



www.esffranco.edu.pt

(2021/2022)

2.º Período

24/03/2022

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Considera, no referencial o.n. xOy do lado, o gráfico da função f , de domínio $]-7,5]$.

1.1. Determina o contradomínio de f .

1.2. Acrescentando as colunas necessárias, completa a tabela do sinal de f .

| | | | |
|--------|----|--|--|
| x | -7 | | |
| $f(x)$ | | | |

1.3. Resolve as condições seguintes.

1.3.1. $f(x) = 2$

1.3.2. $f(x) \geq -2$

1.3.3. $f(-2) \times f(x) > 0$

1.4. Considera agora as funções g e h , de domínios \mathbb{R} e $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, respetivamente, definidas por:

$$g(x) = \frac{2-3x}{5} \quad \text{e} \quad h(x) = \frac{4}{x-1}$$

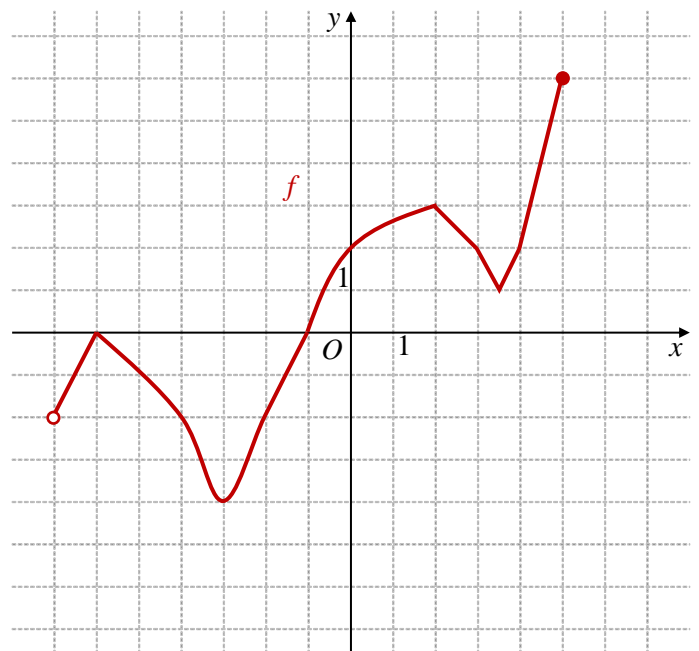
1.4.1. Prova que a função g é injetiva.

1.4.2. Calcula, se existirem, $(g \circ f)(-6)$, $(f \circ h)(3)$ e $(h \circ h)(5)$.

1.4.3. Determina, se existirem, os zeros da função $f \circ g$.

1.4.4. Qual é o domínio da função $h \circ g$?

- (A) \mathbb{R} (B) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ (C) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ (D) $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$



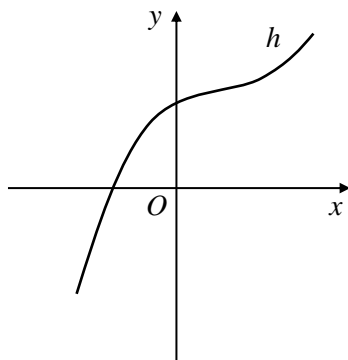
2. Verifica se a função g , definida a seguir, é injetiva e/ou sobrejetiva e/ou bijetiva.

$$g : \{-5, -3, -1, 1\} \rightarrow \{1, 3, 5\}$$

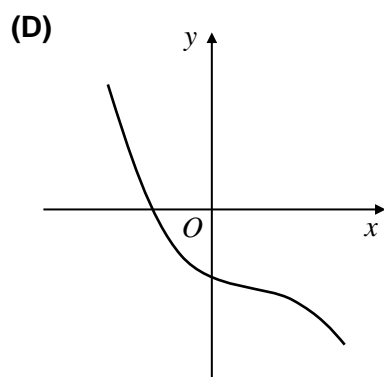
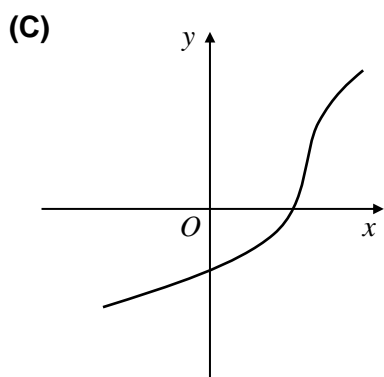
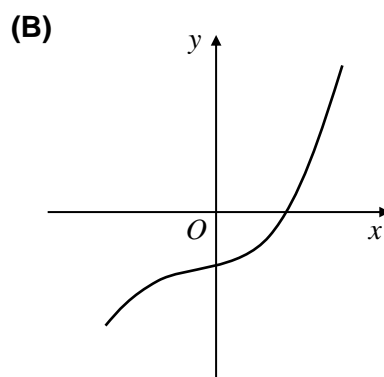
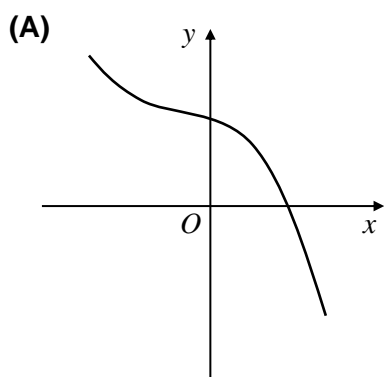
$$x \mapsto |x+2|$$



3. Na figura a seguir, está parte da representação gráfica da função h , real de variável real e bijetiva.



Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função h^{-1} , função inversa de h ?



4. Considera a função h , real de variável real, definida por $h(x) = \frac{\sqrt{5x+1}}{2x^2-7x-15}$.

4.1. Determina o domínio da função h .

4.2. Quanto aos zeros da função h :

(A) Não existem;

(B) Existem dois, $-\frac{3}{2}$ e 5 ;

(C) Existe apenas um, $\frac{1}{5}$;

(D) Existe apenas um, $-\frac{1}{5}$.

4.3. Sabe-se que a equação $h(x) = 13 - 2x$ tem exatamente duas soluções.

Utilizando as capacidades gráficas da tua calculadora, determina essas soluções.

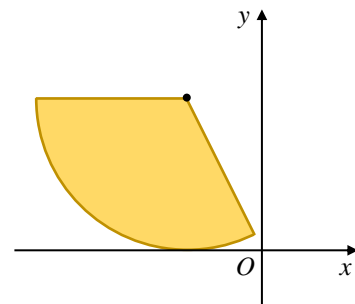
Na tua resposta:

- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizares na calculadora e que te permita(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [0, 10]$ e $y \in [0, 4]$);
- apresenta os valores pedidos com duas casas decimais.



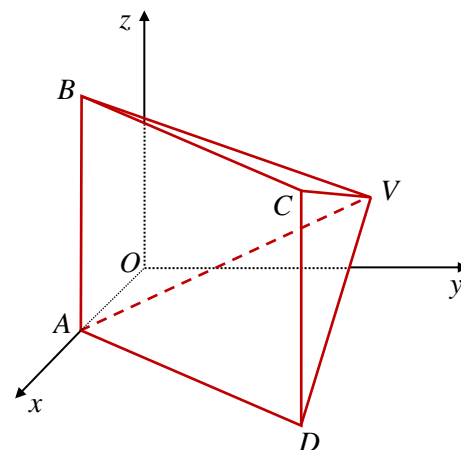
5. Sejam f e g as funções, de domínio \mathbb{R} , definidas, respetivamente, por $f(x) = 5x - 2$ e $g(x) = \frac{x^2}{5}$.
- 5.1. Justifica que a função f admite inversa e caracteriza f^{-1} .
- 5.2. Justifica que a função g é não injetiva.
- 5.3. Resolve a equação $(f \circ g)(x) = 8$.

6. Considera, no referencial o.n. xOy da figura, a zona colorida (incluindo a fronteira). Qual das seguintes condições pode representar a zona colorida?



- (A) $(x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 4 \wedge y \geq 2 \wedge y \geq -2x$
- (B) $(x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 4 \wedge y \leq 2 \wedge y \leq -2x$
- (C) $(x+1)^2 + (y-2)^2 \leq 4 \wedge y \geq 2 \wedge y \geq -2x$
- (D) $(x+1)^2 + (y-2)^2 \leq 4 \wedge y \leq 2 \wedge y \leq -2x$

7. Considera a pirâmide quadrangular $[ABCDV]$ da figura junta, representado num referencial o.n. $Oxyz$.



Sabe-se que:

- os vértices A , B , D e V têm coordenadas $(4,0,0)$, $(4,0,6)$, $(10,8,0)$ e $(3,7,3)$, respetivamente;
- $(x, y, z) = (10,8,0) + k(7,-1,3)$, $k \in \mathbb{R}$ é uma equação da reta r , que contém o ponto D .

- 7.1. Para um certo número real não nulo k , o vetor $\vec{u}(2k, k+2, 0)$ é colinear ao vetor \vec{BC} .

Qual é o valor de k ?

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{6}{5}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{6}$

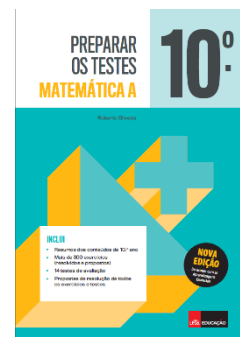
- 7.2. Averigua se o ponto V pertence à reta r .

- 7.3. Escreve uma equação vetorial da reta AV .

- 7.4. Determina a abscissa do ponto P , pertencente à reta r mas diferente de D , e cuja distância ao ponto C é 6.

FIM

COTAÇÕES



| Item | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|----|------|------|------|
| Cotação (em pontos) | | | | | | | | | | | | | |
| 1.1. | 1.2. | 1.3.1. | 1.3.2. | 1.3.3. | 1.4.1. | 1.4.2. | 1.4.3. | 1.4.4. | 2. | 3. | 4.1. | 4.2. | 4.3. |
| 5 | 11 | 5 | 8 | 8 | 8 | 11 | 11 | 8 | 11 | 8 | 11 | 8 | 11 |

| | | | | | | | | |
|------|------|------|----|------|------|------|------|-----|
| 5.1. | 5.2. | 5.3. | 6. | 7.1. | 7.2. | 7.3. | 7.4. | 200 |
| 11 | 5 | 11 | 8 | 8 | 11 | 11 | 11 | |