

1. Opção B.

Três pontos definem um plano se esses pontos não forem colineares, ou seja, se não pertencerem à mesma reta.

2.

2.1. Opção B.

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cone}} = A_b \times h + \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{4}{3} \times A_b \times h$$

Volume do sólido, em centímetros cúbicos:  $V_{\text{sólido}} = \frac{4}{3} \times A_b \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^2 \times 10 = \frac{1000}{3} \pi$

2.2.  $V_{\text{sólido}} = \frac{4}{3} \times A_b \times h = \frac{4}{3} \times \pi \times r^2 \times h$ , sendo  $r$  a medida do raio da base do cilindro.

$$\frac{4}{3} \times \pi \times r^2 \times 10 = 300 \Leftrightarrow r^2 = \frac{300}{\frac{4}{3} \times \pi \times 10} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{300}{\frac{4}{3} \times \pi \times 10}}$$

$$r \approx 2,7$$

Logo, a medida do raio da base do cilindro é, aproximadamente, 2,7 cm.

3.

3.1. Por exemplo:

a)  $AB$  e  $FG$

b)  $AB$  e  $BCH$

c)  $ABC$  e  $ADH$

d)  $[BG]$  e  $[BC]$

3.2.

a) não complanares

b) concorrentes oblíquos

c) Por exemplo:  $[EG]$

d) Por exemplo:  $FM$ ;  $ABC$

3.3. O lugar geométrico dos pontos que pertencem simultaneamente aos planos  $FME$  e  $GHE$  corresponde à interseção dos dois planos, ou seja, é a reta  $FE$ .

3.4. Opção A.

$$V_1 = A_b \times h \text{ e } V_2 = \frac{1}{3} \times A_b \times h, \text{ ou seja, } V_2 = \frac{1}{3} \times V_1.$$

Deste modo, o volume da parte do cubo não ocupada pela pirâmide é dado por

$$V_1 - V_2 = V_1 - \frac{1}{3} \times V_1 = \frac{2}{3} V_1.$$

3.5. A distância do ponto  $A$  ao plano  $DEG$  corresponde à distância do ponto  $A$  ao ponto  $M$ .

Medida de comprimento da aresta do cubo:  $\sqrt[3]{64} = 4$

Sendo  $d$  o comprimento da diagonal de uma face do cubo, então, pelo Teorema de Pitágoras,  $d^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow d = \sqrt{16 \times 2} \Leftrightarrow d = 4\sqrt{2}$ .

Assim,  $\overline{AM} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ .

4. Opção D.

O volume de uma esfera de raio  $r$  é dado por  $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$

$$\frac{4}{3} \times \pi \times r^3 = 155 \Leftrightarrow r^3 = \frac{155}{\frac{4}{3} \times \pi} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{155}{\frac{4}{3} \times \pi}}$$

$$r \approx 3,33$$

5. Utilizemos o esquema da figura para ajudar nos cálculos a efetuar.

Usando semelhança de triângulos:

$$\frac{x}{x+40} = \frac{15}{20} \Leftrightarrow 20x = 15(x+40) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20x = 15x + 600 \Leftrightarrow 5x = 600 \Leftrightarrow x = 120$$

$$x + 40 = 120 + 40 = 160$$

O cone maior tem, portanto, 160 cm de altura.

Para calcular a área lateral do cone maior, é necessário determinar a medida da geratriz do cone maior,  $G$ .

Pelo Teorema de Pitágoras,  $G^2 = 20^2 + 160^2 \Leftrightarrow_{G>0} G = \sqrt{26\,000}$ .

Assim,  $A_{\text{lateral do cone grande}} = \pi \times 20 \times \sqrt{26\,000}$ , ou seja,

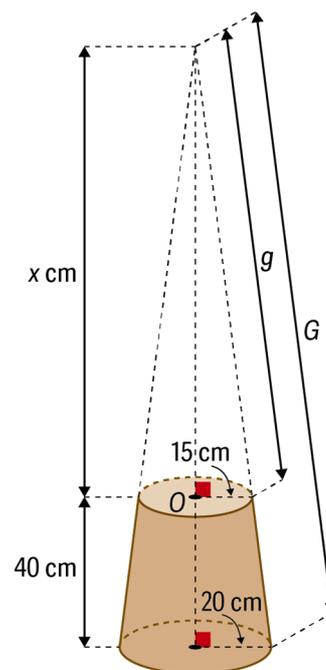
$$20\pi\sqrt{26\,000} \text{ cm}^2.$$

Para calcular a área lateral do cone menor, é necessário determinar a medida da geratriz do cone menor,  $g$ .

Pelo Teorema de Pitágoras,  $g^2 = 120^2 + 15^2 \Leftrightarrow_{g>0} g = \sqrt{14\,625}$ .

Assim,  $A_{\text{lateral do cone pequeno}} = \pi \times 15 \times \sqrt{14\,625}$ , ou seja,  $15\pi\sqrt{14\,625} \text{ cm}^2$ .

Então, a área da superfície do tronco de cone é dada, em centímetros quadrados, por  $20\pi\sqrt{26\,000} - \pi \times 15 \times \sqrt{14\,625} \approx 4432,443$ , pelo que os alunos vão preencher com tinta uma área aproximada de  $4432,4 \text{ cm}^2$ .



6. Seja  $A$  a área da base da pirâmide  $[ABCD]$  e  $h$  a sua altura.

O volume da pirâmide  $[ABCD]$  é igual a  $V = \frac{1}{3} \times A \times h$ .

A base da pirâmide  $[JKD]$  é o triângulo  $[JK]$ .

Como  $I$ ,  $J$  e  $K$  são os pontos médios das arestas a que pertencem, então, ao unir esses pontos, o triângulo  $[ABC]$  fica dividido em quatro triângulos equiláteros geometricamente iguais, sendo um deles a base da pirâmide  $[JKD]$ . Além disso, a altura desta pirâmide coincide com a altura da pirâmide  $[ABCD]$ .

Assim, o volume da pirâmide  $[JKD]$  é dado por  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times A \times h = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times A \times h = \frac{1}{4} \times V_{[ABCD]}$ ,

ou seja, é igual a 25% do volume da pirâmide  $[ABCD]$ .