Prova-modelo Final de Matemática
2023/2024

Nome completo ____

Documento de identificação CC n.º |___|___|___|___|___|___|___|___| |___| |___|___|___|

Assinatura do aluno ____

Prova-modelo Final de Matemática
Prova 92 | 3.º ciclo do Ensino Básico | 2024
9º ano de Escolaridade

Duração da Prova: 90 minutos. | Tolerância: 30 minutos — 10 Páginas

A prova inclui 12 itens, devidamente identificados no enunciado, cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final. Dos restantes 6 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 4 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

INSTRUÇÕES DE REALIZAÇÃO

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro, transferidor e calculadora.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final da prova. Neste caso, deves identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

As cotações dos itens encontram-se no final da prova.

Formulário

Números e Operações

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria e Medida

Áreas

Polígono regular: $\frac{\text{Perímetro}}{2} \times \text{apótema}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{base menor}}{2} \times \text{altura}$

Superfície lateral do cone: $\pi r g$, sendo r o raio da base do cone e g a geratriz do cone

Volumes

Prisma e cilindro: Área da base $\times$ altura

Pirâmide e cone: $\frac{1}{3} \times$ Área da base $\times$ altura

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Tabela Trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente	Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175	46	0,7193	0,6947	1,0355
2	0,0349	0,9994	0,0349	47	0,7314	0,6820	1,0724
3	0,0523	0,9986	0,0524	48	0,7431	0,6691	1,1106
4	0,0698	0,9976	0,0699	49	0,7547	0,6561	1,1504
5	0,0872	0,9962	0,0875	50	0,7660	0,6428	1,1918
6	0,1045	0,9945	0,1051	51	0,7771	0,6293	1,2349
7	0,1219	0,9925	0,1228	52	0,7880	0,6157	1,2799
8	0,1392	0,9903	0,1405	53	0,7986	0,6018	1,3270
9	0,1564	0,9877	0,1584	54	0,8090	0,5878	1,3764
10	0,1736	0,9848	0,1763	55	0,8192	0,5736	1,4281
11	0,1908	0,9816	0,1944	56	0,8290	0,5592	1,4826
12	0,2079	0,9781	0,2126	57	0,8387	0,5446	1,5399
13	0,2250	0,9744	0,2309	58	0,8480	0,5299	1,6003
14	0,2419	0,9703	0,2493	59	0,8572	0,5150	1,6643
15	0,2588	0,9659	0,2679	60	0,8660	0,5000	1,7321
16	0,2756	0,9613	0,2867	61	0,8746	0,4848	1,8040
17	0,2924	0,9563	0,3057	62	0,8829	0,4695	1,8807
18	0,3090	0,9511	0,3249	63	0,8910	0,4540	1,9626
19	0,3256	0,9455	0,3443	64	0,8988	0,4384	2,0503
20	0,3420	0,9397	0,3640	65	0,9063	0,4226	2,1445
21	0,3584	0,9336	0,3839	66	0,9135	0,4067	2,2460
22	0,3746	0,9272	0,4040	67	0,9205	0,3907	2,3559
23	0,3907	0,9205	0,4245	68	0,9272	0,3746	2,4751
24	0,4067	0,9135	0,4452	69	0,9336	0,3584	2,6051
25	0,4226	0,9063	0,4663	70	0,9397	0,3420	2,7475
26	0,4384	0,8988	0,4877	71	0,9455	0,3256	2,9042
27	0,4540	0,8910	0,5095	72	0,9511	0,3090	3,0777
28	0,4695	0,8829	0,5317	73	0,9563	0,2924	3,2709
29	0,4848	0,8746	0,5543	74	0,9613	0,2756	3,4874
30	0,5000	0,8660	0,5774	75	0,9659	0,2588	3,7321
31	0,5150	0,8572	0,6009	76	0,9703	0,2419	4,0108
32	0,5299	0,8480	0,6249	77	0,9744	0,2250	4,3315
33	0,5446	0,8387	0,6494	78	0,9781	0,2079	4,7046
34	0,5592	0,8290	0,6745	79	0,9816	0,1908	5,1446
35	0,5736	0,8192	0,7002	80	0,9848	0,1736	5,6713
36	0,5878	0,8090	0,7265	81	0,9877	0,1564	6,3138
37	0,6018	0,7986	0,7536	82	0,9903	0,1392	7,1154
38	0,6157	0,7880	0,7813	83	0,9925	0,1219	8,1443
39	0,6293	0,7771	0,8098	84	0,9945	0,1045	9,5144
40	0,6428	0,7660	0,8391	85	0,9962	0,0872	11,4301
41	0,6561	0,7547	0,8693	86	0,9976	0,0698	14,3007
42	0,6691	0,7431	0,9004	87	0,9986	0,0523	19,0811
43	0,6820	0,7314	0,9325	88	0,9994	0,0349	28,6363
44	0,6947	0,7193	0,9657	89	0,9998	0,0175	57,2900
45	0,7071	0,7071	1,0000				

* **1.** Considera o intervalo de números reais $A = \left[\sqrt{2}, \pi\right[$.

Sabe-se que o conjunto B é um intervalo de números reais tal que $A \cap B = \left[\frac{3}{2}, \pi\right[$.

Qual pode ser a inequação que tem como conjunto-solução o conjunto B?

(A) $2x+3 \geq 0$ **(B)** $-2x+3 \geq 0$ **(C)** $3-2x \leq 0$ **(D)** $-3-2x \leq 0$

2. O cloreto de sódio, vulgarmente conhecido como sal ou sal de cozinha, é uma substância muito utilizada. A sua fórmula química é NaCl.

Uma molécula de NaCl tem aproximadamente $58{,}5$ unidades de massa atómica (u) e 1 u corresponde a $1{,}66 \times 10^{-24}$ gramas.

Sabendo que o átomo de sódio tem aproximadamente 40% da massa da molécula de NaCl, determina, em gramas, a massa de um átomo de sódio.

Apresenta o resultado em notação científica.

* **3.** A Figura 1 é uma fotografia da fachada de um edifício na cidade do Porto.

Na Figura 2 está representado um esquema com dois dos azulejos que compõem parte dessa fachada.

Figura 1

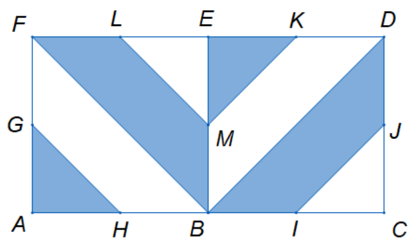


Figura 2

Os azulejos são iguais, têm a forma de um quadrado e estão divididos em dois trapézios geometricamente iguais e dois triângulos geometricamente iguais.

Indica a opção que completa corretamente a afirmação seguinte.

"O trapézio $[BIJD]$ é a imagem do trapézio $[BMLF]$ por uma ..."

(A) reflexão de eixo BE .

(B) rotação de centro B e amplitude -90° .

(C) translação associada ao vetor $\overrightarrow{BI}$.

(D) reflexão deslizante de eixo BE e vetor $\overrightarrow{MB}$.

* **4.** Resolve a seguinte equação.

$$2(x+1)^2 - x(x+4) = 4$$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

* **5.** Na Figura 3, está representada uma circunferência de centro O, a reta t, tangente a essa circunferência no ponto A, e o triângulo $[OAB]$.

Sabe-se que:

- o ponto B pertence à reta t;
- o ponto C é o ponto de interseção do segmento de reta $[OB]$ com a circunferência;
- $\overline{OB} = 10\,\text{cm}$.

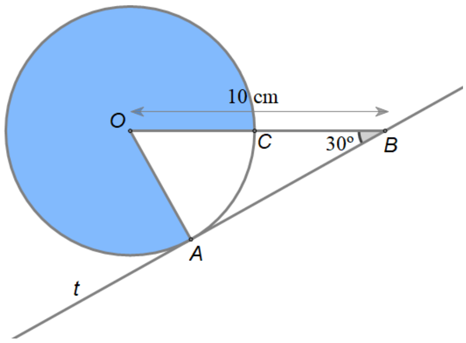


Figura 3

Determina, em cm^2, a área do setor circular colorido na figura.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Se nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva, pelo menos, três casas decimais.

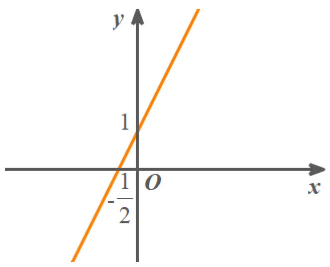
* **6.** Sendo a e b dois números reais, considera o sistema de equações seguinte:

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ y = ax + b \end{cases}$$

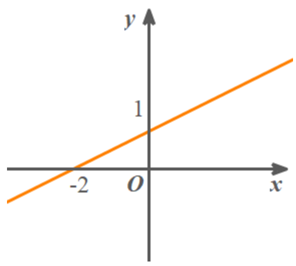
Sabe-se que o sistema é impossível.

Em qual dos referenciais pode estar representada a reta de equação $y = ax + b$?

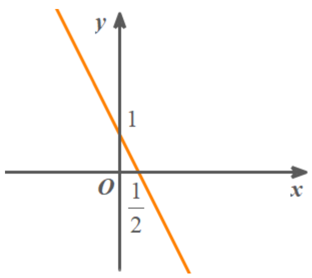
(A)



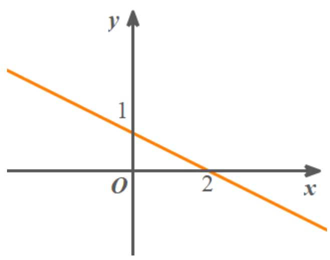
(B)



(C)



(D)



* **7.** Na Figura 4, está representado o triângulo $[ABC]$ inscrito na circunferência de centro O e diâmetro $[AC]$.

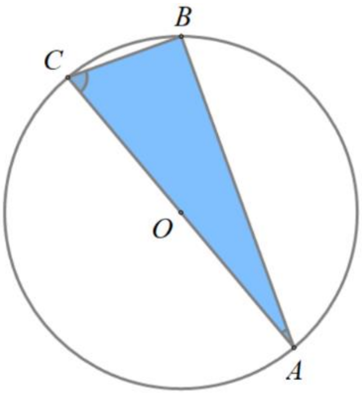


Figura 4

Para um certo número real positivo x, sabe-se que:

- as amplitudes, em graus, dos ângulos BAC e ACB são, respetivamente, $\frac{x}{2}$ e $2x-10$;
- $[BC]$ é um dos lados de um polígono regular que se pode inscrever na circunferência.

Determina a soma das amplitudes dos ângulos internos desse polígono regular.

8. O Sr. Augusto gasta todos os meses a mesma quantia, em euros, em combustível.
No gráfico da Figura 5, está representada a função de proporcionalidade inversa, f, que traduz a relação entre o número de litros de combustível com que o Sr. Augusto abastece o seu automóvel e o preço, em euros, por litro de combustível.
Para poupar, o Sr. Augusto vai abastecendo o automóvel em postos diferentes.

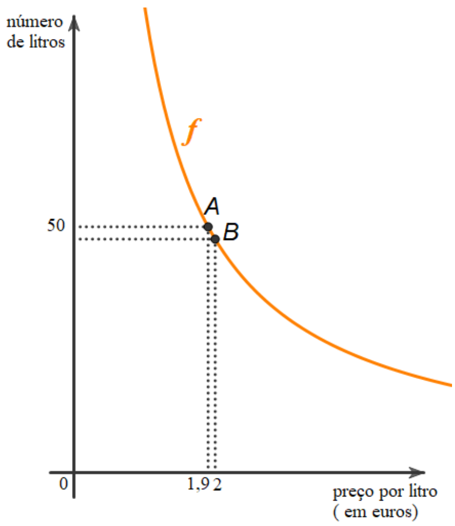
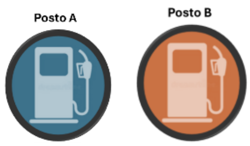


Figura 5

Os pontos, $A(1{,}9\,;50)$ e B, de abcissa 2, assinalados no gráfico, correspondem aos abastecimentos feitos nos postos de combustível A e B.



* **8.1.** Interpreta, no contexto do problema, as coordenadas do ponto A.

8.2. Determina a variação do número de litros de combustível com que o Sr. Augusto abastece o automóvel se optar pelo posto B em vez do posto A.

9. Na Figura 6, estão representados, em referencial cartesiano com origem no ponto O, parte do gráfico de uma função quadrática, g, e o triângulo $[OAB]$.

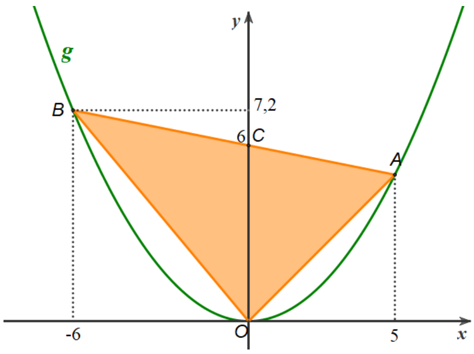


Figura 6

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao gráfico da função g e tem abcissa 5;
- o ponto B pertence ao gráfico da função g e tem coordenadas $(-6\,;7{,}2)$;
- o ponto C pertence à reta AB e tem coordenadas $(6,0)$.

* **9.1.** Qual das seguintes expressões algébricas define a função g?

(A) $g(x)=5x^2$ **(B)** $g(x)=\frac{1}{5}x^2$ **(C)** $g(x)=-5x^2$ **(D)** $g(x)=-\frac{1}{5}x^2$

9.2. Determina a área do triângulo $[OAB]$, sem recorrer à expressão algébrica da função g.

* **10.** Na Figura 7, está uma fotografia de uma cobertura para eventos ao ar livre e, na Figura 8, está representado um modelo geométrico dessa cobertura.


Figura 7

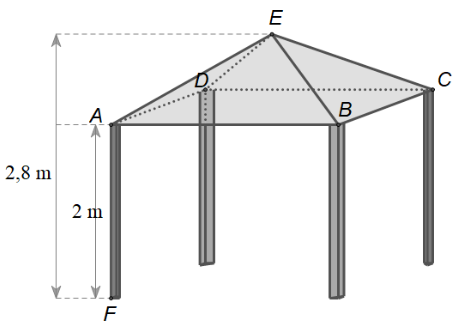


Figura 8

Sabe-se que:

- a parte superior da cobertura, feita de lona, tem a forma de uma pirâmide quadrangular regular;
- a base, $[ABCD]$, da pirâmide tem $6{,}76\ \text{m}^2$ de área;
- o vértice E está a $2{,}8\ \text{m}$ de altura;
- os suportes da cobertura têm $2\ \text{m}$ de altura.

Não considerando o desperdício em dobragens e costuras, determina, em m^2, a quantidade de lona que foi utilizada na construção da cobertura.

Apresenta o valor aproximado por excesso a menos de uma unidade. Se nos cálculos intermédios procedes a arredondamentos, conserva, pelo menos, três casas decimais.

11. Na tabela seguinte, estão representadas as alturas dos 41 jogadores que integravam, em abril de 2024, a Seleção Portuguesa de Futebol.

Altura dos jogadores da Seleção Portuguesa de Futebol

Altura (em cm)	N.º de jogadores
170	2
172	3
173	3
174	1
176	1
177	1
178	2
179	3
180	3

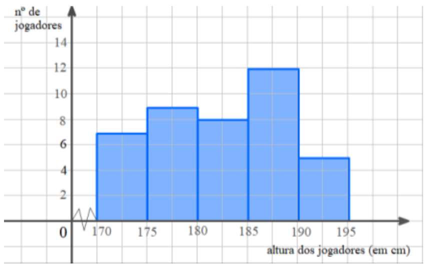
Altura (em cm)	N.º de jogadores
181	1
182	1
184	3
185	1
186	3
187	5
188	3
190	4
192	1

Fonte: https://www.fpf.pt
(acedido a 18-05-2024)

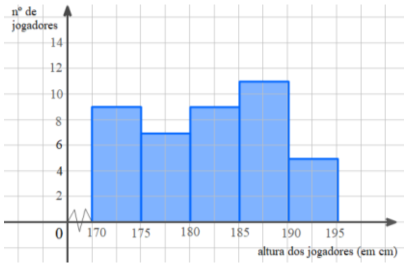
* **11.1.** Determina, em centímetros, a mediana das alturas dos jogadores representadas na tabela acima.

* **11.2.** Qual dos seguintes histogramas representa esta distribuição?

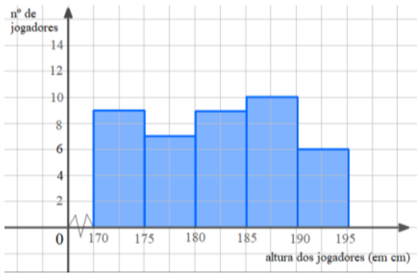
(A) Altura dos jogadores da Seleção Portuguesa de Futebol



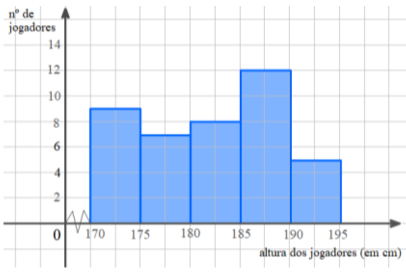
(B) Altura dos jogadores da Seleção Portuguesa de Futebol



(C) Altura dos jogadores da Seleção Portuguesa de Futebol



(D) Altura dos jogadores da Seleção Portuguesa de Futebol



11.3. Sabe-se que a média das alturas dos jogadores da Seleção Portuguesa de Futebol é aproximadamente igual a 181,56 cm.

Supõe que os dois jogadores mais baixos se lesionam e que são substituídos por outros dois jogadores, cada um deles com 190 cm.

Qual será, nesse caso, em centímetros, a média das alturas do novo conjunto de jogadores?

Apresenta o resultado arredondado às décimas. Se nos cálculos intermédios procedes a arredondamentos, conserva, pelo menos, três casas decimais.

12. Na Figura 9, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de figuras constituídas por quadrados geometricamente iguais, que segue a lei de formação sugerida.

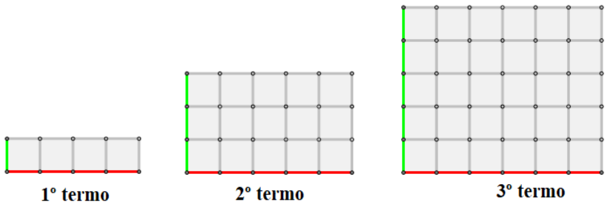


Figura 9

Escreve uma expressão que represente o número de quadrados do termo de ordem n da sequência. Apresenta a expressão na forma de polinómio reduzido.

Sugestão: Começa por escrever expressões que representem o número de segmentos (lados dos quadrados) verdes e o número de segmentos vermelhos do termo de ordem n da sequência.

13. Na tabela ao lado, está representada a distribuição dos elementos da Associação de Estudantes de uma escola básica, por sexo e ano de escolaridade.

	Rapazes	Raparigas
7º ano	2	6
8º ano	1	3
9º ano	6	3

* **13.1.** A presidente da Associação de Estudantes é a Rita, que é uma aluna do 9º ano.

Para a acompanhar e representar a Associação de Estudantes numa reunião com a Direção da escola, a Rita vai escolher, ao acaso, um dos seus colegas da Associação.

Qual é a probabilidade de ser escolhida outra rapariga?

(A) $\frac{1}{12}$ **(B)** $\frac{11}{20}$ **(C)** $\frac{12}{21}$ **(D)** $\frac{1}{11}$

13.2. Como os alunos de 9º ano têm uma Prova Final, são os alunos do 8.º ano, a Ana, a Bianca, o Carlos e a Daniela, que vão organizar a Festa de Final de Ano.

Como não chegavam a um acordo acerca de quem devia desempenhar cada tarefa, resolveram sorteá-las entre si.

Escreveram as tarefas em quatro cartões iguais, que podes observar na Figura 10, e colocaram-nas num saco opaco. De seguida, cada aluno retirou um cartão do saco.

Determina a probabilidade de as tarefas serem distribuídas da seguinte forma:

Figura 10

Ana – 1 Bianca – 2 Carlos – 3 Daniela – 4

Apresenta o resultado em percentagem, arredondado às unidades.

FIM

COTAÇÕES

<table>
<tr><td>As pontuações obtidas nas respostas a estes 12 itens contribuem obrigatoriamente para a classificação final da prova.</td><td>1.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td><td>6.</td><td>7.</td><td>8.1</td><td>9.1</td><td>10.</td><td>11.1</td><td>11.2</td><td>13.1</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td>5</td><td>5</td><td>7</td><td>7</td><td>5</td><td>7</td><td>7</td><td>5</td><td>7</td><td>7</td><td>5</td><td>5</td><td>72</td></tr>
<tr><td>Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 4 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.</td><td colspan="2">2.</td><td colspan="2">8.2.</td><td colspan="2">9.2</td><td colspan="2">11.3</td><td colspan="2">12.</td><td colspan="2">13.2</td><td>Subtotal</td></tr>
<tr><td>Cotação (em pontos)</td><td colspan="12">4 × 7 pontos</td><td>28</td></tr>
<tr><td colspan="13">TOTAL</td><td>100</td></tr>
</table>