1.

1.1. $20 - (8 + 4 + 6) = 20 - 18 = 2$

$2 \div 20 = 0{,}10$

10% dos alunos da turma da Ana têm três irmãos.

1.2. O primeiro quartil corresponde a 25% dos dados ordenados por ordem crescente.

Como $8 \div 20 = 0{,}4$, ou seja, corresponde a 40%, o primeiro quartil é 0 (zero).

1.3. $\frac{8\times0+4\times1+6\times2+2\times3}{20} \approx 1$

A média do número de irmãos dos alunos da turma da Ana é, aproximadamente, 1.

2.

×	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
1	X	2	3	4	5
2		X	6	8	10
3			X	12	15
4				X	20
5					X

Casos favoráveis

Seja A o acontecimento: "o produto obtido ser um número menor do que 10".

Então, $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

3.

3.1.

3.1.1. Seja B o acontecimento: "selecionar um rapaz".

Então, $P(B) = \frac{20}{70} = \frac{2}{7}$.

3.1.2. Seja C o acontecimento: "selecionar uma rapariga que pratica artes marciais".

Então, $P(C) = \frac{6}{70} = \frac{3}{35}$.

3.2. A atividade é a dança, pois se considerarmos o acontecimento D: "selecionar um rapaz, sabendo que pratica dança", então $P(D) = \frac{4}{16} = 0{,}25$, ou seja, 25%.

3.3. Sabendo que os alunos selecionados praticam dança, consideremos os seguintes acontecimentos:

- E: "serem selecionados dois rapazes".

Então, $P(E) = \frac{4}{16} \times \frac{3}{15} = \frac{12}{240} = \frac{1}{20}$.

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

- F: “serem selecionadas duas raparigas”.

  Então, $P(F) = \frac{12}{16} \times \frac{11}{15} = \frac{132}{240} = \frac{11}{20}$.

- G: “serem selecionados dois alunos do mesmo sexo”.

  Assim, $P(G) = \frac{1}{20} + \frac{11}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

4.

4.1. Como f é uma função de proporcionalidade inversa, pode ser dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}, a > 0$ e $x \neq 0$.

O ponto de coordenadas $(2, 6)$ pertence ao gráfico da função. Então:

$6 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 6 \times 2 \Leftrightarrow a = 12$

Logo, $f(x) = \frac{12}{x}, x \neq 0$

4.2. Opção [B]

[A] Não é o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(2, 2)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade seria $a = 2 \times 2 = 4$, e não 12.

[B] É o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(3, 4)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade é $a = 3 \times 4 = 12$.

[C] Não é o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(3, 1)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade seria $a = 3 \times 1 = 3$, e não 12.

[D] Não é o gráfico de f, porque o ponto de coordenadas $(3, 2)$ pertence ao gráfico, logo a constante de proporcionalidade seria $a = 3 \times 2 = 6$, e não 12.

5.

5.1. Opção [B]

Na figura encontra-se representada uma função de proporcionalidade inversa. Desta forma, a função pode ser dada por uma expressão da forma $f(x) = \frac{a}{x}, a > 0$ e $x \neq 0$.

Como o ponto de coordenadas $(1, 2)$ pertence ao gráfico da função, então:

$2 = \frac{a}{1} \Leftrightarrow a = 2 \times 1 \Leftrightarrow a = 2$

5.2. O ponto A pertence ao gráfico de ambas as funções e tem coordenadas $(1, 2)$.

A função g é dada por uma expressão da forma $g(x) = ax^2, a > 0$.

Determinemos o valor de a: $2 = a \times 1^2 \Leftrightarrow a = 2$

Assim, a expressão algébrica da função g é $g(x) = 2x^2$.

6. O ponto A pertence ao gráfico da função f e tem ordenada $\frac{3}{4}$. Determinemos a abcissa do ponto A:

$$\frac{3}{4} = 3x^2 \Leftrightarrow \frac{3}{12} = x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{1}{4}} \ \vee \ x = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \ \vee \ x = \frac{1}{2}.$$

Como o ponto A tem abcissa positiva, então $A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.

Como o ponto B é a imagem do ponto A por uma reflexão em relação ao eixo das abcissas, a abcissa de B é igual à abcissa de A e a ordenada de B é simétrica, ou seja, o ponto B tem coordenadas $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}\right)$.

$$\text{Área}_{[ABO]} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{\left(\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{6}{4}\times\frac{1}{2}}{2} =$$

$$= \frac{\frac{6}{8}}{2} =$$

$$= \frac{6}{16} =$$

$$= \frac{3}{8}$$

A área do triângulo $[ABO]$ é $\frac{3}{8}$ u. a.

7. $5 + 2(1-x)^2 = 2x \Leftrightarrow 5 + 2(1 - 2x + x^2) = 2x$

$$\Leftrightarrow 5 + 2 - 4x + 2x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 2x + 5 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times2\times7}}{2\times2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6\pm\sqrt{36-56}}{4}$$

$\Leftrightarrow x = \frac{6\pm\sqrt{-20}}{4}$, que é uma equação impossível.

$\text{C.S.} = \{ \quad \}$

8.

8.1. Para que a equação $x^2 + (a-2)x + 8 = 0$ seja incompleta, é necessário que o termo em x seja nulo, ou seja, $a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

8.2. Se $a = 8$, então $x^2 + (8-2)x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 8 = 0$.

O número de soluções de uma equação de segundo grau pode ser determinado através do binómio discriminante, Δ.

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = 6^2 - 4 \times 1 \times 8 =$$
$$= 36 - 32 =$$
$$= 4$$

Como $\Delta > 0$, a equação $x^2 + (a-2)x + 8 = 0$, para $a = 8$, tem duas soluções distintas.

8.3. Se $a = 11$, então $x^2 + (11-2)x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 9x + 8 = 0$.

Aplicando a fórmula resolvente, temos:

$$x^2 + 9x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{81-32}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{49}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm 7}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{2} \ \vee \ x = \frac{-16}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = -1 \ \vee \ x = -8$$

$\text{C.S.} = \{-8, -1\}$

9.

9.1.

9.1.1. Retas concorrentes.

9.1.2. Retas não complanares.

9.1.3. Reta paralela.

9.1.4. Planos perpendiculares.

9.2. Opção [C]

A face [*EDJF*] é um quadrado de lado $2x + 3$, logo a sua área é igual a:

$$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

9.3. $\text{Volume}_{[ACDEFGIJ]} = \text{Área}_{\text{base}} \times \text{altura} = \overline{ED} \times \overline{DJ} \times \overline{CD} = 8 \times 8 \times 3 = 192$

$\text{Volume}_{[ABCGHI]} = \text{Área}_{\text{base}} \times \text{altura} = \text{Área}_{[ABC]} \times \overline{CI} = 8 \times 8 = 64$

$\text{Volume}_{[ACDEFGIJ]} + \text{Volume}_{[ABCGHI]} = 192 + 64 = 256$

O volume total do sólido é 256 cm^3.