



www.esffranco.edu.pt
(2020/2021)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 6

1.º Período

30/11/2020

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. O Balbino aceitou trabalhar, em *part-time*, para uma empresa durante 3 quaisquer dias por semana, mas ele não quer trabalhar nem ao sábado nem ao domingo.

Sabendo que a escolha da empresa é feita ao acaso, qual é a probabilidade de o Balbino não trabalhar nem ao sábado nem ao domingo?

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{4}{7}$

2. Foi efetuado um estudo para conhecer a adesão a uma loja de produtos para o cabelo, tendo-se concluído que:

- três quartos dos clientes eram mulheres;
- um terço dos clientes eram homens ou não tinham o cabelo castanho;
- um em cada 36 clientes eram homens e não tinham o cabelo castanho.

Escolhe-se um qualquer cliente do estudo referido.

Considere os acontecimentos seguintes.

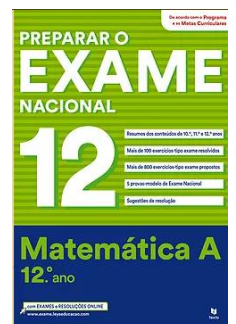
M : «O cliente é uma mulher.»

C : «O cliente tem cabelo castanho.»

- 2.1. Qual é a probabilidade, em percentagem e arredondado às unidades, de o cliente ser uma mulher ou ter o cabelo castanho?

- (A) 84% (B) 86% (C) 97% (D) 99%

- 2.2. Averigue se os acontecimentos M e C são independentes.



3. 3.1. Seja E o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos desse espaço.

Sabe-se que $P(A) = P(B | \bar{A})$.

Mostre que $P(A \cup B) = 2P(A) - [P(A)]^2$.

3.2. Sobre os estudantes de uma universidade portuguesa, sabe-se que:

- 5% são estrangeiros (e os restantes portugueses);
- de entre os estudantes portugueses, 5% estão a frequentar cursos de pós-graduação;
- os estrangeiros a frequentar cursos de pós-graduação são a quarta parte de todos os que estão a frequentar cursos de pós-graduação.

Escolhe-se, ao acaso, um estudante dessa universidade portuguesa.

Qual é a probabilidade de ele estar a frequentar um curso de pós-graduação?

Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Nota: Se o desejar, utilize a igualdade referida em 3.1.. Neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos A e B , no contexto da situação apresentada.

4. Numa certa turma, há 16 alunos que têm uma calculadora de marca Numworks.

4.1. Suponha que a turma tem, no total, 25 alunos, onde 60% são rapazes que têm uma calculadora Numworks.

Para a elaboração de um trabalho, vão ser selecionados 5 alunos ao acaso.

Considere os acontecimentos seguintes.

A : «Os 5 alunos selecionados têm uma calculadora Numworks.»

B : «Os 5 alunos selecionados são rapazes.»

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, determine, justificando, o valor de $P(B | A)$.

Apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

4.2. Admita agora que a turma tem, no total, n alunos, onde aqueles que têm uma Numworks estão em maioria.

Para uma aula, vão entrar na sala dois dos n alunos, um de cada vez.

Sabendo que a probabilidade de apenas um deles ter uma Numworks é igual a $\frac{8}{21}$, determine o número de alunos na turma que não tem uma calculadora Numworks.

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação.

5. Uma arca frigorífica foi aberta durante algumas horas e a temperatura interior começou imediatamente a aumentar.

Admita que essa temperatura interior, em graus Celsius, t horas após a abertura da arca, foi dada pela função definida por

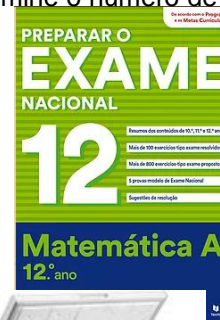
$$f(t) = t^3 + 0,2t^2 + 0,5t - 20, \text{ com } t \geq 0.$$

5.1. Qual foi o aumento médio da temperatura, em graus Celsius por hora, da arca frigorífica nas primeiras duas horas após a sua abertura?

- (A) 9,8 (B) 4,9 (C) -5,1 (D) -10,2

5.2. Calcule, analiticamente, $f'(1)$.

Interprete o resultado no contexto do problema.



6. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{6\}$, definida por $h(x) = \frac{4x+3}{x-6}$.

6.1. O gráfico de h admite apenas duas assíntotas.

Quais são as suas equações?

(A) $x = 6$ e $y = 4$

(B) $x = 6$ e $y = 4x - 6$

(C) $x = -6$ e $y = 4$

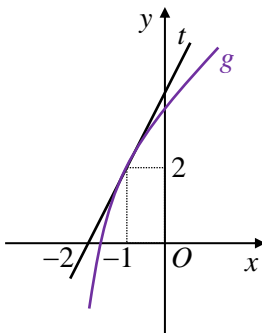
(D) $x = -6$ e $y = 4x - 6$

6.2. Usando processos analíticos, determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de h no ponto de abscissa 3.

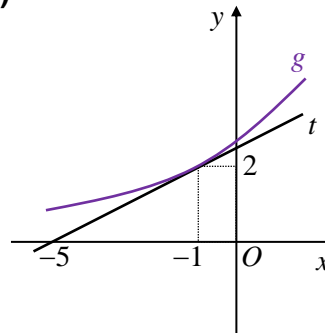
7. Seja g uma função diferenciável em \mathbb{R} e tal que $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{g(x)-2} = \frac{1}{g(-1)}$.

Em qual das opções pode estar representada parte do gráfico da função g e a reta t , tangente ao seu gráfico no ponto de abscissa -1 ?

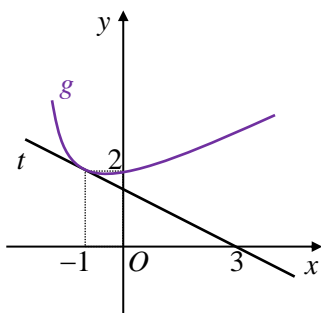
(A)



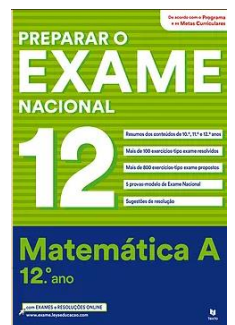
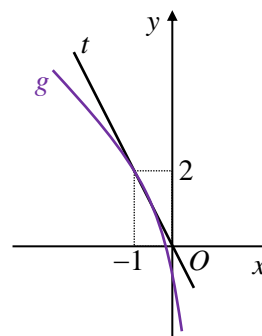
(B)



(C)



(D)



8. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$, definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{4x^3-8x-16}{4-x^2} & \text{se } x < 2 \\ -10 & \text{se } x = 2 \\ \frac{x-2}{5-\sqrt{x+23}} & \text{se } x > 2 \end{cases}$.

Resolva as alíneas 8.1., 8.2. e 8.3. usando processos exclusivamente analíticos.

8.1. O gráfico de f tem uma assíntota oblíqua, quando $x \rightarrow -\infty$, que passa na origem do referencial. Determine a sua equação reduzida.

8.2. Justifique que f é contínua no ponto de abscissa 2.

8.3. Prove que a equação $f(x) = -6$ é possível em $]0,13[$.

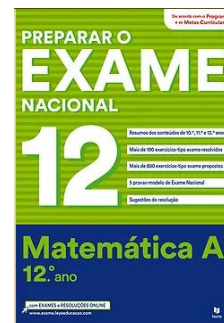
8.4. O gráfico da função f intersesta a reta de equação $y = 6x$ num ponto em $[-1,1]$.

Utilizando a calculadora gráfica, determine a distância desse ponto à origem do referencial.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- indique as coordenadas do ponto de interseção com arredondamentos às centésimas;
- apresente a distância pedida arredondada às décimas.

FIM



COTAÇÕES

Item																
Cotação (em pontos)																
1.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	7.	8.1.	8.2.	8.3.	8.4.	200
8	8	16	16	16	16	16	8	12	8	16	8	12	16	12	12	

Formulário

Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$