Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

Matemática - 12º ano

Cálculo Diferencial II - Exercícios saídos em Exames (*séc XX*)

1. Seja f a função real de variável real tal que $f(x)=2^{-x}/x$. Quanto ao limite quando $x \to -\infty$ de f(x) pode afirmar-se que:

   (A) É $+\infty$ (B) É $-\infty$

   (C) È 0 (zero) (D) Não existe

(Prova Modelo 96)

2. Seja k uma constante real. Para cada valor de k, a equação em x, $\ln x=k^2$:

   (A) Admite uma única solução

   (B) Admite duas soluções distintas

   (C) Não tem soluções se $k \leq 0$

   (D) Pode não ter solução

(Prova Modelo 96)

3. A recta r é normal ao gráfico de $g: x \to e^x$ no ponto A de abcissa ln2. Uma equação de r é:

   (A) $y=-2x+\ln 4+2$ (B) $y=-1/2\ x+2\ \ln\sqrt{2}$

   (C) $y=-1/2\ x+\ln(e^2\sqrt{2})$ (D) $y=2x+1/2\ \ln 2+e^2$

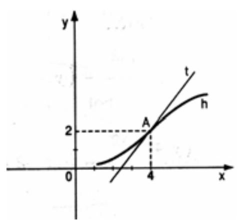
(Prova Modelo 96)

4. A recta t é tangente ao gráfico da função polinomial h no ponto A de abcissa 4. A 2ª derivada de h, no ponto 4:

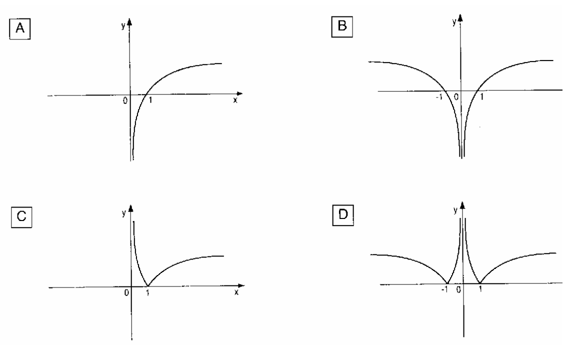
   (A) É 2 (B) É 1/2

   (C) Não existe (D) É 0.

(Exame Nacional 96-1ªchamada)



5. A representação gráfica da função $x \to \ln|x|$ é a seguinte:



(Exame Nacional 96-1ªchamada)

6. Sendo f a função definida por $f(x)=5^{x^2-x}$, o valor de x tal que $f'(x)=4f(x)$ é:

   (A) 2,5 (B) 2/ln5 + 0,5

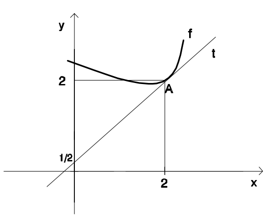
   (C) 2 ln5 + 0,5 (D) 2/ln5

(Exame Nacional 96-1ªchamada)

7. A recta t é tangente ao gráfico da função f no ponto A de abcissa 2. A derivada de f no ponto 2 é:

   (A) 1 (B) 2

   (C) 1/2 (D) 3/4



(Exame Nacional 96-2ªchamada)

8. Considere a função $g : x \to e^{1/\text{sen } x}$ definida no intervalo $]\pi,2\pi[$.

   a) No intervalo considerado, g tem:

      (A) Um máximo relativo igual a $3/2\ \pi$.

      (B) Um máximo relativo igual a 1/e.

      (C) Um mínimo relativo igual a 1/e.

      (D) Um mínimo relativo igual a -e.

   b) Quanto à existência de assimptotas ao gráfico de g, neste intervalo, pode afirmar-se que:

      (A) Admite duas: $x=\pi$ e $x=2\pi$

      (B) Admite uma: $x=\pi$

      (C) Admite uma: $x=2\pi$

      (D) Não admite nenhuma

(Exame Nacional 96-2ªchamada)

9. Para obter o povoamento de coelhos em certa região, libertaram-se nela alguns casais desta espécie. Sabe-se que os coelhos se reproduzem exponencialmente, segundo uma lei do tipo: $C(t)=k\ a^t$ (k,a>0) sendo C(t) o nº de coelhos existentes t meses após o início do povoamento.

   9.1) Suponha k=10 e a=1,2.

      a) Quantos coelhos foram libertados inicialmente naquela região?

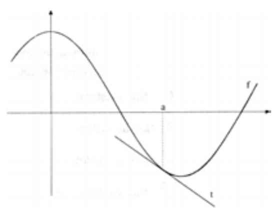
      b) Quando o nº de coelhos ultrapassar 1000, pode gerar-se desequilíbrio na cadeia alimentar. Ao fim de quantos meses ocorrerá tal possibilidade?

      c) Indique um valor aproximado, a menos de 0,01, da velocidade de crescimento do nº de coelhos 5 meses após o início do povoamento.

   9.2) Suponha agora que não eram conhecidas as constantes k e a, mas apenas os resultados de duas contagens: ao fim de um ano, após o início do povoamento, contaram-se 163 coelhos e, decorridos mais 6 meses, contaram-se 787 coelhos. Calcule, neste caso, os valores de k e de a com aproximação às centésimas.

(Exame Nacional 96-2ªchamada)

10. A recta t é tangente ao gráfico de f no ponto (a,f(a)). Sabendo que f admite 1ª e 2ª derivadas no ponto a, então podemos concluir que:



   (A) $f'(a) . f''(a)>0$

   (B) $f(a) . f''(a)>0$

   (C) $f'(a) . f''(a)<0$ (D) $f(a) . f'(a)<0$

(Exame Nacional 96-2ªfase)

11. Seja $h(x)=\pi^{-x}$. Então, quando $n \to +\infty$, lim $[h(1)+h(2)+h(3)+...+h(n)]$ é igual a:

   (A) $1/(\pi-1)$ (B) $1/(1+\pi)$

   (C) $+\infty$ (D) 0.

(Exame Nacional 96-2ªfase)

12. Numa empresa o lucro L, originado pela produção de n peças, é dado em milhares de contos por $L(n)=\log_{10}(100+n)+k$, com k constante real.

a) Sabendo que não havendo produção não há lucro, determine k e mostre que $L(n)=\log_{10}(1+0{,}01n)$.

b) Qual é o nº mínimo de peças que é necessário produzir para que o lucro seja superior a 1 milhar de contos?

c) Justifique que, apesar do lucro ir aumentando à medida que o nº de peças produzidas aumenta, essa variação vais sendo feita de forma mais lenta.

d) Calcule $\lim[n\,L(1/n)]$.

(Exame Nacional 96-2ªfase)

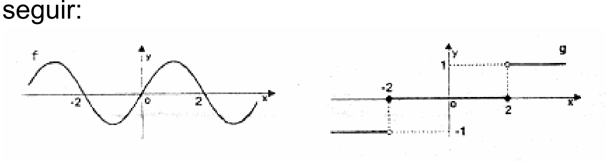
13.Considere a função $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $h(x)=e^{2x-1}$. O valor de $h'(1)$ é:

(A) 0 (B) 1

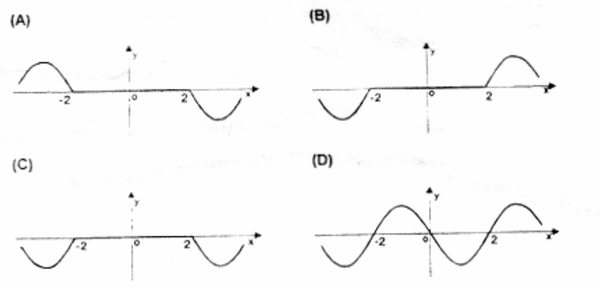
(C) e (D) 2e

(Prova Modelo 97)

14.Considere duas funções f e g de domínio R, cujas representações gráficas se indicam a seguir:

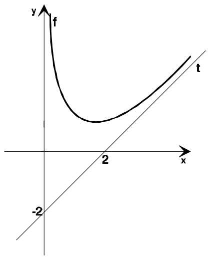


A representação gráfica de $f \times g$ é:



(Prova Modelo 97)

15. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função f, da qual a recta t é assimptota. O valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]$ é:



(A) $-\infty$ (B) 0

(C) $+\infty$ (D) 1

(Prova Modelo 97)

16.Uma nódoa circular de tinta é detectada sobre um tecido. O comprimento, em centímetros, do raio dessa nódoa, t segundos após ter sido detectada, é dado por $r(t)=\dfrac{1+4t}{2+t}$ $(t\geq 0)$.

a) Calcule r(0) e $\lim\limits_{t\to+\infty} r(t)$ e diga qual é o significado físico desses valores.

b) Esboce o gráfico de f, tendo já em conta que, no domínio indicado, a função r tem 1ª derivada positiva e 2ª derivada negativa.

c) Diga qual é o significado do limite $\lim\limits_{t\to 0^+}\dfrac{r(t)-r(0)}{t}$ e determine-o.

d) Calcule, com aproximação à décima de segundo, o instante t para o qual a área da nódoa é igual a 30 cm^2. (Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve no mínimo 2 casas decimais)

(Prova Modelo 97)

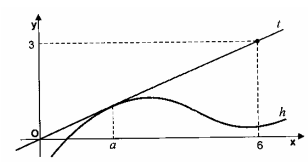
17.Seja g a função definida em R por $g(x)=x^5-x+1$. O Teorema de Bolzano permite-nos afirmar que a equação $g(x)=8$ tem pelo menos uma solução no intervalo

(A)]-1,0[(B)]0,1[

(C)]1,2[(D)]2,3[

(Exame Nacional 97-1ªchamada)

18.Na figura junta está a representação gráfica de uma função h e de uma recta t, tangente ao gráfico de h no ponto de abcissa a. A recta t passa pela origem do referencial e pelo ponto de coordenadas (6,3). O valor de $h'(a)$ é



(A) -1/2 (B) 1/6 (C) 1/3 (D) 1/2

(Exame Nacional 97-1ªchamada)

19. Na pastelaria acima referida (ver exc. comb. e prob. 13) a temperatura ambiente é constante. Admita que a temperatura, em graus centígrados, de um café servido nessa pastelaria t minutos após ter sido colocado na chávena, é dada por $f(t) = 20+50e^{-0{,}04t}$, $t\in[0,+\infty[$

a) Determine a temperatura do café no instante em que é colocado na chávena.

b) Estude a função f quanto à existência de assimptotas, à monotonia e ao sentido das concavidades. Esboce o gráfico de f.

c) Com o decorrer do tempo, a temperatura do café tende a igualar a temperatura ambiente. Indique, justificando, a temperatura ambiente.

d) Justifique a seguinte afirmação: *a taxa de variação média da função f, em qualquer intervalo do seu domínio, é negativa.*

e) Quanto tempo decorre entre o instante em que o café é colocado na chávena e o instante em que a sua temperatura atinge 65 graus centígrados? Apresente o resultado em minutos e segundos. (Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve no mínimo 3 casas decimais.)

(Exame Nacional 97-1ªchamada)

20. $\lim\limits_{x \to +\infty} (2x^5 e^{-x})$ é

(A) $-\infty$ (B) 0 (C) 2 (D) $+\infty$

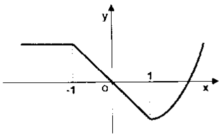
(Exame Nacional 97-2ªchamada)

21.Indique qual dos seguintes conjuntos de pontos, em referencial o.n. xOy, é <u>sempre</u> o gráfico de uma função real de variável real f : $x \to y$

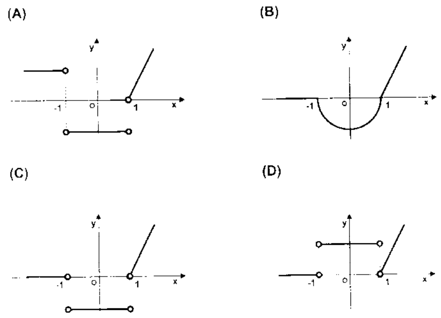
(A) Uma recta paralela ao eixo Oy
(B) Uma recta paralela ao eixo Ox
(C) Uma parábola
(D) Uma elipse

(Exame Nacional 97-2ªchamada)

22. Se a representação gráfica de uma função g é

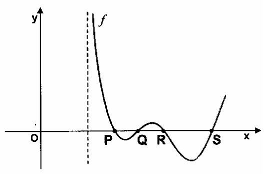


então a representação gráfica de g´pode ser



(Exame Nacional 97-2ªchamada)

23. Na figura ao lado pode observar-se parte da representação gráfica da função f definida por $f(x)=\cos(\pi x)\ \ln(x-1)$.



Os pontos P, Q, R e S são pontos de intersecção do gráfico da função f com o eixo das abcissas. A abcissa do ponto P é

(A) 1/2 (B) 1 (C) 3/2 (D) 2

(Exame Nacional 97-2ªchamada)

24. Indique quantos são os pontos comuns aos gráficos das funções f e g definidas por $f(x)=x^2$ e $g(x)=|x|$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

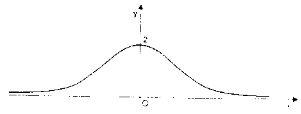
(Exame Nacional 97-2ªfase)

25. Sendo f a função definida por $f(x)=x^e$, a expressão analítica de f´é

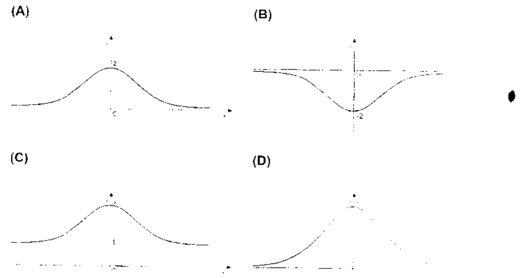
(A) x^e (B) x^{e-1} (C) ex^{e-1} (D) $x^e \ln x$

(Exame Nacional 97-2ªfase)

26. Na figura está uma representação gráfica de g‘, derivada de uma certa função g.



A função h é definida por $h(x)=g(x)+1$. Nestas condições, uma representação gráfica de h’, derivada de h, pode ser



(Exame Nacional 97-2ªfase)

27. A actividade R, de qualquer substância radioactiva, é dada, numa certa unidade de medida, pela expressão $R(t)=A \times e^{-Bt}$, em que A e B são constantes reais positivas e t é o tempo em horas, com $t \geq 0$.

a) Estude a função R quanto à monotonia e quanto à existência de assímptotas.

b) Designando por R´a derivada de R, mostre que R e R´ são directamente proporcionais.

c) Mostre que o tempo necessário para que a actividade R passe do seu valor inicial para metade é ln2/B.

d) Sabendo que o valor inicial da actividade de uma certa substância radioactiva é 28 unidades e que R(1)=26, determine os valores de A e B para essa substância.

(Exame Nacional 97-2ªfase)

28. Considere a função f definida por $f(x)=\ln(3x)$. Indique qual dos seguintes pontos pertence ao gráfico da função f:

(A) (e,e+ln3) (B) (e,e ln3)
(C) (e,ln3) (D) (e,1+ln3)

(Prova Modelo 98)

29.Numa certa localidade, o preço a pagar por mês pelo consumo de água é a soma das seguintes parcelas:

* 500 escudos pelo aluguer do contador;
* 200 escudos por cada metro cúbico de água consumido até 10 m^3;
* 400 escudos por cada metro cúbico de água consumido para além de 10 m^3.

Indique qual das funções seguintes traduz correctamente o preço a pagar, em escudos, em função do número *x* de metros cúbicos consumidos.

(A) $a(x)=\begin{cases}700 & \text{se } x\le 10\\ 500+400x & \text{se } x>10\end{cases}$

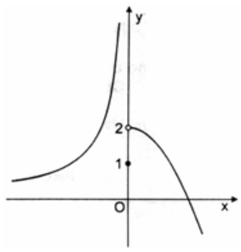
(B) $b(x)=\begin{cases}500+200x & \text{se } x\le 10\\ 500+400x & \text{se } x>10\end{cases}$

(C) $c(x)=\begin{cases}500+200x & \text{se } x\le 10\\ 2500+400x & \text{se } x>10\end{cases}$

(D) $d(x)=\begin{cases}500+200x & \text{se } x\le 10\\ 2500+400(x-10) & \text{se } x>10\end{cases}$

(Prova Modelo 98)

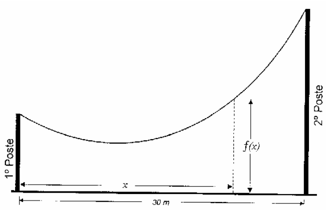
30.Na figura está parte da representação gráfica de uma função g de domínio R e contínua em R\{0}. Considere a sucessão de termo geral $u_n=1/n$. Indique o valor de $\lim\limits_{n\to+\infty} g(u_n)$.



(A) $+\infty$ (B) 0
(C) 1 (D) 2

(Prova Modelo 98)

31. Um fio encontra-se suspenso entre 2 postes. A distância entre ambos é de 30 metros.
Considere a função f definida por $f(x)=5(e^{1-0,1x}+e^{0,1x-1})$. Admita que f(x) é a distância ao solo, em metros, do ponto do fio situado x metros à direita do 1º poste.



a) Determine a diferença de altura dos 2 postes. Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às décimas.
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, 3 casas decimais.

b) Recorrendo ao estudo da derivada da função f, determine a distância ao 1º poste do ponto do fio mais próximo do solo.

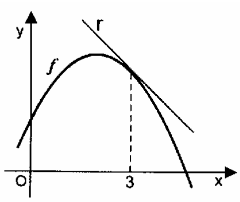
(Prova Modelo 98)

32. O valor de $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{2n}$ é

(A) 1 (B) $+\infty$ (C) $\sqrt{e}$ (D) e^2

(Exame Nacional 98-1ªchamada)

33. Na figura estão representadas: parte do gráfico de uma função diferenciável em $\mathbb{R}$; uma recta r tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 3. O valor de f'(3), derivada da função f no ponto 3, pode ser igual a



(A) -1 (B) 0 (C) 1/f(3) (D) 1

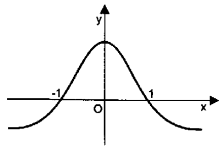
(Exame Nacional 98-1ªchamada)

34. De uma função g, de domínio $\mathbb{R}$, sabe-se que: g(0)=1; g é estritamente crescente em $[0,+\infty[$; g é par. Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira.

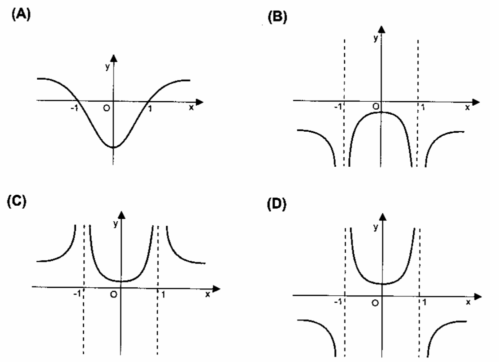
(A) O contradomínio de g é $[o,+\infty[$
(B) g é estritamente crescente em $\mathbb{R}$
(C) g é injectiva
(D) g não tem zeros

(Exame Nacional 98-1ªchamada)

35. Na figura abaixo está parte da representação gráfica de uma função s de domínio $\mathbb{R}$.



Indique qual das figuras seguintes pode ser parte da representação gráfica da função t definida por t(x)=1/s(x)



(Exame Nacional 98-1ªchamada)

36. Seja f a função definida em $\mathbb{R}$ por $f(x) = \log_2(8x^2) - \log_2 x$

a) Mostre que $f(x) = 3 + \log_2 x$, para qualquer $x \in \mathbb{R}^+$.

b) Determine a abcissa do ponto de intersecção do gráfico de f com a recta de equação y=8.

(Exame Nacional 98-1ªchamada)

37. Considere a função g definida por $g(x)=\frac{2x-5}{x-1}$. Indique qual é o valor de $\lim\limits_{x\to1^+} g(x)$

(A) 0 (B) 2 (C) $-\infty$ (D) $+\infty$

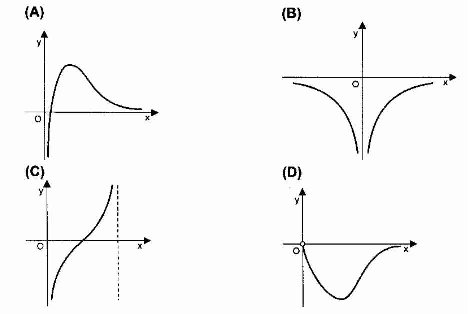
(Exame Nacional 98-2ªchamada)

38. Uma instituição bancária oferece uma taxa de juro de 8% ao ano para depósitos feitos numa certa modalidade. Um cliente desse banco fez um depósito de 100 contos, nessa modalidade. Qual é, em contos, o capital desse cliente, relativo a esse depósito, passados n anos?

(A) 100+0,8n (B) $100 \times 1{,}08n$
(C) $100 \times 1{,}8^n$ (D) $100 \times 1{,}08^n$

(Exame Nacional 98-2ªchamada)

39. De uma função h sabe-se que: o domínio de h é $\mathbb{R}^+$; $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=0$; $\lim\limits_{x\to0} h(x)=-\infty$. Indique qual dos gráficos seguintes poderá ser o gráfico de h.



(Exame Nacional 98-2ªchamada)

40. De uma certa função f: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ sabe-se $f(1) = 0$ e a sua derivada é definida por $f'(x) = \frac{1+\ln x}{x}$.

a) Escreva uma equação da recta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

b) Poderá concluir-se que f é sempre contínua para x=1? Justifique a sua resposta.

c) Mostre que $f''(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$ e estude f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

(Exame Nacional 98-2ªchamada)

41. Qual é o limite da sucessão de termo geral $u_n = 1 + e^{-n}$?

(A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 1

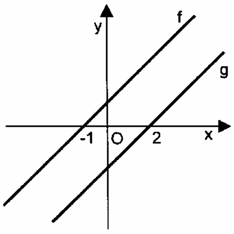
(Exame Nacional 98-2ªfase)

42. Um projéctil é lançado verticalmente de baixo para cima. Admita que a sua altitude h (em metros), t segundos após ter sido lançado, é dada pela expressão $h(t)=100t-5t^2$. Qual é a velocidade (em metros por segundo) do projéctil, dois segundos após o lançamento?

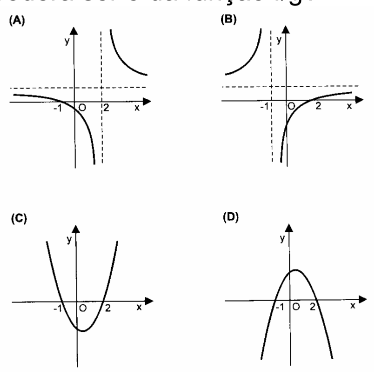
(A) 80 (B) 130 (C) 170 (D) 230

(Exame Nacional 98, 2ª fase)

43. Na figura estão representadas graficamente duas funções: f e g



Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da função f/g?



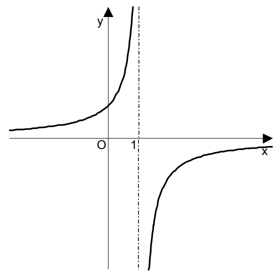
(Exame Nacional 98, 2ª fase)

44. A magnitude M de um sismo e a enegia total libertada por esse sismo estão relacionadas pela equação $\log_{10}E = 5{,}24 + 1{,}44M$ (a energia E é medida em Joule).

a) Um físico português estimou que o terramoto de Lisboa de 1755 teve magnitude 8,6. Mostre que a energia total libertada nesse sismo foi aproximadamente $4{,}2 \times 10^{17}$ Joule.

b) A ponte *Vasco da Gama* foi concebida para resistir a um sismo cuja energia total libertada seja cinco vezes a do terramoto de Lisboa de 1755. Qual será a magnitude de um tal sismo? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

(Exame Nacional 98-2ªfase)



45. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função real g, cujo domínio é $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. A recta de equação $x = 1$ é uma assímptota vertical do gráfico de g. Considere a sucessão de termo geral $x_n = 1 + \frac{1}{n}$ e seja $u_n = g(x_n)$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) lim $u_n=-\infty$ (B) lim $u_n=+\infty$

(C) lim $u_n=0$ (D) Não existe lim u_n

(Prova Modelo 99)

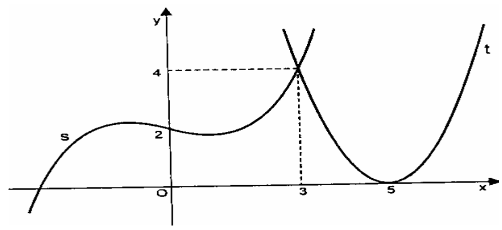
46. Seja g: $\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ a função definida por $g(x) = \log_2\left(2\sqrt[3]{x}\right)$. Indique qual das expressões seguintes também pode definir a função g.

(A) $2+\log_2\left(\sqrt[3]{x}\right)$ (B) $2\log_2\left(\sqrt[3]{x}\right)$

(C) $\frac{3+\log_2 x}{3}$ (D) $\frac{1+\log_2 x}{2}$

(Prova Modelo 99)

47. Na figura estão representadas graficamente as funções s e t. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) A função t não tem zeros

(B) 2 é um zero da função s

(C) 5 é um zero da função s/t

(D) 3 é um zero da função s-t

(Prova Modelo 99)

48. De uma função h, contínua em R, sabe-se que: h(-2)=3; $\lim_{x\to-\infty} h(x)=-\infty$; a recta de equação y=-4 é assimptota do gráfico de h; h é estritamente crescente no intervalo $]-\infty,-2]$ e

estritamente decrescente no intervalo [-2,+∞[. Qual das afirmações seguintes é falsa?

(A) A função h tem 2 zeros

(B) O contradomínio de h é]-∞,3]

(C) $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=-4$

(D) h(0)<-4

(Prova Modelo 99)

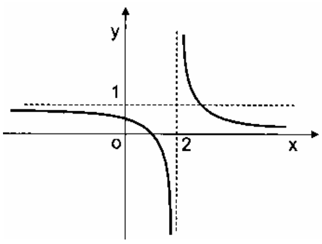
49. Foi administrado um medicamento a um doente às 9 horas da manhã de um certo dia. A concentração desse medicamento, em miligrama por mililitro de sangue, t horas após ter sido administrado, é dada por $C(t) = 2te^{-0,3t}$

a) Utilize o Teorema de Bolzano para mostrar que houve um instante, entre as 9h30min e as 10h, em que a concentração do medicamento foi de 1mg/ml.

b) Recorrendo à derivada da função C, determine o instante em que a concentração de medicamento no sangue do doente foi máxima. Apresente o resultado em horas e minutos.

(Prova Modelo 99)

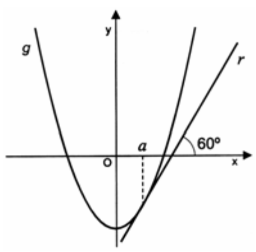
50. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função f, cujo domínio é R\{2}. As rectas de equações x=2, y=1 e y=0 são assimptotas do gráfico de f. Seja (x_n) a sucessão de termo geral $x_n=2-n^2$. Indique o valor de $\lim f(x_n)$.



(A) 0 (B) 1 (C) –∞ (D) +∞

(Exame Nacional 99-1ªchamada)

51. Na figura estão representadas: parte do gráfico da função g, de domínio R, definida por $g(x)=\sqrt{3}\,x^2-1$; uma recta r tangente ao gráfico de g, no ponto de abcissa a. A inclinação da recta r é 60°. Indique o valor de a.



(A) √3/4 (B) √3/2 (C) 1/3 (D) 1/2

(Exame Nacional 99-1ªchamada)

52. De uma função h, de domínio R, sabe-se que: h(0)=0; h é estritamente crescente no intervalo [0,2]; h é uma função par. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) h tem um máximo relativo para x=0

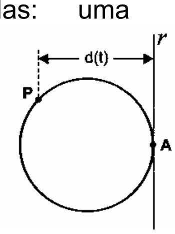
(B) h(-1)<0

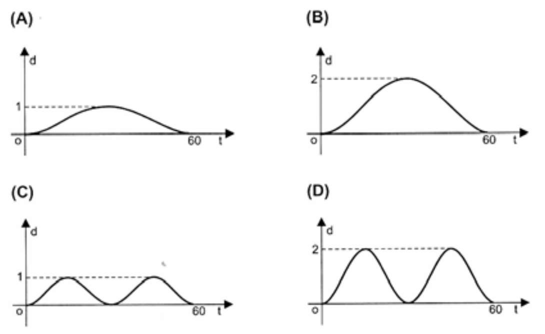
(C) h é estritamente decrescente no intervalo [-1,0]

(D) h(-2)+h(2)=0

(Exame Nacional 99-1ªchamada)

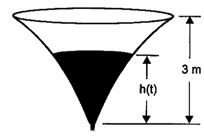
53. Na figura estão representadas: uma circunferência de raio 1; uma recta r, tangente à circunferência no ponto A. Admita que um ponto P, partindo de A, se desloca sobre a circunferência, em sentido contrário ao dos ponteiros de um relógio, descrevendo uma única volta em 60 segundos. Seja d(t) a distância do ponto da recta P à recta r, t segundos após o início do movimento. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função d?





(Exame Nacional 99-1ªchamada)

54. A figura representa um reservatório com 3 metros de altura. Considere que, inicialmente, o reservatório está cheio de água e que, num certo instante, se abre uma válvula e o reservatório começa a ser esvaziado. O reservatório fica vazio ao fim de 14 horas. Admita que a altura, em metros, da água do reservatório, t horas após este ter começado a ser esvaziado, é dada por $h(t)=\log_2(a-bt)$, t∈[0,14], onde a e b são constantes reais positivas.



a) Mostre que a=8 e b=1/2

b) Prove que a taxa de variação média de h no intervalo [6,11] é –0,2. Interprete este valor no contexto da situação descrita

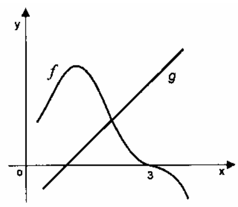
(Exame Nacional 99-1ªchamada)

55. Considere a função f, de domínio R, assim definida: $f(x)=\begin{cases}3x, se\ x\le 1\\ 2x, se\ x>1\end{cases}$. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n=f(1+1/n)$. Indique qual das expressões seguinte define o termo geral de (u_n).

(A) 1+1/n (B) 2+2/n (C) 3+3/n (D) 5+1/n

(Exame Nacional 99-2ªchamada)

56. Na figura está representada parte dos gráficos de 2 funções f e g, contínuas em R. O gráfico de f intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa 3. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{g(x)}{f(x)}$

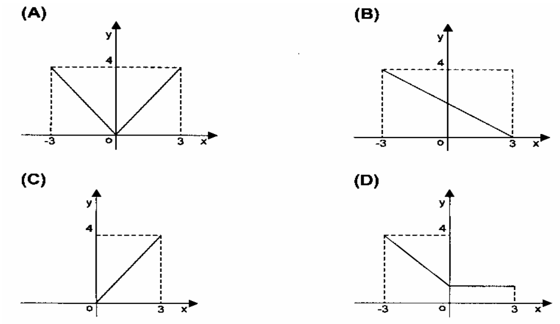


(A) 0 (B) 1 (C) -∞ (D) +∞

(Exame Nacional 99-2ªchamada)

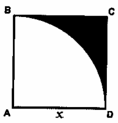
57. De uma certa função f sabe-se que o seu domínio é o intervalo [-3,3] e que o seu contradomínio é o intervalo [-4,4]. Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função |f|?

veira



(Exame Nacional 99-2ªchamada)

58.Na figura estão representados: um quadrado [ABCD]; um arco de circunferência BD de centro em A. Indique qual das funções seguintes dá a área, em cm^2, da região sombreada, em função do comprimento x, em cm, do lado do quadrado.



(A) $f(x)=\dfrac{4x-\pi x^2}{2}$ (B) $f(x)=\dfrac{(1-\pi)x^2}{2}$

(C) $f(x)=\dfrac{(4-\pi)x^2}{4}$ (D) $f(x)=\dfrac{\pi-1}{4}x^2$

(Exame Nacional 99-2ªchamada)

59. Ao ser lançado, um foguetão é impulsionado pela expulsão dos gases resultantes da queima de combustível numa câmara. Desde o arranque até se esgotar o combustível, a velocidade do foguetão, em quilómetros por segundo, é dada por: $v(t)=-3\ln(1-0{,}005t)-0{,}01t$. A variável t designa o tempo, em segundos, após o arranque.

a) A massa inicial do foguetão é de 150 toneladas, das quais 80% correspondem à massa do combustível. Sabendo que o combustível é consumido à taxa de 0,75 toneladas por segundo, justifique que $t\in[0,160]$

b) Verifique que a derivada da função v, no intervalo [0,160], é positiva e conclua qual é a velocidade máxima que o foguetão atinge neste intervalo. Apresente o resultado em quilómetros por segundo, arredondado à décimas.

(Exame Nacional 99-2ªchamada)

60. Considere a função, definida em R, por $f(x)=\begin{cases}x^2+1, se\ x\leq 0\\ x^2-4, se\ x>0\end{cases}$. Indique o conjunto de zeros de f.

(A) {-2,2} (B) {-2,1,2} (C) {2} (D) {-1,2}

(Exame Nacional 99-2ªfase)

61. Indique qual das expressões seguintes define uma função injectiva, de domínio R.

(A) cos x (B) x^2-x (C) |x|+1 (D) x^3

(Exame Nacional 99-2ªfase)

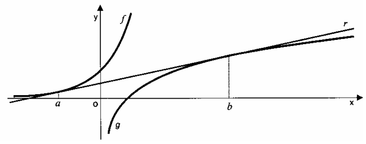
62. Na figura ao lado está representada graficamente uma função f, de domínio R^+. A recta s, que contém os pontos (-2,0) e (0,1), é assímptota do gráfico de f. Indique o valor de

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$$

(A) –2 (B) 0 (C) ½ (D) 1

(Exame Nacional 99-2ªfase)

63. Na figura abaixo estão representadas graficamente 2 funções: a função f, definida em R por $f(x)=e^x$; a função g definida em R^+ por $g(x)=\ln x$. A recta r é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa *a* e é tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa *b*. Qual das igualdades seguintes é verdadeira?

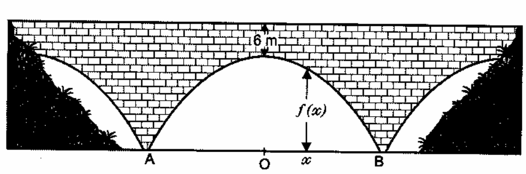


(A) $e^a=1/b$ (B) $e^a=\ln b$

(C) $e^{a+b}=1$ (D) ln (ab)=1

(Exame Nacional 99-2ªfase)

64. A figura representa uma ponte sobre um rio.



A distância mínima do arco central da ponte ao tabuleiro é 6 metros. Sejam A e B os pontos de intersecção do arco central da ponte com o nível da água do rio, e seja O o ponto médio de [AB]. Considere a recta AB como um eixo orientado da esquerda para a direita, com origem no ponto O e onde uma unidade corresponde a 1 metro. Para cada ponto situado entre A e B, de abcissa x, a altura do arco, em metros, é dada por $f(x)=36-9(e^{0,06x}+e^{-0,06x})$.

a) Recorrendo ao estudo da derivada da função f, mostre que, tal como a figura sugere, é no ponto de abcissa zero que a altura do arco é máxima.

b) Uma empresa está a estudar a hipótese de construir uma barragem neste rio. Se tal empreendimento se concretizasse, o nível das águas no local da ponte subiria 27 metros. Nesse caso, a ponte ficaria totalmente submersa? Justifique a sua resposta.

c) Mostre que a distância, em metros, entre A e B é um valor compreendido entre 43 e 44.

(Exame Nacional 99-2ªfase)