Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Matemática - 12º ano

Probabilidades e Combinatória - Exercícios saídos em Exames (*1996-1999*)

1. Numa caixa estão 12 Bolas de Berlim de igual aspecto exterior. No entanto 5 não têm creme. Retirando da caixa 3 desses bolos ao acaso, a probabilidade de que apenas um deles tenha creme é:

[A] 7/12 [B] 7/66
[C] 35/264 [D] 7/22

(Prova Modelo 96)

2. Uma das provas de um campeonato de atletismo é a estafeta 4x100 metros planos em que cada equipa participa com 4 atletas. O clube "Pés Voadores" vai participar na prova, dispondo de 10 atletas para formar a equipa de estafeta.

a) Quantos conjuntos diferentes é possível construir para formar a equipa de estafeta deste clube?

b) Formada a equipa, é necessário estabelecer a ordem de participação dos atletas que a constituem. Por razões tácticas escolheu-se o João Rui para iniciar a prova, podendo os restantes atletas da equipa participar em qualquer posição. De quantas formas diferentes se pode organizar esta equipa?

c) Ao todo vão competir na prova 6 equipas de clubes diferentes. A colocação das equipas pelas 8 pistas é feita por sorteio. Qual é a probabilidade de que a equipa dos "Pés Voadores" corra na pista 1 não ficando nenhuma equipa na pista 2?

(Prova Modelo 96)

3. Dos ouvintes de uma estação radiofónica, 37% ouvem o programa X, 53% ouvem o programa Y e 15% ouvem ambos os programas. Ao escolher aleatoriamente um ouvinte desta estação, qual é a probabilidade de que:

a) Escute apenas um dos referidos programas?
b) Não escute nenhum destes 2 programas?

(Exame Nacional 96, 1ª chamada)

4. Pretende criar-se uma nova grelha de programação para o período que decorre entre as 7h e as 8h30m da manhã, dispondo-se para o efeito de 2 programas de 1 hora - um musical e o outro sobre desporto - e de 3 programas de 30 minutos - um de informação e 2 musicais. Escolhendo ao acaso uma das possíveis grelhas de programação, qual a probabilidade de que ela contenha apenas programas musicais?

Nota: A mudança de ordem de programas origina diferentes grelhas.

(Exame Nacional 96, 1ª chamada)

5. Um comerciante foi informado de que tem 4 embalagens premiadas entre as 20 que adquiriu de um certo produto, mas não sabe quais são. Dispondo as 20 embalagens em fila, na montra, por uma ordem qualquer, qual a probabilidade de que as embalagens premiadas fiquem todas juntas no início ou no fim da fila?

(Exame Nacional 96, 2ª chamada)

6. Os 4 primeiros números de certa linha do triângulo de Pascal são 1, 11, 55 e 165; então os 3 últimos números da linha seguinte são:

[A] 36, 24 e 12 [B] 66, 12 e 1
[C] 220, 66 e 12 [D] 24, 12 e 1

(Exame Nacional 96, 2ª fase)

7. Um quadro de palavras cruzadas, constituído por 5 linhas e 5 colunas, tem 9 quadrículas a cheio. Destas, sabe-se que 5 ocuparão os 4 cantos e o quadrado central, podendo as restantes ocupar qualquer outra posição.

a) Quantos quadros diferentes se podem obter satisfazendo as condições indicadas?

b) Qual a probabilidade de que, ao escolher ao acaso um dos quadros possíveis, este tenha pelo menos uma das diagonais com quadrículas a cheio?

(Exame Nacional 96, 2ª fase)

8. No bar de uma escola estão à venda 5 tipos de pastéis (laranja, feijão, nata, coco e amêndoa). Quatro amigos, João, Maria, Paulo e Rui decidem comer um pastel cada um. O João escolhe pastel de laranja ou de feijão. A Maria não escolhe pastel de nata. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidos os pastéis?

[A] ${}^5C_4$ [B] 5^2+4+2
[C] 5^2x4x2 [D] ${}^5A_4$

(Prova Modelo 97)

9. Num saco estão 4 bolas de igual tamanho, numeradas de 1 a 4. Tiram-se sucessivamente, sem reposição, as 4 bolas do saco. Qual a probabilidade de as bolas saírem por ordem crescente de numeração?

[A] 1/24 [B] 2/3 [C] 1/4 [D] 1/6

(Prova Modelo 97)

10. ${}^{1997}C_{100} + {}^{1997}C_{101}$ é igual a:

[A] ${}^{1998}C_{101}$ [B] ${}^{1996}C_{100}$
[C] ${}^{1997}C_{201}$ [D] ${}^{1998}C_{201}$

(Prova Modelo 97)

11. Considere todos os nºs pares com 5 algarismos. Quantos destes nºs têm 4 algarismos ímpares?

[A] $5 \text{ x } {}^5C_4$ [B] 5^5
[C] 5! [D] $5 \text{ x } {}^5A_4$

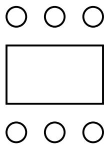
(Exame Nacional 97, 1ª chamada)

12. Lançam-se simultaneamente 2 dados equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6 e multiplicam-se os 2 nºs saídos. A probabilidade do acontecimento "o produto dos nºs saídos é 21" é:

[A] 0 [B] 1/36 [C] 1/18 [D] 21/36

(Exame Nacional 97, 1ª chamada)

13. Seis amigos entram numa pastelaria para tomar café e sentam-se ao acaso numa mesa rectangular com 3 lugares de cada lado, como esquematizado na figura junta. Determine a probabilidade de 2 desses amigos, a Joana e o Rui, ficarem sentados em frente um do outro.



(Exame Nacional 97, 1ª chamada)

14. Foram oferecidos 10 bilhetes para uma peça de teatro a uma turma com 12 rapazes e 8 raparigas. Ficou decidido que o grupo, que vai ao teatro, é formado por 5 rapazes e 5 raparigas. De quantas maneiras diferentes se pode formar este grupo?

[A] ${}^{12}C_5 \times {}^{8}C_5$ [B] ${}^{12}A_5 \times {}^{8}A_5$

[C] 12 x 8 x 5 [D] 12! x 8! / 5!

(Exame Nacional 97, 2ª chamada)

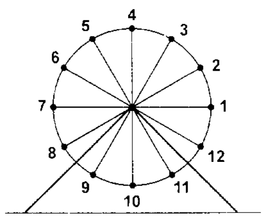
15. Uma empresa de cofres atribui ao acaso um código secreto a cada cofre que comercializa. Cada código secreto é formado por 4 algarismos, por uma certa ordem. Escolhendo-se um cofre ao acaso, qual a probabilidade de o código ter exactamente 3 zeros?

[A] 0,0004 [B] 0,0027

[C] 0,0036 [D] 0,004

(Exame Nacional 97, 2ª chamada)

16. Uma roda gigante de um parque de diversões tem 12 cadeiras, numeradas de 1 a 12, com um lugar cada uma (ver figura ao lado). Seis raparigas e seis rapazes vão andar na roda gigante e sorteiam entre si os lugares que vão ocupar. Qual é a probabilidade de rapazes e raparigas ficarem sentados alternadamente, isto é, cada rapaz entre 2 raparigas e cada rapariga entre 2 rapazes? Apresente o resultado na forma de percentagem.



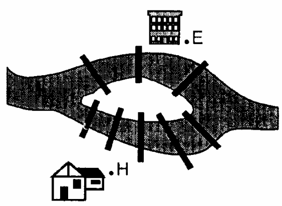
(Exame Nacional 97, 2ª chamada)

17. Abre-se, ao acaso, um livro, ficando à vista 2 páginas numeradas. A probabilidade de a soma dos nºs dessas 2 páginas ser ímpar é

[A] 0 [B] 1/3 [C] 1/2 [D] 1

(Exame Nacional 97, 2ª fase)

18. Na figura ao lado estão representados: o rio que atravessa certa localidade; uma ilha situada no leito desse rio; as 8 pontes que ligam a ilha às margens. H representa a habitação e E a escola de um jovem dessa localidade. Para efectuar o percurso <u>de ida</u> (*casa-ilha-escola*) <u>e volta</u> (*escola-ilha-casa*), o jovem pode seguir vários caminhos, que diferem uns dos outros pela sequência de pontes utilizadas. Indique quantos caminhos diferentes pode o jovem seguir, num percurso <u>de ida e volta, sem passar 2 vezes pela mesma ponte</u>.



[A] 5 x 3 + 4 x 2 [B] 5 x 4 x 3 x 2

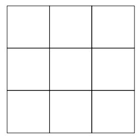
[C] 5 + 4 + 3 + 2 [D] $5^2 \times 3^2$

(Exame Nacional 97, 2ª fase)

19. Uma embalagem contém 12 pastilhas com igual aspecto exterior, sendo 3 de ananás, 3 de cereja, 3 de laranja e 3 de morango. Esvaziando a embalagem após a compra e retirando 4 pastilhas ao acaso, qual a probabilidade de retirar uma de cada sabor?

(Exame Nacional 97, 2ª fase)

20. Pretende-se colocar, sobre um tabuleiro situado à nossa frente, como o representado na figura, 9 peças de igual tamanho e feitio, das quais 4 são brancas e 5 são pretas. Cada casa do tabuleiro é ocupada por uma só peça.



a) Mostre que existem 126 maneiras diferentes de as peças ficarem colocadas no tabuleiro.

b) Supondo que as peças são colocadas ao acaso, determine a probabilidade de uma das diagonais ficar só com peças brancas.

(Prova Modelo 98)

21. O penúltimo nº de uma certa linha do Triângulo de Pascal é 10. Qual é o 3º nº dessa linha?

(A) 11 (B) 19 (C) 45 (D) 144

(Exame Nacional 98, 1ª chamada)

22. Um dado é lançado 5 vezes. Qual é a probabilidade de que a face *seis* apareça pelo menos uma vez?

(A) $1-\left(\frac{1}{6}\right)^5$ (B) $1-\left(\frac{5}{6}\right)^5$ (C) $C_1^5\left(\frac{1}{6}\right)^5$ (D) $C_1^5\left(\frac{5}{6}\right)^5$

(Exame Nacional 98, 1ª chamada)

23. Uma turma de uma escola secundária tem 27 alunos: 15 raparigas e 12 rapazes. O delegado de turma é um rapaz. Pretende-se constituir uma comissão para organizar um passeio. A comissão deve ser formada por 4 raparigas e 3 rapazes. Acordou-se que um dos 3 rapazes da comissão será necessariamente o delegado de turma.

a) Quantas comissões diferentes se podem constituir?

b) Admita que os 7 membros da comissão, depois de constituída, vão posar para uma fotografia, colocando-se uns ao lado dos outros. Supondo que eles se colocam ao acaso, qual é a probabilidade de as raparigas ficarem todas juntas? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

(Exame Nacional 98, 1ª chamada)

24. Lançou-se 3 vezes ao ar uma moeda equilibrada, tendo saído sempre a face *coroa*. Qual é a probabilidade de, num 4º lançamento, sair a face *cara*?

(A) 1/4 (B) 1/2 (C) 2/3 (D) 3/4

(Exame Nacional 98, 2ª chamada)

25. O código de um cartão multibanco é uma sequência de 4 algarismos como, por exemplo, 0559.

a) Quantos códigos diferentes existem com um e um só algarismo zero?

b) Imagine que um amigo seu vai adquirir um cartão multibanco. Admitindo que o código de qualquer cartão multibanco é atribuído ao acaso, qual é a probabilidade de o código desse cartão ter os 4 algarismos diferentes? Apresente o resultado na forma de dízima.

(Exame Nacional 98, 2ª chamada)

26. Colocaram-se numa urna 12 bolas indistinguíveis pelo tacto, numeradas de 1 a 12. Tirou-se uma bola da urna e verificou-se que o respectivo nº era par. Essa bola não foi reposta na urna. Tirando ao acaso outra bola da urna, a probabilidade do nº desta bola ser par é

(A) 1/2 (B) 1/4 (C) 5/12 (D) 5/11

(Exame Nacional 98, 2ª fase)

27. Num torneio de xadrez, cada jogador jogou uma partida com cada um dos outros jogadores. Supondo que participaram no torneio 10 jogadores, o nº de partidas disputadas foi

(A) $^{10}C_2$ (B) $^{10}A_2$ (C) 10! (D) 10×9

(Exame Nacional 98, 2ª fase)

28. Um fiscal do Ministério das Finanças vai inspeccionar a contabilidade de 7 empresas, das quais 3 são clubes de futebol profissional. A sequência segundo a qual as 7 inspecções vão ser feitas é aleatória. Qual é a probabilidade de que as 3 primeiras empresas inspeccionadas sejam exactamente os 3 clubes de futebol? Apresente resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

(Exame Nacional 98, 2ª fase)

29. Considere 2 linhas consecutivas do triângulo de Pascal, das quais se reproduzem alguns elementos:

... 36 a 126 ...

... 120 b ...

Indique o valor de b.

(A) 164 (B) 198 (C)210 (D) 234

(Prova Modelo 99)

30. Admita que tem à sua frente um tabuleiro de xadrez, no qual pretende colocar os 2 cavalos brancos, de tal modo que fiquem na mesma fila horizontal. De quantas maneiras diferentes pode colocar os 2 cavalos no tabuleiro, respeitando a condição indicada?

(A) $8\times{}^8C_2$ (B) $^{64}C_2$ (C) $^{64}C_2/8$ (D) $^8A_2$

(Prova Modelo 99)

31. Lança-se três vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. Indique, justificando, qual dos 2 acontecimentos seguintes é mais provável:

- nunca sair o nº 6;
- saírem números todos diferentes

(Prova Modelo 99)

32. Lança-se quatro vezes consecutivas um dado com as faces numeradas de 1 a 6. No primeiro lançamento sai face 1 e no segundo sai face 2. Qual é a probabilidade de os números saídos nos quatro lançamentos serem todos diferentes?

(A) $\frac{6\times5\times4\times3}{6^4}$ (B) $\frac{6\times5}{6^4}$ (C) $\frac{6\times5}{6^2}$ (D) $\frac{4\times3}{6^2}$

(Exame Nacional 99, 1ª chamada)

33. <u>a b c d e f g</u> representa uma linha completa do Triângulo de Pascal, onde todos os elementos estão substituídos por letras. Qual das seguintes igualdades é verdadeira?

(A) $c={}^6C_3$ (B) $c={}^6C_2$ (C) $c={}^7C_2$ (D) $c={}^7A_2$

(Exame Nacional 99, 1ª chamada)

34. A Joana tem na estante do seu quarto 3 livros de José Saramago, 4 de Sophia de Mello Breyner Andresen e 5 de Carl Sagan. Quando soube que ia passar as férias a casa da sua avó, decidiu escolher 6 desses livros, para ler durante este período de lazer. A Joana pretende levar 2 livros de José Saramago, um de Sophia de M. Andresen e 3 de Carl Sagan.

a) De quantas maneiras pode fazer a sua escolha?

b) Admita agora que a Joana **já seleccionou** os 6 livros que irá ler em casa da sua avó. Supondo aleatória a sequência pela qual estes 6 livros vão ser lidos, qual é a probabilidade de os 2 livros de J. Saramago serem lidos um a seguir ao outro? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Exame Nacional 99, 1ª chamada)

35. O João tem num bolso do casaco uma moeda de 50$00, 2 moedas de 100$00 e 3 moedas de 200$00. Retirando 2 moedas ao acaso, qual é a probabilidade de, com elas, perfazer a quantia exacta de 250$00?

(A) ½ (B) 1/3 (C) ¼ (D) 1/5

(Exame Nacional 99, 2ª chamada)

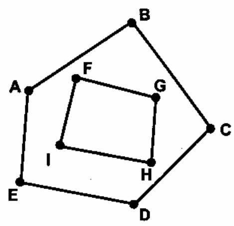
36. Uma nova gama de gelados oferece, em cada gelado, um de 3 bonecos: Rato Mickey, Peter Pan ou Astérix. Sete amigos vão comprar um gelado cada um. Supondo que os 3 bonecos têm igual probabilidade de sair, qual é a probabilidade de o Rato Mickey sair exactamente a 2 dos sete amigos?

(A) $^7C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^5$ (B) $\frac{^7C_2}{7!}$

(C) $^7C_2\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^2$ (D) $\frac{^7A_2}{7!}$

(Exame Nacional 99, 2ª chamada)

37. Na figura estão representados 2 polígonos: um pentágono [ABCDE]; um quadrilátero [FGHI]. Dos 9 vértices representados, não existem 3 colineares.



a) Determine quantos triângulos têm como vértices 3 dos 9 pontos, de tal modo que 2 vértices pertençam a um dos polígonos e o terceiro vértice pertença ao outro polígono.

b) A Sandra e o Jorge escolheram cada um, e em segredo, um dos 9 vértices representados. Qual é a probabilidade de os 2 vértices, assim escolhidos, pertencerem ambos ao mesmo polígono? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

(Exame Nacional 99, 2ª chamada)

38. De quantas maneiras se podem sentar 3 raparigas e 4 rapazes, num banco de 7 lugares, sabendo que em cada um dos extremos fica uma rapariga?

(A) 120 (B) 240 (C) 720 (D) 5040

(Exame Nacional 99, 2ª fase)

39. Acabou o tempo de um jogo de basquetebol, e uma das equipas está a perder por um ponto, mas tem ainda direito a 2 lances livres. O Manuel vai tentar encestar. Sabendo que este jogador concretiza, em média, 70% dos lances livres que efectua e que cada lance livre concretizado corresponde a um ponto, qual é a probabilidade de o jogo terminar empatado?

(A) 0,14 (B) 0,21 (C) 0,42 (D) 0,7

(Exame Nacional 99, 2ª fase)

40. Para representar Portugal num campeonato internacional de hóquei em patins foram seleccionados 10 jogadores: 2 guarda-redes, 4 defesas e 4 avançados.

a) Sabendo que o treinador da selecção nacional opta que Portugal jogue sempre com 1 guarda-redes, 2 defesas e 2 avançados, quantas equipas diferentes pode ele constituir?

b) Um patrocinador da selecção nacional oferece uma viagem a 5 dos 10 jogadores seleccionados, escolhidos ao acaso. Qual é a probabilidade de os 2 guarda-redes serem contemplados com essa viagem? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

(Exame Nacional 99, 2ª fase)