

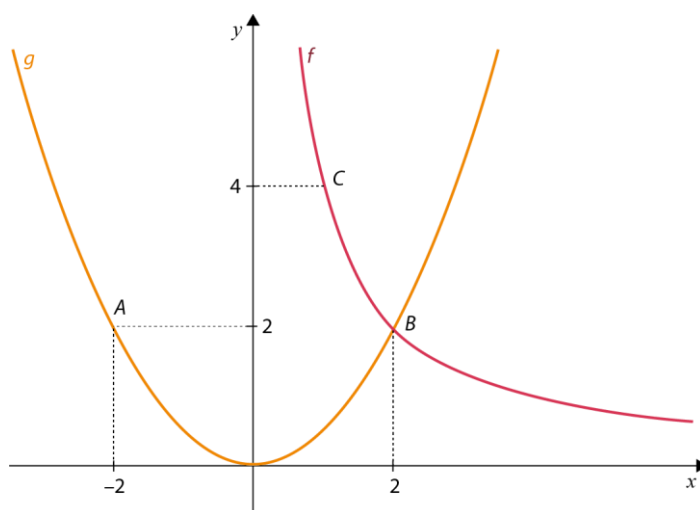
Questão de aula n.º 1

1. O tempo, T , em segundos, que uma cafeteira elétrica demora para ferver uma determinada quantidade constante de água é inversamente proporcional à sua potência, P , em watts. Sabe-se que, se a cafeteira tiver 1200 W de potência, demora 420 segundos a ferver a água. Quanto tempo demorará a cafeteira a ferver a água se tiver apenas 900 W de potência? Apresenta todos os cálculos que efetuares.

2. Na figura estão representadas, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções, f e g .

Sabe-se que:

- a função f é uma função de proporcionalidade inversa;
- a função g é uma função quadrática definida por $g(x) = ax^2$, sendo a um número racional positivo;
- os pontos A , de coordenadas $(-2, 2)$, e B , de abcissa 2, pertencem ao gráfico de g ;
- os pontos B , de abcissa 2, e C , de ordenada 4, pertencem ao gráfico de f ;



- a) Determina o valor de a . Mostra como chegaste à tua resposta.
- b) Determina a abcissa do ponto C . Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Questão de aula n.º 2

1. Resolve cada uma das seguintes equações.

a) $(x - 2)^2 - 25 = 0$

b) $4x^2 - 16x = 0$

2. Considera a seguinte equação do 2.º grau, na incógnita x :

$$2x^2 + ax + 2 = 0$$

Sabe-se que a equação admite uma única solução.

a) Indica um possível valor de a . Mostra como chegaste à tua resposta.

b) Considerando o valor de a que indicaste na alínea anterior, resolve a equação.

(Nota: se não resolvesse a alínea anterior, considera $a = -4$.)

3. Na figura estão representados, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções f e g , e o ponto A , que pertence, em simultâneo, aos gráficos de f e de g .

Sabe-se que:

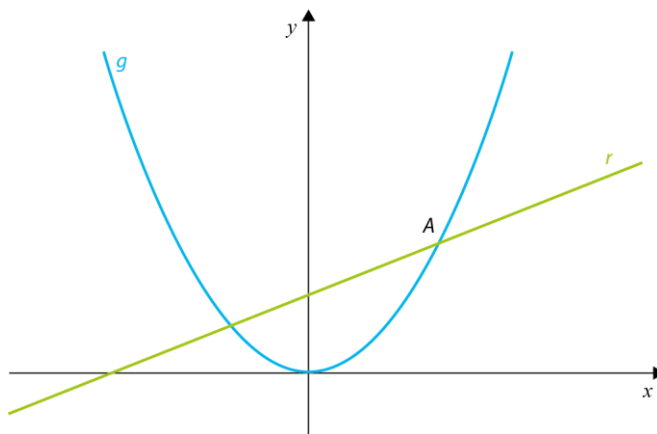
- a função f é uma função afim

definida por $f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$;

- a função g é uma função quadrática definida por $g(x) = \frac{1}{2}x^2$.

Determina a abscissa do ponto A .

Mostra como chegaste à tua resposta.



Propostas de resolução

Questão de aula n.º 1

1. Como o tempo, T , é inversamente proporcional à potência, P , temos que $T \times P$ é constante.

Uma cafeteira elétrica, com 1200 W de potência, demora 420 segundos a ferver a água.

Assim, a nossa constante de proporcionalidade inversa é $1200 \times 420 = 504\,000$.

Para descobrir o tempo necessário, T , para ferver a água, se a cafeteira tiver 900 W de potência, basta resolver a equação $900 \times T = 504\,000$.

Assim, $T = \frac{504\,000}{900} = 560$. São, então, necessários 560 segundos para ferver a água.

- 2.

- a) O ponto $A(-2,2)$ pertence ao gráfico da função g . Então, $g(-2) = 2$, ou seja:

$$a \times (-2)^2 = 2 \Leftrightarrow a \times 4 = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{4} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

- b) A função g é definida por $g(x) = \frac{1}{2}x^2$. O ponto B , de abcissa 2, pertence ao gráfico de g .

Então:

$$g(2) = \frac{1}{2} \times 2^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

Logo, 2 é a ordenada do ponto B .

A função f é uma função de proporcionalidade inversa. Então, é da forma $f(x) = \frac{k}{x}$.

Como o ponto $B(2, 2)$ é um ponto do gráfico de f , temos que:

$$2 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 2 \times 2 \Leftrightarrow k = 4$$

Assim, a função f fica definida pela expressão $f(x) = \frac{4}{x}$.

A ordenada do ponto C é 4 e C pertence ao gráfico de f . Assim:

$$4 = \frac{4}{x} \Leftrightarrow 4x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{4} \Leftrightarrow x = 1$$

A abcissa do ponto C é 1.

Questão de aula n.º 2

- 1.

$$\begin{aligned} \text{a) } (x-2)^2 - 25 = 0 &\Leftrightarrow ((x-2) - 5)((x-2) + 5) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-2) - 5 = 0 \vee (x-2) + 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow x - 7 = 0 \vee x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 7 \vee x = -3 \end{aligned}$$

$$C. S. = \{-3, 7\}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 4x^2 - 16x = 0 &\Leftrightarrow x(4x - 16) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 4x - 16 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee 4x = 16 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{16}{4} \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4
 \end{aligned}$$

$$\text{C. S.} = \{0, 4\}$$

2.

a) Como a equação admite uma única solução, temos que $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Assim:

$$\begin{aligned}
 a^2 - 4 \times 2 \times 2 = 0 &\Leftrightarrow a^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (a - 4)(a + 4) = 0 \\
 &\Leftrightarrow a - 4 = 0 \vee a + 4 = 0 \\
 &\Leftrightarrow a = 4 \vee a = -4
 \end{aligned}$$

Um possível valor de a é 4.

$$\begin{aligned}
 \text{b) } 2x^2 + 4x + 2 = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{4} \\
 &\Leftrightarrow x = -1
 \end{aligned}$$

$$\text{C. S.} = \{-1\}$$

3. A abscissa do ponto A corresponde à solução da equação $f(x) = g(x)$. Assim:

$$\begin{aligned}
 f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \frac{2}{5}x + \frac{6}{5} = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow 4x + 12 = 5x^2 \\
 &(\times 2)(\times 2)(\times 5) \\
 &\Leftrightarrow -5x^2 + 4x + 12 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \times (-5) \times 12}}{-10} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{-10} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 16}{-10} \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{-4 + 16}{-10} \vee x = \frac{-4 - 16}{-10} \\
 &\Leftrightarrow x = -1,2 \vee x = 2
 \end{aligned}$$

Como a abscissa do ponto A é positiva, então $x = 2$.