

Folha 9: *Mudança de coordenadas em integrais duplos e triplos.*

1. Determine o volume dos sólidos indicados na folha 8, problemas 2 e 3.
2. Calcule a área das superfícies definidas no problema 5 da folha 8.
3. Determine $\int \int_S f dS$, sendo o campo escalar f e a superfície S como descritos no problema 6 da folha 8.
4. Determine $\int \int \int_D f(x, y, z) dx dy dz$, sendo
 - (a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$ e $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : r^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2 \wedge z \geq 0\}$.
 - (b) $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}}$ e $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1 \wedge -1 \leq z \leq 1\}$.
5. Determine $\int \int_S \text{rot} F \cdot \hat{n} dS$, sendo o campo vectorial F e a superfície S como descritos no problema 8 da folha 8.
6. Calcule o fluxo do campo vectorial $f(x, y, z)$ que atravessa a superfície S no sentido do *interior* para o *exterior*.
 - (a) $f(x, y, z) = (x, y, z)$, S a metade da superfície esférica de centro na origem e raio $R > 0$.
 - (b) $f(x, y, z) = (x^3 + xy^2, x^2y + y^3, x^2y)$, S a superfície dada por $z = \sqrt{x^2 + y^2} \leq 2$.
 - (c) $f(x, y, z) = (x^3y, x^2y^2, x)$, S a superfície dada por $2 \leq z = 2(x^2 + y^2) \leq 8, x, y \geq 0$.