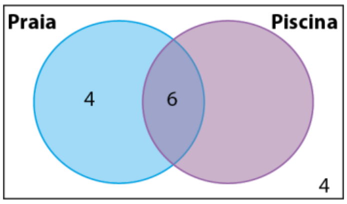
TESTE DE MATEMÁTICA
9.º ano

Nome: ______________________________ Nº:________ Turma: ______
Duração: 90 minutos Classificação: ______________________________

1. A Joana elaborou o seguinte diagrama, tendo em conta a ocupação dos tempos livres dos 22 alunos da sua turma, durante o período de verão.



1.1. Quantos alunos responderam apenas "Piscina"?

1.2. Determina a percentagem de alunos que responderam "Praia" e "Piscina". Apresenta o resultado aproximado às décimas.

1.3. Escolhendo um aluno ao acaso da turma da Joana, determina a probabilidade de esse aluno:

1.3.1. só ter respondido "Praia". Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

1.3.2. não ter respondido "Piscina". Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

2. O Sérgio colocou bolas azuis e bolas brancas num determinado saco. Se o Sérgio retirar uma bola, ao acaso, a probabilidade de a bola extraída ser azul é 0,3.

2.1. Calcula a probabilidade de o Sérgio extrair uma bola branca.

2.2. Sabe-se que o saco contém 6 bolas azuis.

2.2.1. Qual é o número de bolas brancas existentes no saco?

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

Edições ASA • 2020

2.2.2. O Sérgio extrai, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco. Determina a probabilidade de:

a) as duas bolas serem azuis. Apresenta o resultado na forma de uma fração irredutível.

Sugestão: Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore.

b) ser uma bola de cada cor. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Sugestão: Começa por construir uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore.

3. Na tabela estão representados alguns valores de duas grandezas x e y inversamente proporcionais.

x	1,6	3,2	b
y	a	2,5	1,25

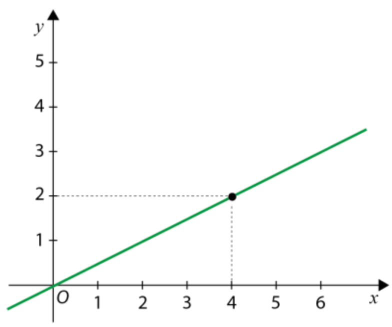
3.1. Determina os valores de a e de b.

3.2. Seja g a função que a cada valor de x faz corresponder um valor de y. Escreve a expressão algébrica que define a função g representada na tabela dada.

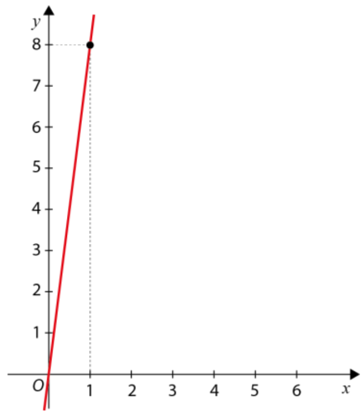
3.3. Verifica se o ponto de coordenadas $(2, 6)$ pertence ao gráfico da função g.

3.4. Qual dos gráficos seguintes pode representar a função g?

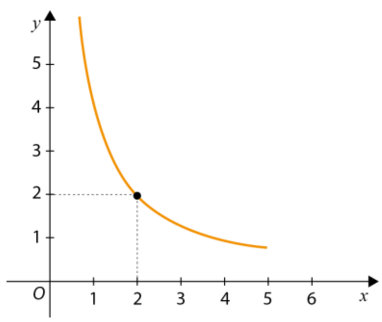
[A]



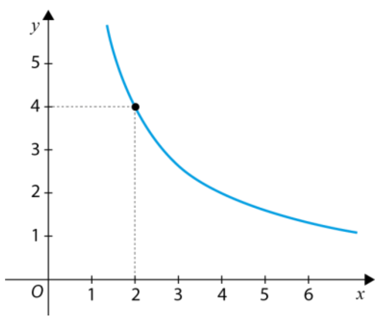
[B]



[C]



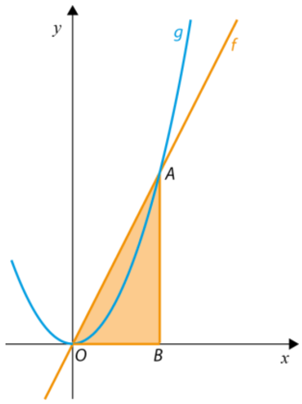
[D]



Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

4. Na figura estão representados, num referencial cartesiano, parte dos gráficos de uma função de proporcionalidade direta *f*, de uma função quadrática g e o triângulo [*ABO*].

Sabe-se que:

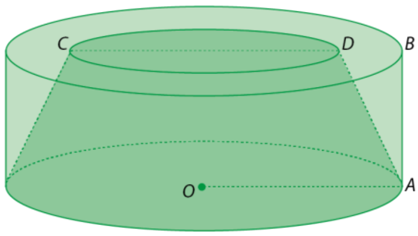


- *O* é a origem do referencial;
- o ponto *A* resultou da interseção dos gráficos das duas funções;
- a função *f* é dada pela expressão $f(x) = 2x$;
- a função *g* é dada pela expressão $g(x) = x^2$;
- o triângulo [*ABO*] é retângulo em *B*.

Determina a área do triângulo [*ABO*].

5. Observa a figura, em que estão representados um cilindro e um tronco de cone com uma base comum e a mesma altura.

Sabe-se que:



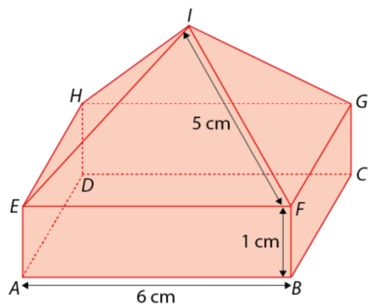
- $\overline{OA} = 6 \text{ cm}$
- $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$
- $\overline{CD} = 8 \text{ cm}$

Determina o volume do cilindro não ocupado pelo tronco de cone.

Apresenta o resultado em cm^3, aproximado às unidades.

6. Na figura encontra-se representado o sólido $[ABCDEFGHI]$, que pode ser decomposto numa pirâmide quadrangular regular $[EFGHI]$ e num prisma quadrangular reto $[ABCDEFGH]$. O sólido não está desenhado à escala.

Sabe-se que:



- a base da pirâmide coincide com uma das faces do prisma;
- $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$;
- $\overline{BF} = 1 \text{ cm}$;
- $\overline{IF} = 5 \text{ cm}$.

6.1. Indica a posição relativa:

6.1.1. das retas *AB* e *HG*; ______________________________

6.1.2. das retas *EF* e *GI*; ______________________________

6.1.3. da reta *AE* com o plano *FGH*; ______________________________

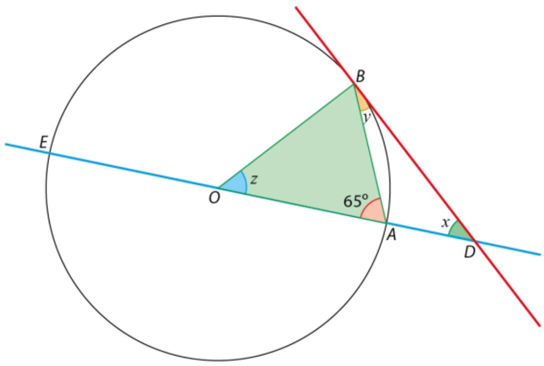
6.1.4. dos planos *EFI* e *GHI*. ______________________________

6.2. Determina o volume do prisma quadrangular reto $[ABCDEFGH]$.

6.3. Determina a área total da superfície do sólido $[ABCDEFGHI]$.

7. Na figura está representada uma circunferência de centro *O* e raio 5 cm. Sabe-se que:

- a reta *DB* é tangente à circunferência no ponto *B*;
- os pontos *A*, *B* e *E* pertencem à circunferência;
- as retas *OA* e *BD* intersetam-se no ponto *D*;
- $B\hat{A}O = 65°$;
- $\overline{OD} = 13$ cm.



7.1. Qual é a amplitude do arco *BE*?

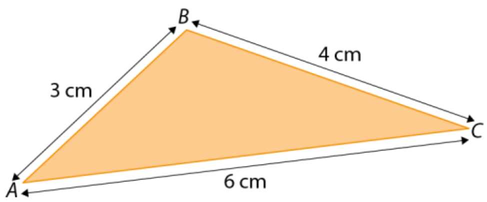
7.2. Determina as amplitudes de x, y e z.

7.3. A área do triângulo [*BOD*] é igual a:

[A] $30\ \text{cm}^2$ **[B]** $60\ \text{cm}^2$ **[C]** $65\ \text{cm}^2$ **[D]** $32{,}5\ \text{cm}^2$

8. Considera o triângulo [*ABC*] da figura.

Sabe-se que:

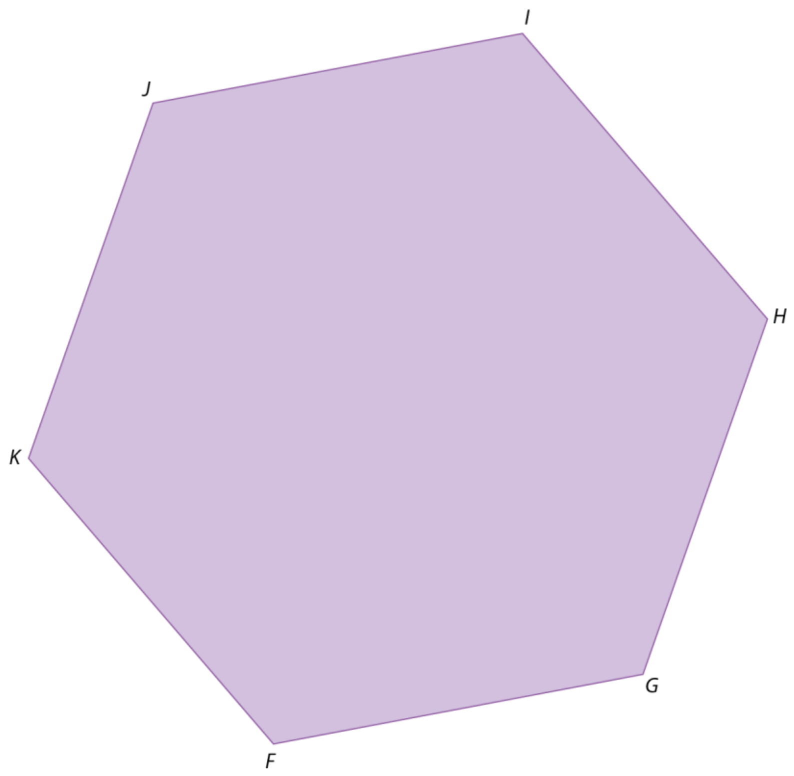


- $\overline{AB} = 3$ cm
- $\overline{BC} = 4$ cm
- $\overline{AC} = 6$ cm

Determina e assinala o incentro do triângulo [*ABC*].

Utiliza material de desenho.

9. Considera o hexágono regular [*FGHIJK*] da figura, com 5 cm de lado.



Representa o conjunto de pontos do hexágono [*FGHIJK*] que obedecem às seguintes condições:

- estão mais próximos de *F* do que de *G*;
- estão a menos de 6 cm do ponto *H*.

10. Considera a seguinte inequação:

$$\frac{x}{2} - 3 \leq 1 - \left(2x - \frac{1}{3}\right)$$

10.1. Sem resolveres a inequação, verifica se -1 é solução.

10.2. Resolve a inequação e apresenta o conjunto-solução sob a forma de um intervalo de números reais.

11. Considera os conjuntos $A = [-2, +\infty[$ e $B =]-\pi, \sqrt{2}[$.

11.1. Indica o menor inteiro que pertence ao conjunto *B*.

11.2. Escreve na forma de um intervalo de números reais o conjunto:

11.2.1. $A \cap B$

11.2.2. $A \cup B$

Questão	1.1	1.2	1.3.1	1.3.2	2.1	2.2.1	2.2.2 a)	2.2.2 b)	3.1	3.2	3.3	3.4	4.	5.	6.1.1
Cotação	3	3	3	3	2	2	3	3	4	4	3	4	5	6	1
Questão	6.1.2	6.1.3	6.1.4	6.2	6.3	7.1	7.2	7.3	8.	9.	10.1	10.2	11.1	11.2.1	11.2.2
Cotação	1	1	1	2	5	3	4	4	6	6	3	4	3	4	4

Proposta de Resolução

1.

1.1. Como, no total, são 22 alunos, então $22 - 4 - 6 - 4 = 8$.

Assim, 8 alunos responderam que apenas preferem "Piscina".

1.2. Como 6 alunos, num total de 22, responderam "Praia" e "Piscina", então $\frac{6}{22} \approx 0{,}273$, ou seja, aproximadamente, 27,3%.

1.3.

1.3.1. A: "escolher um aluno que só respondeu "Praia""

$$P(A) = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$$

1.3.2. B: "escolher um aluno que respondeu "Piscina""

$$P(B) = \frac{14}{22} = \frac{7}{11}$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{7}{11} = \frac{11}{11} - \frac{7}{11} = \frac{4}{11}$$

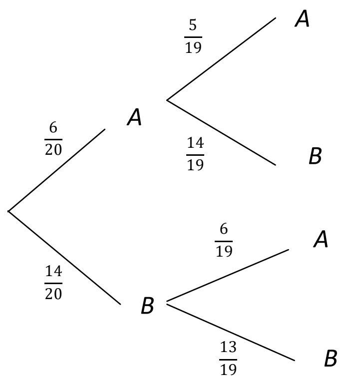
2.

2.1. A: "extrair uma bola azul"

B: "extrair uma bola branca"

$P(A) = 0{,}3$. Então, $P(B) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

2.2. Representemos os dados num diagrama de árvore:



2.2.1. Se a 6 bolas azuis corresponde uma probabilidade de 0,3, então, a uma probabilidade de 0,7 corresponderão 14 bolas brancas.

2.2.2.

a) $P(\text{extrair duas bolas azuis}) = \frac{6}{20} \times \frac{5}{19} = \frac{3}{38}$

b) $P(\text{extrair uma bola de cada cor}) = \left(\frac{6}{20} \times \frac{14}{19}\right) \times 2 = \frac{42}{95}$

3.

3.1. Como x e y são variáveis inversamente proporcionais, então $x \times y = 3{,}2 \times 2{,}5 = 8$.

Logo, $a = \frac{8}{1{,}6} = 5$ e $b = \frac{8}{1{,}25} = 6{,}4$.

3.2. Como as variáveis x e y são inversamente proporcionais, então a função g é uma função de proporcionalidade inversa, ou seja, é uma função do tipo $y = \frac{a}{x}, a \neq 0$ e $x \neq 0$.

A constante de proporcionalidade inversa é 8, logo $g(x) = \frac{8}{x},\ x \neq 0$.

3.3. $g(2) = \frac{8}{2} = 4 \neq 6$, logo o ponto $(2, 6)$ não pertence ao gráfico da função g.

3.4. Opção [D]

As opções [A] e [B] não são gráficos de g, uma vez que o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa é uma parábola e não uma reta.

A opção [C] não é o gráfico de g, uma vez que o ponto de coordenadas $(2, 2)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade é $a = 2 \times 2 = 4$ e não 8.

4. Como o ponto *A* resultou da interseção dos gráficos das duas funções, então:

$$\begin{aligned} g(x) = f(x) &\Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \\ &\Leftrightarrow x(x-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x = 2 \end{aligned}$$

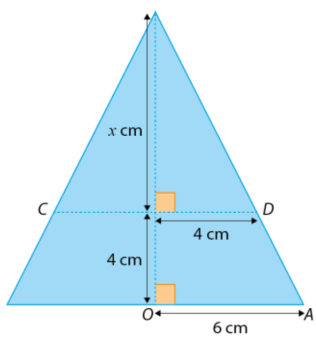
A abcissa do ponto *A* é 2, uma vez que é positiva.

$f(2) = 2 \times 2 = 4$

Assim, o ponto *A* tem coordenadas $(2, 4)$ e o ponto *B*, como pertence ao eixo das abcissas, tem coordenadas $(2, 0)$. Então, $\overline{OB} = 2$ e $\overline{AB} = 4$.

A área do triângulo [*ABO*] é igual a $\frac{\overline{OB} \times \overline{AB}}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$ u. a.

5. Como [*CD*]//[*AO*], obtemos dois triângulos semelhantes, pelo critério AA. Os comprimentos dos lados são diretamente proporcionais, então:



$$\frac{x+4}{x} = \frac{6}{4} \Leftrightarrow 4x + 16 = 6x \Leftrightarrow x = 8$$

A altura do cone maior é $8 + 4 = 12$ cm.

$$\begin{aligned} V_{\text{cone maior}} &= \frac{1}{3} A_b \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 12 = \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12 = \\ &= \frac{432}{3}\pi = \\ &= 144\pi \end{aligned}$$

$$V_{\text{cone menor}} = \frac{1}{3}A_b \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 8 =$$
$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8 =$$
$$= \frac{128}{3}\pi$$

$$V_{\text{tronco cone}} = V_{\text{cone maior}} - V_{\text{cone menor}} = 144\pi - \frac{128}{3}\pi =$$
$$= \frac{432}{3}\pi - \frac{128}{3}\pi =$$
$$= \frac{304}{3}\pi$$

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \times \text{Altura} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 6^2 \times 4 = 144\pi$$

$$V_{\text{cilindro não ocupado pelo tronco}} = V_{\text{cilindro}} - V_{\text{tronco cone}} = 144\pi - \frac{304}{3}\pi =$$
$$= \frac{432}{3}\pi - \frac{304}{3}\pi =$$
$$= \frac{128}{3}\pi$$
$$\approx 134$$

O volume do cilindro não ocupado pelo tronco de cone é aproximadamente 134 cm^3.

6.

6.1.

6.1.1. Paralelas

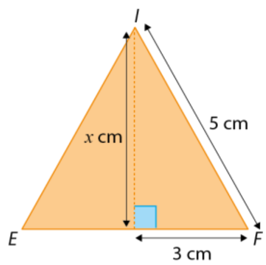
6.1.2. Não complanares

6.1.3. Perpendicular

6.1.4. Concorrentes

6.2. $\text{Volume}_{[ABCDEFGH]} = A_b \times h = 6 \times 6 \times 1 = 36 \text{ cm}^3$

6.3. Pelo teorema de Pitágoras:



$$5^2 = 3^2 + x^2 \Leftrightarrow 25 = 9 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 25 - 9$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 16$$
$$\Leftrightarrow x = 4, x > 0$$

$\text{Área}_{[ABFE]} = 6 \times 1 = 6 \text{ cm}^2$

$\text{Área}_{[EFI]} = \frac{6\times4}{2} = 12 \text{ cm}^2$

$\text{Área}_{[ABCD]} = 6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$

$\text{Área}_{\text{total}} = 36 + 4 \times 6 + 4 \times 12 = 108 \text{ cm}^2$

7.

7.1. $\widehat{BE} = B\hat{A}O \times 2 = 65° \times 2 = 130°$

7.2. [*OB*] e [*AO*] são raios da circunferência, logo $O\hat{B}A = 65°$.

$\hat{z} = 180° - 2 \times 65° = 50°$

$O\hat{B}D = 90°$

$\hat{y} = 90° - 65° = 25°$

$\hat{x} = 180° - 50° - 90° = 40°$

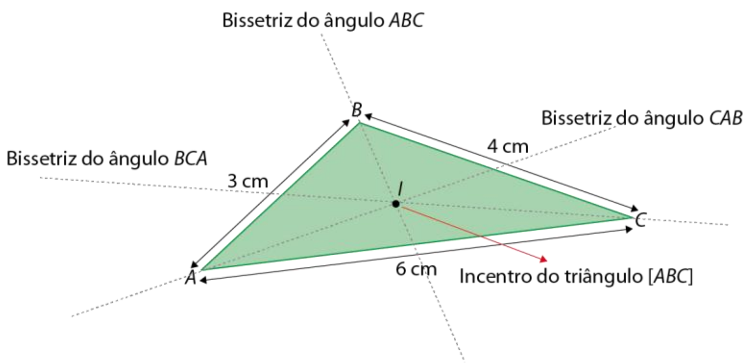
7.3. Opção [A]

Pelo teorema de Pitágoras:

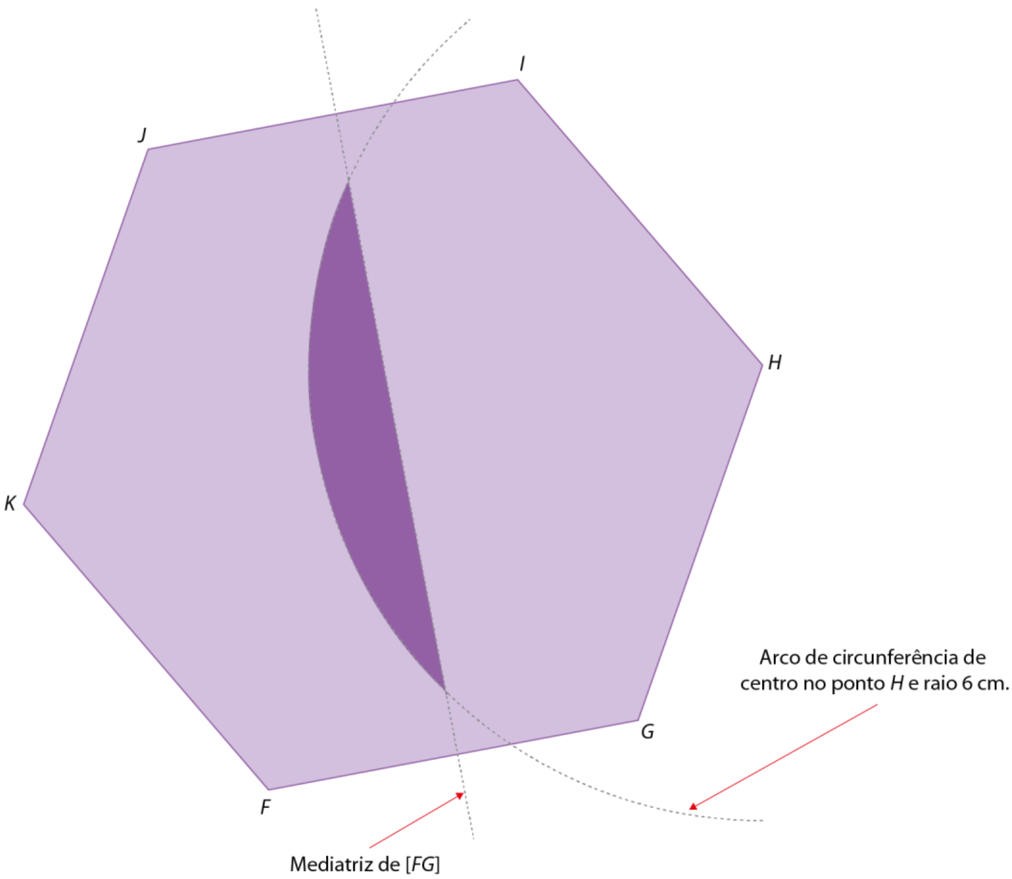
$$13^2 = 5^2 + x^2 \Leftrightarrow 169 = 25 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 169 - 25$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 144$$
$$\Leftrightarrow x = 12,\ x > 0$$

A área do triângulo [*BOD*] é igual a $\frac{\text{base}\times\text{altura}}{2} = \frac{\overline{OB}\times\overline{BD}}{2} = \frac{5\times 12}{2} = 30 \text{ u. a.}$

8.



9.



10.

10.1. $\frac{-1}{2} - 3 \leq 1 - \left(2 \times (-1) - \frac{1}{3}\right)$

$-\frac{1}{2} - 3 \leq 1 - \left(-2 - \frac{1}{3}\right)$

$-\frac{1}{2} - \frac{6}{2} \leq 1 - \left(-\frac{6}{3} - \frac{1}{3}\right)$

$-\frac{7}{2} \leq 1 - \left(-\frac{7}{3}\right)$

$-\frac{7}{2} \leq 1 + \frac{7}{3}$

$-\frac{7}{2} \leq \frac{3}{3} + \frac{7}{3}$

$-\frac{7}{2} \leq \frac{10}{3}$, que é verdadeiro.

Logo, -1 é solução da inequação.

10.2. $\frac{x}{2} - 3 \leq 1 - \left(2x - \frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 3 \leq 1 - 2x + \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{3x}{6} - \frac{18}{6} \leq \frac{6}{6} - \frac{12}{6}x + \frac{2}{6}$

$\Leftrightarrow 3x - 18 \leq 6 - 12x + 2$

$\Leftrightarrow 3x + 12x \leq 6 + 2 + 18$

$\Leftrightarrow 15x \leq 26$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{26}{15}$

$\text{C.S.} = \left]-\infty, \frac{26}{15}\right]$

11.

11.1. -3, pois $-\pi = -3{,}14\ldots$

11.2.

11.2.1. $A \cap B = [-2, +\infty[\ \cap\ ]-\pi, \sqrt{2}[= [-2, \sqrt{2}[$

11.2.2. $A \cup B = [-2, +\infty[\ \cup\ ]-\pi, \sqrt{2}[=]-\pi, +\infty[$