

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

Nome da Escola	Ano letivo 20 - 20	Matemática 9.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data
		- - 20

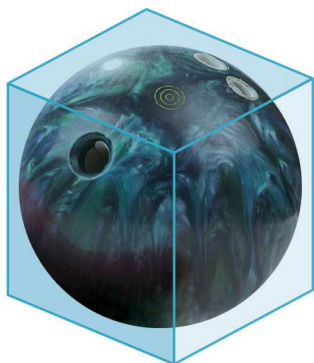


Na resolução dos itens da Parte A, podes utilizar a calculadora.

Na resolução dos itens da Parte B, não podes utilizar a calculadora.

Parte A – 30 minutos

- Qual dos números é uma aproximação de $\sqrt{18}$, com erro inferior a 0,01?
(A) 4,23 (B) 4,24 (C) 4,26 (D) 4,27
- Na figura está representada uma embalagem com a forma de um cubo que contém uma bola de *bowling* em forma de esfera:



As seis faces do cubo têm com a esfera um ponto em comum.

O diâmetro da esfera é 22 cm.

Calcula o volume da caixa que não é ocupado pela esfera.

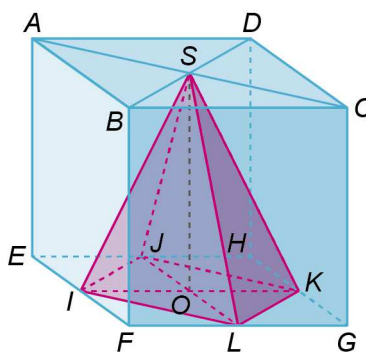
Apresenta o resultado em centímetros cúbicos, arredondado às décimas.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

3. Considera o prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide quadrangular regular $[ILKJS]$ representados na figura seguinte.



- 3.1. Relativamente às retas AC e BD , qual das seguintes afirmações é verdadeira?
- (A) As retas não são coplanares.
 (B) As retas são paralelas.
 (C) As retas são concorrentes e perpendiculares.
 (D) As retas são concorrentes e não perpendiculares.
- 3.2. Qual é a posição relativa dos planos ABG e BCH ?

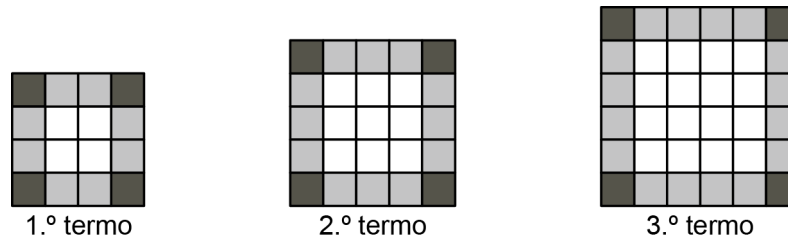
Considera que o prisma da figura é um **cubo**.

- 3.3. Sabe-se que a medida da aresta do cubo é igual a $x - 1$.
 Qual das expressões seguintes representa a medida da área da face lateral do cubo?
- (A) $x^2 - 2x + 1$ (B) $x^2 + 2x + 7$
 (C) $x^2 - 1$ (D) $x^2 - 2x - 1$
- 3.4. Supondo que o volume do cubo é 125 cm^3 , calcula o valor exato do volume da pirâmide $[ILKJS]$, tendo em conta que I , L , K e J são pontos médios dos lados da base do cubo e o ponto S pertence ao plano ABC .

4. A distância, d , em metros, percorrida por um móvel é dada pela fórmula $d(t) = \frac{9,5t^2}{2}$, com t em segundos.
 Escreve, em notação científica, a distância percorrida pelo móvel durante um minuto.

Parte B – 60 minutos

5. Na figura seguinte estão representados os primeiros três termos de uma sequência formada por quadrados brancos, cinzentos e pretos.

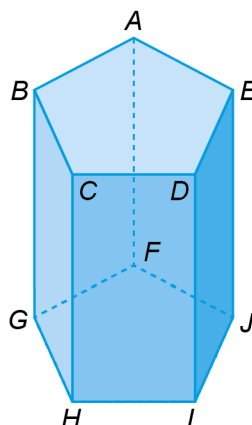


- 5.1. Quantos quadrados cinzentos tem o termo de ordem n ?
- 5.2. Qual das expressões seguintes representa o número total de quadrados do termo de ordem n ?
- (A) $(n+1)^2 + 4n$
- (B) $n^2 + 6n + 9$
- (C) $4n^2 + 4n + 4$
- (D) $(n+1)^2 + 8n + 4$
6. Escreve a forma reduzida do polinómio que representa a área do retângulo da figura seguinte.



7. Escreve o número $\frac{2^{-3}}{2^{-5}} \times 2^{-2} : 4^{-2}$ na forma de uma potência de base 2.
- Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Na figura está representado um prisma pentagonal reto $[ABCDEFGHIJ]$.



Considera a afirmação seguinte:

«Quaisquer duas retas paralelas ao plano que contém a face $[FGHIJ]$ do prisma são paralelas entre si.»

Identifica, recorrendo a letras da figura, duas retas que permitam mostrar que esta afirmação é **falsa**.

9. Resolve, em \mathbb{Q} , a equação seguinte:

$$x^2 + 3(2x - 1) = 3x - 5$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

10. Qual das opções seguintes pode representar o conjunto definido por:

$$P =]-2\sqrt{3}, \pi] \cap \left[-3, \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right] ?$$

- (A) $]-3, 2\sqrt{9}[$ (B) $]-3, \pi]$ (C) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, \pi\right]$ (D) $[-3, \pi]$

11. Resolve, em \mathbb{R} , a inequação seguinte:

$$\frac{3(2x-1)}{5} > 3x$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de um intervalo de números reais.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Proposta de teste de avaliação 3 – Matemática 9

12. Seja f uma função de proporcionalidade inversa tal que $f(2) = 4$, com $x > 0$, e g uma função definida por $g(x) = x^2$.

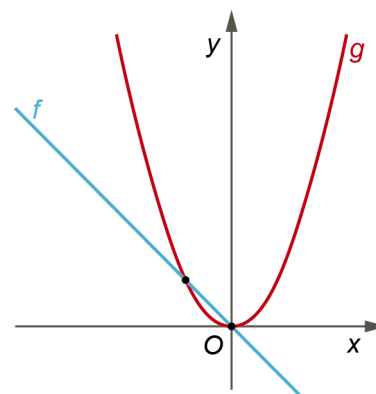
12.1. Qual é o valor de $f(1)$?

12.2. Considera, num referencial cartesiano de origem O , o ramo da hipérbole que é o gráfico da função f , a parábola que é gráfico da função g e o ponto A de coordenadas $(4, 2)$. Qual das afirmações é verdadeira?

- (A) O ponto A pertence à parábola, mas não pertence ao ramo da hipérbole.
- (B) O ponto A pertence ao ramo da hipérbole, mas não pertence à parábola.
- (C) O ponto A pertence ao ramo da hipérbole e à parábola.
- (D) O ponto A não pertence ao ramo da hipérbole nem à parábola.

13. No referencial cartesiano da figura estão representadas graficamente as funções f e g . Sabe-se que:

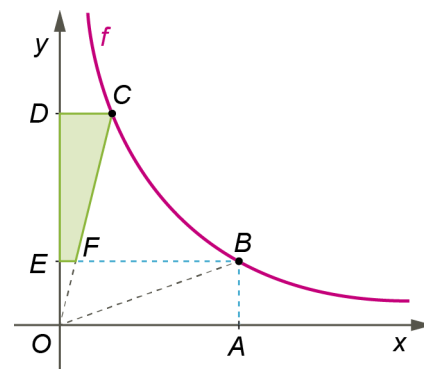
- a função g é uma função quadrática definida por $g(x) = 4x^2$;
- f é uma função linear que passa pelo ponto $(-1, 1)$;
- os gráficos das funções f e g interseitam-se em dois pontos.



Determina as coordenadas dos pontos de interseção dos dois gráficos. Mostra como chegaste à tua resposta.

14. Na figura estão representados, num referencial cartesiano de origem O , parte do gráfico da função f , o retângulo $[OABE]$ e o triângulo $[OCD]$. Sabe-se que:

- f é uma função de proporcionalidade inversa ($x > 0$);
- B e C são pontos do gráfico de f ;
- A é um ponto do eixo das abcissas e E e D são pontos do eixo das ordenadas;
- a medida da área do retângulo $[OABE]$ é 32;
- $\overline{OD} = 3\overline{OE}$.



14.1. Qual dos valores seguintes é igual a $f(4)$?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

14.2. Considerando $\overline{OE} = a$, $\overline{OA} = b$ e $\overline{OB} = \sqrt{70}$, qual é o valor de $(a + b)^2$?

14.3. Qual é a medida da área do trapézio $[EFCD]$?

FIM

Cotações

1.	2.	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.	4.	5.1.	5.2.	6.
4	6	4	4	4	6	4	4	4	5

7.	8.	9.	10.	11.	12.1.	12.2.	13.	14.1.	14.2.	14.3.	Total
6	6	6	4	6	4	4	6	4	5	4	100

Proposta de resolução

Parte A

1. **Resposta: (B)**

2. Volume da caixa não ocupado pela esfera: $V_{\text{cubo}} - V_{\text{esfera}}$

Como as seis faces do cubo têm com a esfera um ponto em comum, então o diâmetro da esfera é igual ao comprimento da aresta do cubo, ou seja, 22 cm.

$$V_{\text{cubo}} - V_{\text{esfera}} = 22^3 - \frac{4}{3} \times \pi \times 11^3 \approx 5072,7 \text{ cm}^3$$

O volume da caixa não ocupado pela esfera é 5072,7 cm³.

3.1. **Resposta: (C)**

3.2. Os planos são concorrentes.

3.3. $A = (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

Resposta: (A)

3.4. Volume do cubo: 125 cm³

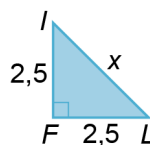
Aresta do cubo: $(\sqrt[3]{125}) \text{ cm} = 5 \text{ cm}$

Pelo Teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 2,5^2 + 2,5^2$$

$$x^2 = 12,5$$

$$x^2 = \frac{50}{4}$$



Volume da pirâmide: $\frac{1}{3} \times \frac{50}{4} \times 5 = \frac{250}{12} = \frac{125}{6} \text{ cm}^3$

4. $d(t) = \frac{9,5t^2}{2}$

$$d(60) = \frac{9,5 \times 60^2}{2} = \frac{9,5 \times 3600}{2} = 17\,100$$

A distância percorrida pelo móvel durante 1 minuto é $1,71 \times 10^4 \text{ m}$.

5.1. **1.º termo 2.º termo 3.º termo**

8

12

16

$$a_n = 4n + 4$$

5.2.	1.º termo	2.º termo	3.º termo
	16	25	36

$$a_n = (n+3)^2 = n^2 + 6n + 9$$

ou

$$a_n = (n+1)^2 + 4n + 4 + 4 = n^2 + 2n + 1 + 4n + 8 = n^2 + 6n + 9$$

Resposta: (B)

6. $A = 3(x-3)(x-2) = 3(x^2 - 2x - 3x + 6) = 3(x^2 - 5x + 6) = 3x^2 - 15x + 18$

7. $\frac{2^{-3}}{2^{-5}} \times 2^{-2} : 4^{-2} = 2^{-3-(-5)} \times 2^{-2} : 4^{-2} = 2^2 \times 2^{-2} : 4^{-2} = 2^0 : 4^{-2} = 1 \times \frac{1}{4^{-2}} = 4^2 = 2^4$

8. A afirmação é falsa. Por exemplo, as retas que contêm as arestas $[AB]$ e $[BC]$ são paralelas ao plano que contém a face $[FGHIJ]$ mas são concorrentes entre si no ponto B .

9. $x^2 + 3(2x-1) = 3x-5 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 3 - 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

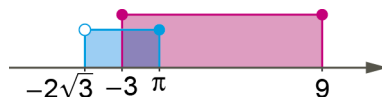
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = -1$$

10. $P =]-2\sqrt{3}, \pi] \cap \left[-3, \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right] =]2\sqrt{3}, \pi] \cap [-3, 9] = [-3, \pi]$



Resposta: (D)

11. $\frac{3(2x-1)}{5} > 3x \Leftrightarrow 6x - 3 > 15x \Leftrightarrow 6x - 15x > 3 \Leftrightarrow -9x > 3 \Leftrightarrow 9x < -3 \Leftrightarrow x < -\frac{3}{9} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$

$$S =]-\infty, -\frac{1}{3}[$$

12.1. Sendo f uma função de proporcionalidade inversa e sabendo que $f(2) = 4$, então

$$f(x) = \frac{8}{x}, x \neq 0. \text{ Assim, } f(1) = 8.$$

12.2. $f(2) = 4$, logo o ponto A pertence ao ramo da hipérbole, porque $4 \times 2 = 2 \times 4$.

$$g(4) = 4^2 = 16, \text{ logo o ponto } A \text{ não pertence à parábola.}$$

Resposta: (B)

13. Sendo f uma função linear que passa pelo ponto $(-1, 1)$, então: $f(x) = -x$

$$4x^2 = -x \Leftrightarrow 4x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(4x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{1}{4}$$

$$g(0) = 0 \text{ e } g\left(-\frac{1}{4}\right) = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$$

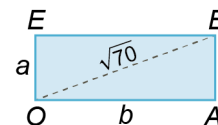
Os dois gráficos interseitam-se nos pontos de coordenadas $(0, 0)$ e $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$.

14.1. **Resposta: (B)**

$$f(x) = y; x \times y = 32$$

Se $x = 4$, então $y = 8$ ($32 : 4 = 8$).

$$\begin{aligned} 14.2. (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 = \\ &= a^2 + b^2 + 2ab = \\ &= \sqrt{70}^2 + 2 \times 32 = \\ &= 70 + 64 = 134 \end{aligned}$$



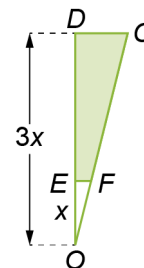
$$14.3. A_{[EFCD]} = A_{[OCD]} - A_{[OFE]}$$

Seja o ponto C de coordenadas (a, b) .

Como C pertence ao gráfico de f :

$$a \times b = 32, \text{ logo } A_{[OCD]} = \frac{a \times b}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ u.a.}$$

Os triângulos $[OCD]$ e $[OFE]$ são semelhantes.



Na respetiva ampliação, a razão de semelhança é 3. Logo, $A_{[OFE]} = \frac{1}{9} \times 16 = \frac{16}{9}$.

A medida da área do trapézio é: $A_{[EFCD]} = 16 - \frac{16}{9} = \frac{128}{9}$ u.a.