

QUESTÃO 2 (2 valores)

Dada a matriz de coeficientes geométricos \mathbf{B} obtenha os vetores coeficientes algébricos \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} e \mathbf{d} sendo que

$$\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z], \mathbf{b} = [b_x \ b_y \ b_z], \mathbf{c} = [c_x \ c_y \ c_z], \mathbf{d} = [d_x \ d_y \ d_z].$$

Apresente todos os cálculos e matrizes utilizadas.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

R:

2)

Temos que $\mathbf{A} = \mathbf{MB}$ sendo que \mathbf{M} é a Matriz de Transformação Universal.

Tendo ainda que:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a} \ \mathbf{b} \ \mathbf{c} \ \mathbf{d}]^T = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \\ d_x & d_y & d_z \end{bmatrix}$$

Logo basta resolver por cálculo vetorial a expressão (sendo \mathbf{M} conhecida):

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = \mathbf{MB} &= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & (2+1) & (2-2+1) \\ -2 & (-3-1) & (-3+4-1) \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{a} = [1 \ 3 \ 1]; \mathbf{b} = [-2 \ -4 \ 0]; \mathbf{c} = [1 \ 0 \ -2]; \mathbf{d} = [0 \ 0 \ 1]$$

QUESTÃO 3 (2 valores)

Admita que temos as seguintes funções de mistura Bézier.

$$B_0 = 4u - 1$$

$$B_1 = u^2 + u + 1$$

$$B_2 = -u^2 - 2u + 5 \quad \text{com } u \in [0, 1].$$

Sendo os três pontos de controlo $P_0 = (1, 0, 1)$, $P_1 = (-1, 0, 1)$, $P_2 = (-2, 1, 0)$ calcule o ponto $P = (p_x, p_y, p_z)$ da curva Bézier em $u = \frac{1}{2} = 0.5$

R:

3)

Vamos recorrer ao cálculo matricial referente a Bézier de grau 2 (quadráticas), que são controladas por 3 pontos, tal que:

$$p(u) = UMP \text{ em que } U = [u^2 \ u \ 1]; M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ e } P = [P_0 \ P_1 \ P_2]^T$$

Assim vem que:

$$p(u) = [u^2 \ u \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = [u^2 \ u \ 1] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Se substituirmos por $u = 0.5$ vem:

Veja-se que esta expressão permite obter qualquer ponto da curva com $u \in [0, 1]$. Seja $u = 0.5 = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} p\left(u = \frac{1}{2}\right) &= \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 \ \frac{1}{2} \ 1\right] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 4 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 7 & -2 & 5 \\ -12 & 5 & 0 \end{bmatrix} = \\ &= \left[\left(\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{7}{2}\right) - 12 \right), \left(-\left(\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{2}{2}\right) + 5 \right), \left(\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{5}{2}\right) \right) \right] \\ &= \left[\left(\left(\frac{15}{4}\right) - 12 \right), \left(-\left(\frac{5}{4}\right) + 4 \right), \left(\frac{11}{4} \right) \right] \end{aligned}$$

QUESTÃO 4 (1 valor)

Apresente e justifique uma técnica de representação de sólidos que recomendaria para modelação de uma família de peças mecânicas de automóvel.

R:

4)

As peças de automóvel assumem usualmente formas volumétricas regulares ainda que com reentrâncias, orifícios e cortes, entre outros. Ou seja, a partir de um volume inicial podem ser operadas funções booleanas, extrusões, cortes, etc.

A técnica que mais se adequa é a instanciação de primitivas que a partir de uma biblioteca inicial de formas volumétricas base permite operar sobre as mesmas um mesmo conjunto de funções booleanas, tais como os recortes regulares de acordo com parâmetros dados de entrada que permitem gerar famílias de rodas dentadas a partir de um disco inicial, por exemplo.

QUESTÃO 5 (4 valores)

Considere o código abaixo. Explique sucintamente o que ele executa e descreva/comente o que cada linha de código faz:

```
public void init(GLAutoDrawable drawable) {  
    GL2 gl = drawable.getGL().getGL2();  
    glu = new GLU();  
    gl.glClearColor(0.0f, 0.0f, 0.0f, 0.0f);  
    gl.glClearDepth(1.0f);  
    gl.glEnable(GL_DEPTH_TEST);  
}  
  
@Override  
public void reshape(GLAutoDrawable drawable, int x, int y, int width, int height) {  
    GL2 gl = drawable.getGL().getGL2();  
  
    if (height == 0) height = 1;  
    float aspect = (float)width / height;  
    gl.glViewport(0, 0, width, height);  
  
    gl.glMatrixMode(GL_PROJECTION);  
    gl.glLoadIdentity();  
    glu.gluPerspective(45.0, aspect, 0.1, 100.0);  
    gl.glMatrixMode(GL_MODELVIEW);  
    gl.glLoadIdentity();  
}  
  
@Override  
public void display(GLAutoDrawable drawable) {  
    GL2 gl = drawable.getGL().getGL2();  
    gl.glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);  
    gl.glLoadIdentity();
```

```
gl.glTranslatef(0.0f, 0.0f, -6.0f);
gl glBegin(GL_TRIANGLES);
    gl glVertex3f(0.0f, 1.0f, 0.0f);
    gl glVertex3f(-1.0f, -1.0f, 0.0f);
    gl glVertex3f(1.0f, -1.0f, 0.0f);
gl glEnd();
}
```

R:

```
public void init(GLAutoDrawable drawable) { // método para inicializar
    GL2 gl = drawable.getGL().getGL2(); // inicializa o contexto no Opengl
    glu = new GLU(); // acede as funcionalidades da GLU
    gl.glClearColor(0.0f, 0.0f, 0.0f, 0.0f); // fundo da janela a negro
    gl.glClearDepth(1.0f); // define valor para limpeza com z=1.0 (o mais atrás
    // possível)
    gl glEnable(GL_DEPTH_TEST); // ativa a utilização do depth buffer para
    // eliminação de superfícies escondidas

}

@Override
public void reshape(GLAutoDrawable drawable, int x, int y, int width, int
height) { //invocada sempre que ocorre um redimensionar da janela
    GL2 gl = drawable.getGL().getGL2(); // referência para o contexto gráfico
    // do Opengl

    if (height == 0) height = 1; // evita erros de divisão por zero
    float aspect = (float)width / height;

    // Define o visor com a dimensão total da janela de visualização
    gl.glViewport(0, 0, width, height);

    // Define projeção em perspectiva
    gl.glMatrixMode(GL_PROJECTION); // escolhe a matriz de projeção
    gl.glLoadIdentity(); // reset da matriz de projeção
    glu.gluPerspective(45.0, aspect, 0.1, 100.0); // define os parâmetros fovy,
    aspect, zNear, zFar

    // Ativa a transformação MODELVIEW
    gl.glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
    gl.glLoadIdentity(); // reset da matriz model-view
}

@Override
public void display(GLAutoDrawable drawable) { //invocada constantemente para o
// render da janela de visualização
    GL2 gl = drawable.getGL().getGL2(); // get the OpenGL 2 graphics context
    gl.glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT); // limpa os buffers
    // para cor e profundidade
    gl.glLoadIdentity(); // reset da matriz model-view
}
```

```
// ----- Troço de código onde é inserido o que se quer desenhar
// efetivamente, neste caso, um simples triângulo

gl.glTranslatef(0.0f, 0.0f, -6.0f); // move-o para uma posição na janela
gl.glBegin(GL_TRIANGLES); // desenhar utilizando triângulos
    gl glVertex3f(0.0f, 1.0f, 0.0f); // definição de vértices
    gl glVertex3f(-1.0f, -1.0f, 0.0f);
    gl glVertex3f(1.0f, -1.0f, 0.0f);
gl.glEnd();
}
```