Teste de Matemática A

2022 / 2023

Teste N.º 3

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: ____ N.º: ___ Turma: ___

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

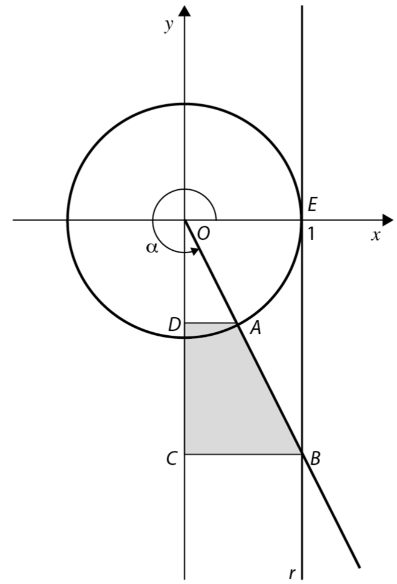
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy, a circunferência trigonométrica e o trapézio $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- o ponto E tem coordenadas $(1, 0)$;
- a reta r é tangente à circunferência no ponto E;
- o ponto A pertence ao quarto quadrante e à circunferência;
- o ponto B é o ponto de interseção da reta r com a semirreta $\dot{O}A$;
- o ponto C é o ponto do eixo Oy com ordenada igual à do ponto B;
- o ponto D é o ponto do eixo Oy com ordenada igual à do ponto A;
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo orientado que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade a semirreta $\dot{O}A$, $\alpha \in \left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[$.



1.1. Mostre que a área do trapézio $[ABCD]$ pode ser dada, em função de α, pela expressão:

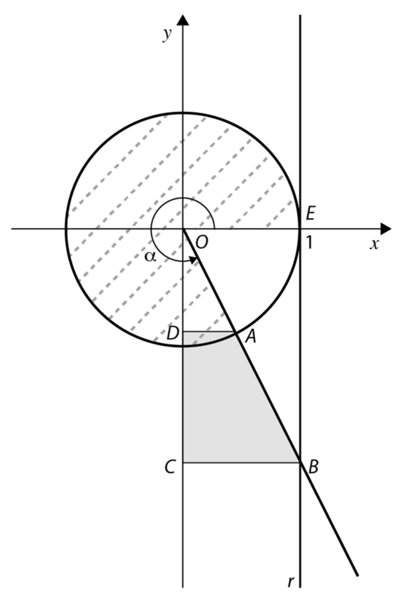
$$\frac{1}{2}(\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - \text{tg}\,\alpha)$$

1.2. Para uma certa posição do ponto A, sabe-se que $\cos(-\alpha) = \frac{4}{5}$.

Sem recurso à calculadora, determine, para essa posição do ponto A, o valor exato da área do trapézio $[ABCD]$. Apresente o resultado sob a forma de fração irredutível.

1.3. Considere o setor circular de ângulo ao centro de amplitude α, limitado pelos raios $[OE]$ e $[OA]$ e pelo arco maior EA, representado a tracejado na figura ao lado.

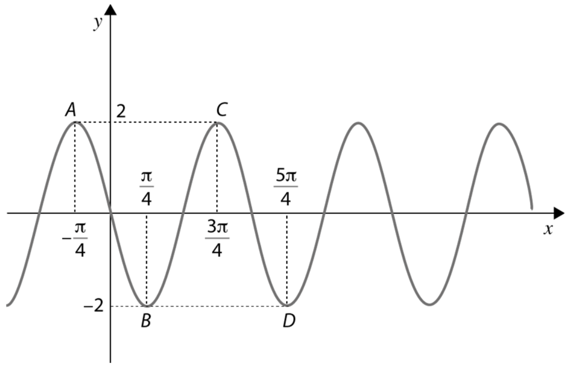
Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de α, arredondado às centésimas, para o qual a área do trapézio $[ABCD]$ é igual à área do setor circular representado a tracejado na figura ao lado.



Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação, e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas.

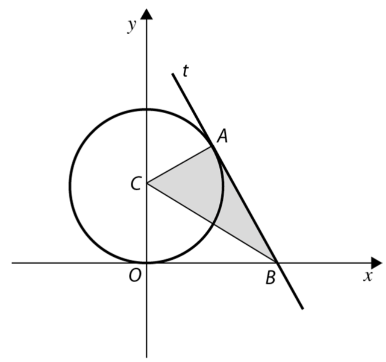
2. Na figura está representada parte do gráfico de uma função periódica.



Qual dos valores seguintes é o período positivo mínimo desta função?

(A) $\frac{\pi}{4}$ **(B)** $\frac{\pi}{2}$ **(C)** π **(D)** 2π

3. Na figura estão representados, num referencial ortonormado Oxy, uma circunferência, a reta t tangente à circunferência e o triângulo $[ABC]$.



Sabe-se que:

- a circunferência tem centro C e pode ser definida pela condição $x^2 + (y-4)^2 = 16$;
- o ponto A pertence à circunferência, encontra-se no 1.º quadrante e tem ordenada 5;
- a reta t é tangente à circunferência no ponto A;
- o ponto B é o ponto de interseção da reta t com o eixo das abcissas.

Resolva as alíneas seguintes, recorrendo a processos exclusivamente analíticos.

A calculadora pode ser usada para eventuais cálculos numéricos.

3.1. Seja P o ponto pertencente ao segundo quadrante tal que:

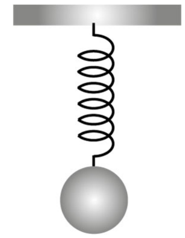
- a sua ordenada é igual a 2;
- a amplitude, em radianos, do ângulo OCP é igual a $\frac{\pi}{3}$.

Determine o valor exato da abcissa do ponto P.

3.2. Determine o valor exato da área do triângulo $[ABC]$.

Apresente o resultado na forma $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{N}$.

4. Uma mola está suspensa por uma extremidade no tampo de uma mesa, tendo na outra extremidade uma esfera, como sugere a figura. Após ter sido alongada na vertical, a mola inicia um movimento oscilatório no instante $t = 0$.



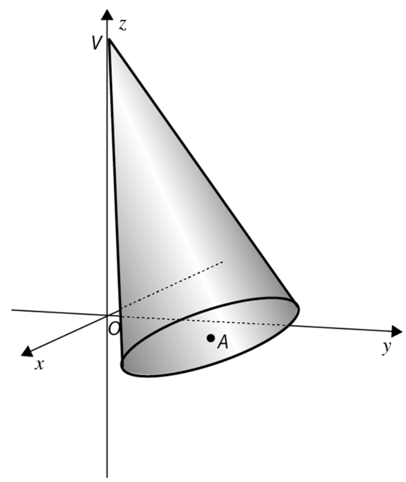
Admita que a distância, h, em centímetros, do centro dessa esfera ao tampo dessa mesa é dada em cada instante t (em segundos) por:

$$h(t) = 3 + 2\cos(\pi t + \pi) \text{ , com } t \in [0, 4]$$

O argumento da função cosseno está em radianos. Seja M a distância máxima do centro dessa esfera ao tampo da mesa e seja m a distância mínima do centro dessa esfera ao tampo da mesa. A amplitude A da oscilação da esfera é dada por $A = M - m$.

Recorrendo a métodos analíticos, determine o valor de A, em centímetros.

5. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cone reto de vértice V e base de centro no ponto A.



Sabe-se que:

- o ponto V tem coordenadas $(0, 0, 6)$;
- o volume do cone é igual a $\frac{28\pi}{3}$ unidades de volume;
- a base do cone está contida no plano definido por $-2x - 3y + 6z + 13 = 0$.

5.1. Qual das seguintes equações define uma reta estritamente paralela ao plano que contém a base do cone e que passa no ponto V?

(A) $(x, y, z) = (0, 0, 6) + k(-2, -3, 6), k \in \mathbb{R}$

(B) $(x, y, z) = (0, 0, 6) + k(6, 0, -2), k \in \mathbb{R}$

(C) $(x, y, z) = (-6, -4, 2) + k(3, 2, 2), k \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y, z) = (-6, -4, 2) + k(3, 4, 3), k \in \mathbb{R}$

5.2. Resolva este item sem recorrer à calculadora. Determine o valor do raio da base do cone.

6. Considera a sucessão (v_n) definida por $v_n = \frac{n+2023}{(-1)^n}$.

Qual das seguintes proposições é verdadeira?

(A) (v_n) é monótona.

(B) (v_n) não é limitada.

(C) (v_n) é convergente para 0.

(D) $\lim v_n = +\infty$

7. Seja (a_n) a sucessão definida por $a_n = \begin{cases} (-1)^n & \text{se} \quad n \leq 4 \\ \frac{2n+3}{n+2} & \text{se} \quad n > 4 \end{cases}$.

Mostre que a sucessão (a_n) é limitada.

8. De uma progressão aritmética (u_n), sabe-se que:

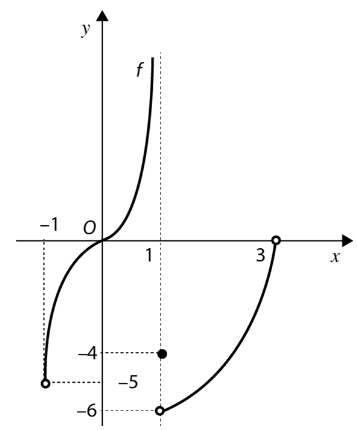
- $u_5 = 5$;
- $3\,u_{11} = 4\,u_7$;
- a soma dos p $(p \in \mathbb{N})$ primeiros termos de (u_n) é igual a 45.

Determine o valor de p, sem recorrer à calculadora a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos.

9. O limite da sucessão de termo geral $u_n = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{(\sqrt{3})^n}$ é:

(A) $+\infty$ **(B)** 0 **(C)** $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

10. Na figura ao lado está representada, num referencial o.n. Oxy, parte do gráfico de uma função f, de domínio $]-1, 3[$.



Sabe-se que:

- $f(1) = -4$;
- a reta de equação $x = 1$ é assíntota ao gráfico de f.

10.1. Seja (x_n) uma sucessão tal que $\lim\big(f(x_n)\big) = +\infty$.

Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão (x_n)?

(A) $\frac{n+2}{n+1}$ **(B)** $\frac{n+2}{n+3}$ **(C)** $-1 + \frac{1}{2^n}$ **(D)** $n^2 + \sqrt{n}$

10.2. Considera as seguintes sucessões e os respetivos termos gerais.

$a_n = \frac{n^2+3}{n^2+2}$ $\qquad b_n = 3 - \frac{1}{\sqrt{n}}$ $\qquad c_n = -1 + \frac{(-1)^{2n}}{n^3}$

Determina, se existir, o valor de $\lim\big(f(a_n)\big)$, $\lim\big(f(b_n)\big)$ e $\lim\big(f(c_n)\big)$.

FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.1.	**1.2.**	**1.3.**	**2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.1.**	**10.2.**	**TOTAL**
15	15	15	10	15	15	15	10	15	10	15	15	10	10	15	200

TESTE N.º 3 – Proposta de resolução

1.

1.1. $A\left(\underbrace{\cos\alpha}_{+}, \underbrace{\text{sen}\alpha}_{-}\right)$ $\quad B\left(1, \underbrace{\text{tg}\,\alpha}_{-}\right)$ $\quad C\left(0, \underbrace{\text{tg}\,\alpha}_{-}\right)$ $\quad D(0, \text{sen}\,\alpha)$

$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AD}+\overline{CB}}{2} \times \overline{DC} =$

$= \frac{\cos\alpha + 1}{2} \times (-\text{tg}\,\alpha + \text{sen}\,\alpha) =$

$= \frac{1}{2}(\cos\alpha + 1)(\text{sen}\,\alpha - \text{tg}\,\alpha) =$

$= \frac{1}{2}(\cos\alpha\,\text{sen}\,\alpha - \cos\alpha\,\text{tg}\,\alpha + \text{sen}\,\alpha - \text{tg}\,\alpha) =$

$= \frac{1}{2}(\cos\alpha\,\text{sen}\,\alpha - \text{sen}\,\alpha + \text{sen}\,\alpha - \text{tg}\,\alpha) =$

$= \frac{1}{2}(\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - \text{tg}\,\alpha)$

1.2. $\cos(-\alpha) = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha + \frac{16}{25} = 1$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{9}{25}$

$\Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\frac{3}{5}$

Como $\alpha \in \left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[$, $\text{sen}\,\alpha = -\frac{3}{5}$.

$\text{tg}\,\alpha = \frac{-\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2}(\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - \text{tg}\,\alpha) = \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}+\frac{3}{4}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(-\frac{12}{25}+\frac{3}{4}\right) =$

$= \frac{1}{2}\times\frac{27}{100} =$

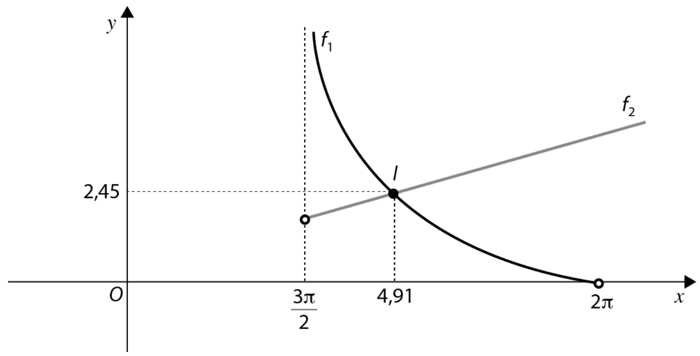
$= \frac{27}{200}$

1.3. $A_{\text{setor circular}} = \frac{\alpha r^2}{2} = \frac{\alpha\times 1^2}{2} = \frac{\alpha}{2}$

$\frac{1}{2}(\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - \text{tg}\,\alpha) = \frac{\alpha}{2}$; $\quad \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

Usando x como variável independente:

$f_1(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{sen} x \cos x \ - \operatorname{tg} x)$ $\qquad$ $f_2(x) = \frac{x}{2}$



I(4,91; 2,45)

Assim, $\alpha \approx 4{,}91$.

2. Opção (C)

$$\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi}{4} = \pi$$

3. $x^2 + (y-4)^2 = 16$ representa a circunferência de centro em C(0, 4) e raio 4.

3.1. Seja $P(a, 2)$ tal que $O\hat{C}P = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CP}}\right) = \frac{\pi}{3}$.

$$\cos\left(\widehat{\overrightarrow{CO}, \overrightarrow{CP}}\right) = \frac{\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CP}}{\|\overrightarrow{CO}\| \times \|\overrightarrow{CP}\|} \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{8}{4 \times \sqrt{a^2+4}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+4} = 4$$

$\Leftrightarrow a^2 + 4 = 16$, pois os dois membros da equação anterior são não negativos.

$$\Leftrightarrow a^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow a = \pm 2\sqrt{3}$$

Cálculos auxiliares

- $\overrightarrow{CO} = (0, -4)$
- $\|\overrightarrow{CO}\| = 4$
- $\overrightarrow{CP} = (a, 2) - (0, 4) =$
  $= (a, -2)$
- $\|\overrightarrow{CP}\| = \sqrt{a^2+4}$
- $\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CP} = 0 + 8 = 8$

Como P pertence ao 2.º quadrante, então $a = -2\sqrt{3}$.

A abcissa do ponto P é igual a $-2\sqrt{3}$.

3.2. $A(x_A, 5)$

$(x_A)^2 + (5-4)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_A)^2 = 15 \Leftrightarrow x_A = \pm\sqrt{15}$

Como A pertence ao 1º Q, então $x_A = \sqrt{15}$.

$\overrightarrow{AC} = (0, 4) - \left(\sqrt{15}, 5\right) = (-\sqrt{15}, -1)$

$m_{AC} = \dfrac{1}{\sqrt{15}} = \dfrac{\sqrt{15}}{15}$

$m_t = -\sqrt{15}$

t: $y = -\sqrt{15}x + b$

Como $A\left(\sqrt{15},\ 5\right)$ pertence à reta, vem que:

$5 = -\sqrt{15} \times \sqrt{15} + b \Leftrightarrow 5 + 15 = b \Leftrightarrow 20 = b$

t: $y = -\sqrt{15}x + 20$

$B\ (b',\ 0)$

$0 = -\sqrt{15}\, b' + 20 \Leftrightarrow b' = \dfrac{20}{\sqrt{15}}$

$\Leftrightarrow b' = \frac{20\sqrt{15}}{15}$

$\Leftrightarrow b' = \frac{4\sqrt{15}}{3}$

$B\left(\frac{4\sqrt{15}}{3},\ 0\right)$

$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{AB}}{2} = \frac{r \times \|\overrightarrow{AB}\|}{2} = \frac{4 \times \frac{4\sqrt{15}}{3}}{2} = \frac{8\sqrt{15}}{3}$ u.a.

Cálculos auxiliares

- $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{4\sqrt{15}}{3}, 0\right) - \left(\sqrt{15}, 5\right) = \left(\frac{\sqrt{15}}{3}, -5\right)$
- $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{\frac{15}{9} + 25} = \sqrt{\frac{80}{3}} = \frac{4\sqrt{15}}{3}$

4. O argumento da função cosseno toma valores de um intervalo com amplitude superior a 2π.

O contradomínio da função definida por $y = \cos(\pi t + \pi)$ é [–1, 1].

O contradomínio da função definida por $y = 2\cos(\pi t + \pi)$ é [–2, 2].

O contradomínio da função definida por $y = 3 + 2\cos(\pi t + \pi)$ é [1, 5].

Logo, *A* = 5 – 1 = 4.

5.

5.1. Opção (C)

Sabemos que $\vec{n}(-2, -3, 6)$ é um vetor normal ao plano da base do cone.

Se a reta é paralela ao plano, qualquer vetor diretor da reta terá de ser perpendicular a qualquer vetor do plano.

Assim:

- $(-2,-3,6)$ é um vetor diretor da reta definida em (A), o que exclui esta opção;
- $(-2,-3,6)\cdot(6,0,-2)=-12-12=-24\neq 0$, o que exclui a opção (B);
- $(-2,-3,6)\cdot(3,2,2)=-6-6+12=0$

  $(0,0,6)=(-6,-4,2)+k(3,2,2)$

  $\begin{cases}0=-6+3k\\0=-4+2k\\6=2+2k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=2\\k=2\\k=2\end{cases}\Leftrightarrow k=2$

  Assim, (C) é a opção correta.
- $(-2,-3,6)\cdot(3,4,3)=-6-12+18=0$

  $(0,0,6)=(-6,-4,2)+k(3,4,3)$

  $\begin{cases}0=-6+3k\\0=-4+4k\\6=2+3k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=2\\k=1\\k=\frac{4}{3}\end{cases}$ Condição impossível.

  A reta definida na opção (D) não contém o ponto *V*, o que exclui essa opção.

5.2. V_A: $(x,y,z)=(0,0,6)+k(-2,-3,6)$, com $k\in\mathbb{R}$

$\underbrace{(-2k,-3k,6+6k)}_{\text{Ponto genérico de } V_A}$, com $k\in\mathbb{R}$

$$-2(-2k)-3(-3k)+6(6+6k)+13=0\Leftrightarrow 4k+9k+36+36k+13=0$$
$$\Leftrightarrow 49k=-49$$
$$\Leftrightarrow k=-1$$

$A(2,3,0)$

$\overrightarrow{AV}=(0,0,6)-(2,3,0)=(-2,-3,6)$

$h=\|\overrightarrow{AV}\|=\sqrt{4+9+36}=7$

$$\frac{1}{3}\times\pi\times r^2\times 7=\frac{28\pi}{3}\Leftrightarrow 7r^2=28\Leftrightarrow r^2=4\Leftrightarrow r=\pm 2$$

Como $r>0$, então $r=2$.

6. Opção (B)

Podemos definir a sucessão (v_n) desta forma:

$$v_n=\begin{cases}-n-2023 & \text{se } n \text{ é ímpar}\\ n+2023 & \text{se } n \text{ é par}\end{cases}$$

Temos que:

- $v_1 = -2024$
- $v_2 = 2025$
- $v_3 = -2026$

Como $v_1 < v_2$ e $v_2 > v_3$, então (v_n) é não monótona.

Vejamos se (v_n) é limitada:

(v_n) é limitada se existir um número real L tal que $\forall n \in \mathbb{N}, |v_n| \leq L$.

Seja L um número qualquer:

$$|v_n| \leq L \Leftrightarrow \left|\frac{n+2023}{(-1)^n}\right| \leq L \Leftrightarrow n + 2023 \leq L \Leftrightarrow n \leq L - 2023$$

Existe uma infinidade de números naturais (qualquer número superior a $L - 2023$) que não satisfazem a condição $n \leq L - 2023$, logo (v_n) não é limitada.

$\lim(n + 2023) = +\infty$ e $\lim(-n - 2023) = -\infty$, logo não existe lim v_n.

7. Para $n \leq 4$: $-1 \leq a_n \leq 1$

Para $n > 4$: $a_n = 2 - \frac{1}{n+2}$

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r|l} 2n+3 & n+2 \\ \cline{2-2} -2n-4 & 2 \\ \cline{1-1} -1 & \end{array}$$

Tem-se que:

$$n > 4 \Leftrightarrow n + 2 > 6 \Leftrightarrow \frac{1}{n+2} < \frac{1}{6} \Leftrightarrow -\frac{1}{n+2} > -\frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow 2 - \frac{1}{n+2} > \frac{11}{6}$$

Por outro lado, para todo o $n \in \mathbb{N}$:

$$\frac{1}{n+2} > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{n+2} < 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{1}{n+2} < 2$$

Podemos concluir que, para $n > 4$, tem-se que $\frac{11}{6} < a_n < 2$.

Logo, $-1 < a_n < 2, \forall\, n \in \mathbb{N}$, ou seja, (a_n) é limitada.

8. $u_5 = 5 \Leftrightarrow u_1 + 4r = 5$

$$3\,u_{11} = 4\,u_7 \Leftrightarrow 3(u_1 + 10r) = 4(u_1 + 6r) \Leftrightarrow 3u_1 + 30r = 4u_1 + 24r$$

$$\Leftrightarrow 6r = u_1$$

Assim:

$$\begin{cases} u_1 + 4r = 5 \\ u_1 = 6r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6r + 4r = 5 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = \frac{1}{2} \\ u_1 = 3 \end{cases}$$

O termo geral da sucessão (u_n) é $u_n = 3 + (n-1) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n + \frac{5}{2}$.

$u_p = \frac{1}{2}p + \frac{5}{2}$

$S_p = 45 \Leftrightarrow \frac{u_1+u_p}{2} \times p = 45 \Leftrightarrow \frac{3+0{,}5p+2{,}5}{2} \times p = 90$

$$\Leftrightarrow (5{,}5 + 0{,}5p)p = 90$$

$$\Leftrightarrow 0{,}5p^2 + 5{,}5p - 90 = 0$$

$$\Leftrightarrow p^2 + 11p - 180 = 0$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{-11 \pm \sqrt{121 - 4 \times (-180)}}{2}$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{-11 \pm 29}{2}$$

$$\Leftrightarrow p = -20 \ \vee \ p = 9$$

Como $p \in \mathbb{N}$, então $p = 9$.

9. Opção (C)

$1 + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{(\sqrt{3})^n}$ representa a soma dos $n+1$ primeiros termos consecutivos de uma progressão geométrica cujo primeiro termo é igual a 1 e a razão é $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Assim, podemos escrever (u_n) da forma:

$$u_n = 1 \times \frac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n+1}}{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}}$$

$$\lim u_n = \lim \frac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{n+1}}{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} = \frac{1-0}{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

10.

10.1. Opção (B)

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$

Se $\lim(x_n) = 1^-$, então $\lim f(x_n) = +\infty$.

Assim:

- $\lim \frac{n+2}{n+1} = \lim \frac{n+1+1}{n+1} = \lim\left(1 + \frac{1}{n+1}\right) = 1^+$
- $\lim \frac{n+2}{n+3} = \lim \frac{n+3-1}{n+3} = \lim\left(1 - \frac{1}{n+3}\right) = 1^-$
- $\lim\left(-1 + \frac{1}{2^n}\right) = -1^+$
- $\lim\,(n^2 + \sqrt{n}) = +\infty$

10.2. $\lim f(a_n) = \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = -6$, pois $\lim a_n = \lim \frac{n^2+2+1}{n^2+2} = \lim\left(1 + \frac{1}{n^2+2}\right) = 1^+$.

$\lim f(b_n) = \lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = 0$, pois $\lim b_n = \lim\left(3 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right) = 3^-$.

$\lim f(c_n) = \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = -5$, pois $\lim c_n = \lim\left(-1 + \frac{(-1)^{2n}}{n^3}\right) = \lim\left(-1 + \frac{1}{n^3}\right) = -1^+$