 140. C 141. 16/49
142. 8/15 143. C 144. A 145. A 146. D 147. –2, –1 e 1; 1/3, 1/6 e ½; μ =–1/3 148. 420; 2/5 150. B 151. 1/3
153. B 154. C 155. C 156. 0,24 158. D 159. D 160. C 161. 0,74 162. 2, 3 e 4; 1/7, 4/7 e 2/7; 3
163. C 164. A 165. B 166. A 167. A 168. 840; 62; 3/1001 169. x_i: 0,1,8 e P(X=x_i): 2/3, 1/6,1/6; não 17. 75%
171. 4 e 1 172. B 173. C 174. 1/2; 0,12 175. C 176. x_i: 1,2,3,4 e P(X=x_i): 0,2;0,1;0,3;0,4 177. A 178. D
179. B 180. 210 181. 10/19 182. D 183. C 184. C 186. ou 0 ou 1 ou 120 ou 12 ou 15840 187. B 188. C
189. A 190. B 191. C 192. 114240; 1/3; 2/5 193. 0,1 e 0,25; não 194. 40 196. B 197. 0; x_i: 0,1,2
e P(X=x_i): 4/5, 1/15,2/15 198. André 199. D 200. C 201. B 202. C 203. B 204. 7/15; 195671700
206. C 207. B 208. D 209. x_i: -3,-2, -1, 0, 1 e P(X=x_i): 1/36, 1/36, ¼, 5/36, 5/9; 1/6 211. D 212. B 213. C 214. B
215. 1440; 31/35; não 216. 1/8 217. ¼; 15/28; 3/14 218. D 219. B 221. D 222. A 223. 0,25; 0,071
225. B 226. D 227. B 228. ¼; II 229. C 230. B 231. 10!×12!×2; x_i: 0,1,2 e P(X=x_i): 15/92,35/69,91/276
232. D 233. 112/243; ½ 234. B 235. D 236. C 237. 18/29; 0,41 239. A 240. C 241. B 242. 0,064
243. B 244. D 246. 6/7; 14 247. Não 248. B 249. 1/3 250. B 251. D 252. C 253. 2/11; 25 254. ½
255. B 256. C 257. 5/9 258. 0,1,2; 14/95,48/95,33/95 259. B 260. A 261. D 262.D 263. A 264. 48; 1,2,3 e 3/10,3/5,1/10;
2/3 265. 0,4; 17/90 266. P(A|B)< P(A)< $P(\overline{B}\ |\ A)$ 267. 1/15; são; 1872 268. C 269. C 270. A 271. 16/21; 1,2,3,4 e
2/3,1/4,1/14,1/84 272. 1/10 273. C 274. B 275. B 276. 1/3; 0,1,2 e 1/5,3/5,1/5 277. C 278. C 279. 1/8 280. B
281.B
283. 0,0002 284. C 285. B 286. 1/6,4/9,5/18,1/9; 280 287. A 288. C 289. 1/2; 9123840

E1. C E2. A E3. 1/10; 1/3; 1701 E4. D E5. C E6. por exemplo, A:«sair 2 vezes o 4» e B:«saírem 2 n.ºs pares»; 1/12; 1/6 e ½
E7. C E8. C E9. B E10. 144 E12. C E13. C E14. B E16. 24; 13/5 E17. D E18. D E19. A E20. 74290
E21. 94 E22. D E23. A E24. C E25. 1/3; x_i[0,1,2,3] e P(X=x_i)[27/64;27/64;9/64;1/64]; ¾ E26. B E27. D E28. A
E30. 239 500 800; 29/143 E31. B E32. C E33. D E34. 0,35; 0,49 E36. C E37. A E38. B E39. 0,86
E41. D E42. C E43. 2/5; 0,91 E45. D E46. B E47. 1/243 E48. A E49. D E50. $\dfrac{{}^{\frac{n}{2}}C_2 \times \frac{n}{2}}{{}^{n}C_3}$; 1/2, 3/7, 1/4 e 3/14

O professor: RobertOliveira