

1. Opção D.

Como $A \cap B =]-\frac{3}{2}, \sqrt{3}[$ e $A \cup B =]-2, +\infty[$, então $B \subset A$ e não $A \subset B$.

2.

2.1.

Como α é um ângulo agudo, então $\sin \alpha > 0 \wedge \sin \alpha < 1$.

$$\sin \alpha > 0 \Leftrightarrow \frac{2-x}{5} > 0 \Leftrightarrow 2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$$

$$\sin \alpha < 1 \Leftrightarrow \frac{2-x}{5} < 1 \Leftrightarrow 2-x < 5 \Leftrightarrow x > -3$$

Assim, $x < 2 \wedge x > -3 \Leftrightarrow x \in]-3, 2[$.

2.2.

Se $x = -1$, então $\sin \alpha = \frac{3}{5}$.

$$\begin{aligned} (\cos \alpha + \sin \alpha)^2 &= \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + 2 \cos \alpha \sin \alpha = \\ &= 1 + 2 \cos \alpha \sin \alpha \end{aligned}$$

Pela fórmula fundamental da trigonometria: $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$

$$\cos^2 \alpha + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$$

$$\text{Como } \cos \alpha > 0, \cos \alpha = \sqrt{\frac{16}{25}} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\text{Assim, } 1 + 2 \cos \alpha \sin \alpha = 1 + 2 \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25}.$$

3. Opção C.

$$3 \leq -\frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow 2 \leq -\frac{1}{2}x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x \leq -2 \Leftrightarrow x \leq -4$$

4.

4.1.

Opção C.

$$(\overline{EG})^2 = 2^2 + 2^2. \text{ Daqui resulta que } \overline{EG} = \sqrt{8}.$$

Comprimento da circunferência: $\sqrt{8} \times \pi \approx 8,886$ e $8,886 \in \left[\frac{17}{2}, 9 \right]$.

4.2.

a)

A área do triângulo $[DCP]$ é dada por $\frac{\overline{DC} \times \overline{DP}}{2}$.

Sabendo que $\overline{DC} = 2$, então:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{DP}}{\overline{DC}} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{\overline{DP}}{2} \Leftrightarrow \overline{DP} = 2 \tan \alpha$$

Assim, a área do triângulo $[DCP]$ é dada por $\frac{\overline{DC} \times \overline{DP}}{2} = \frac{2 \times 2 \tan \alpha}{2} = 2 \tan \alpha$.

b)

Para determinarmos o valor exato da medida da área do triângulo $[DCP]$ para a qual o $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, temos de determinar o valor exato de $\tan \alpha$.

Sabe-se que $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

Como $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, tem-se: $\sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{3}$.

Daqui resulta que $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Assim, $\tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$, pelo que $2 \tan \alpha = 2\sqrt{2}$.

A medida da área do triângulo $[DCP]$, nesta situação, é igual a $2\sqrt{2}$.

4.4.

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{prisma}} + V_{\text{pirâmide}} \text{ e } V_{\text{prisma}} = A_b \times h = 2^2 \times 8 = 32$$

Como o triângulo $[PDC]$ é isósceles, $\overline{PD} = 2$.

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times 2^2 \times 2 = \frac{8}{3}$$

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{prisma}} + V_{\text{pirâmide}} = 32 + \frac{8}{3} = \frac{104}{3}$$

A medida do volume do sólido é $\frac{104}{3}$.

5.

Sabe-se que $\tan(34^\circ) = \frac{4}{\overline{BT}}$, pelo que $\overline{BT} = \frac{4}{\tan(34^\circ)}$.

Então, $\overline{AB} = 6 + \frac{4}{\tan(34^\circ)}$.

Recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC} = \sqrt{\left(6 + \frac{4}{\tan(34^\circ)}\right)^2 + 4^2}.$$

O perímetro do triângulo $[ABC]$ é dado por:

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 6 + \frac{4}{\tan(34^\circ)} + 4 + \sqrt{\left(6 + \frac{4}{\tan(34^\circ)}\right)^2 + 16} \approx 28,5$$

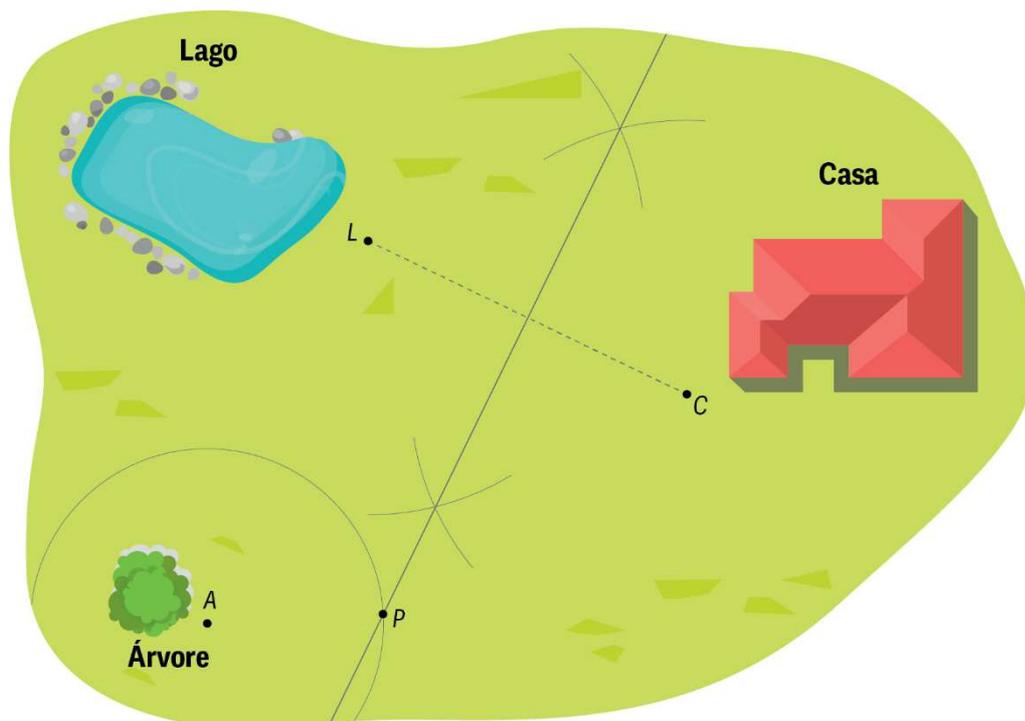
A medida do perímetro do triângulo $[ABC]$, arredondada às décimas, é 28,5.

6. Opção C.

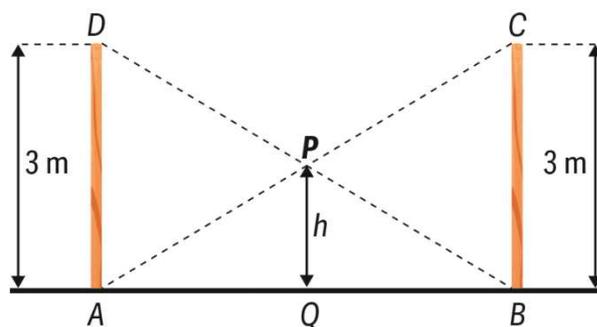
7.

Para identificar o ponto P , segue as seguintes etapas:

- traça a mediatriz do segmento de reta $[LC]$;
- traça uma circunferência de centro A e cujo raio corresponde a metade de \overline{LC} ;
- identifica a interseção da mediatriz com a circunferência.



8.



8.1.

Repara que o ponto P é a interseção das diagonais do retângulo $[ABCD]$.

O ponto P pertence à mediatriz de $[AB]$, pelo que $h = \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{AD} = 1,5\text{m}$.

8.2.

No caso de \overline{AB} passar para o dobro, o ponto P continua a pertencer à mediatriz de $[AD]$. Assim, o valor de h fica invariável, continuando a ser igual a 1,5 m.